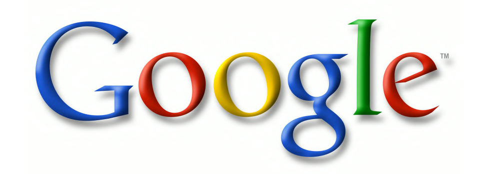



3 3433 06907459 3





ABRÉGÉ
D'ASTRONOMIE.

ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE.



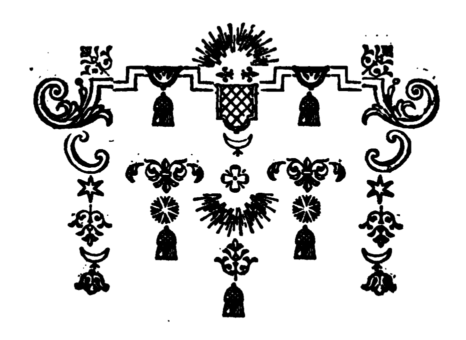
ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE,

PAR

M. DE LA LANDE,

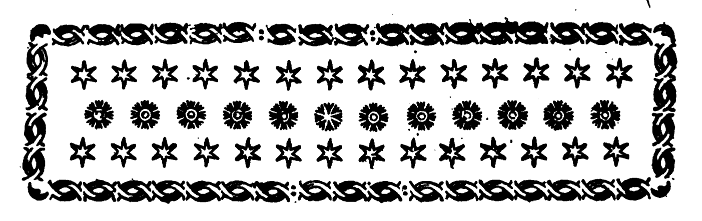
Lecteur Royal en Mathématiques; de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de celles de Londres, de Pétersbourg, de Berlin, de Stockholm, de Bologne, &c. Censeur Royal.

NOUVELLE EDITION, REVUE ET CORRIGÉE.



A AMSTERDAM,
Chez BARTHELEMI VLAM.

M. DCC. LXXIV.
1774



PRÉFACE.

L'ASTRONOMIE que j'ai publiée en 1764 en deux volumes, & en 1771 en trois volumes *in-4°*, étoit destinée non-seulement pour ceux qui commencent, mais pour les Astronomes même de profession: on y trouve toutes les méthodes, les découvertes, les observations, les calculs dont ils font usage, & les Tables Astronomiques les plus parfaites.

Mais en donnant ce grand ouvrage au Public, je n'ignorois pas que le plus grand nombre des amateurs le trouveroient trop étendu, & qu'on ne pourroit s'en servir dans les études des Universités; il falloit donc en publier un extrait.

Les Leçons de M. l'Abbé de la Caille sont du format & de l'étendue de cet Abrégé, mais elles sont trop succintes pour la partie élémentaire, trop abstraites pour les théories astronomiques; on n'y trouve rien sur l'histoire de l'Astronomie, sur les instrumens, sur les observations; ce sont les inconvéniens que j'ai voulu éviter. Lorsque ce grand Astronome composa ses Leçons, il avoit pour objet de les expliquer lui-même à ses auditeurs, il ne lui falloit que le texte imprimé; s'il eût voulu remplir l'objet que je me propose aujourd'hui, il ne m'eût laissé rien à faire.

La méthode & l'ordre de cet Ouvrage sont aussi très-différens de ceux de M. de la Caille: les pre-

miers phénomènes qui doivent frapper les yeux, lorſqu'on examine le Ciel pour la première fois, m'ont paru devoir commencer un Traité d'Aſtronomie. J'ai conſidéré enſuite les conſéquences qu'en tirèrent les premiers Aſtronomes, toujours très-naturelles, ſouvent très-ingénieuſes, quelquefois fauſſes; car les premiers Obſervateurs ne furent que des Bergers. Ainſi je n'ai pas commencé mon Livre en ſuppoſant l'Obſervateur au centre du ſoleil, comme a fait M. de la Caille, parce qu'il a fallu deux mille ans pour parvenir à démontrer que le ſoleil étoit le centre des mouvemens céleſtes. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la Sphère, parce que le Lecteur n'auroit point apperçu la néceſſité de ces cercles & leur origine; la génération des choſes doit précéder leur définition. Enfin, je n'ai pas commencé par l'Hiſtoire de l'Aſtronomie, il auroit fallu ſuppoſer l'Aſtronomie connue; mais j'ai tâché de conduire l'Hiſtoire avec la choſe même, en cherchant l'ordre des Inventeurs, & réuniſſant l'Hiſtoire de l'Aſtronomie aux principes de cette Science. J'ai indiqué l'ordre des découvertes lorſque je n'ai pas pu le ſuivre. L'eſprit va toujours de proche en proche; une invention paroît ordinairement merveilleuſe, parce qu'on n'apperçoit pas la route par laquelle on y eſt parvenu; mais elle paroît toujours aiſée quand on en rapproche ce qui l'a précédé, & qu'on fait la route qui a conduit à chaque vérité.

A la ſuite de ces premières Obſervations nous verrons paroître les travaux de Copernic, de Tycho, de Képler, de Caſſini, de Newton; en un mot, des inſtrumens nouveaux, des ſyſtêmes hardis, des découvertes heureuſes, des obſervations délicates; ces deux ſiècles de lumière ouvriront le

ſpectacle le plus étonnant dont l'eſprit puiſſe jouir; mais ſi nous prenons ſoin de placer chaque choſe à la ſuite de celle qui lui a donné naiſſance, ſi nous tranſportons le Lecteur dans la poſition de celui qui aura fait quelque belle découverte, la chaîne reparoîtra, & l'eſprit ſoulagé du fardeau que trop d'admiration impoſe à l'amour-propre, jouira preſque du plaiſir que l'Auteur même dut avoir; c'eſt donc à montrer les progrès de l'eſprit que la méthode de cet Ouvrage eſt deſtinée; point de Science où ils ſoient plus admirables & plus ſatisfaiſans.

Quelque envie que j'euſſe de diminuer la ſéchereſſe d'une étude ſi ennuyeuſe, l'exemple de M. de Fontenelle ne m'a point ſéduit; je n'ai oſé y mêler ni dialogues, ni épiſodes, ni digreſſions; le goût épuré de notre ſiècle ſemble avoir un peu écarté cette manière enjouée de préſenter les Sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit plaire, trouveront de quoi ſe ſatisfaire dans le *Spectacle de la Nature*, *T. IV*: on y verra des peintures agréables, des converſations amuſantes, des réflexions qui intéreſſent. La fraîcheur des ombres, le ſilence de la nuit, la douce lumiere du crépuſcule, les feux qui brillent dans le ciel, les diverſes apparences de la lune, tout devient entre les mains de M. Pluche un ſujet de peintures agréables. Il rapporte tout au beſoin de l'homme, aux attentions de l'Etre ſuprême ſur nos plaiſirs & ſur nos beſoins, & à la gloire du Créateur. Son Livre eſt un Traité des cauſes finales, autant qu'un Livre de Phyſique, & il y a beaucoup de jeunes gens à qui cette lecture fera le plus grand plaiſir. Pour moi, je n'ai eu pour objet que de parler d'Aſtronomie, & je me contente d'indiquer à la curioſité du Lecteur, le *Spectacle de la*

Nature, la *Théologie Astronomique de Derham*, & les *Dialogues de M. de Fontenelle* ſur la pluralité des Mondes.

Mon plus grand ſoin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Je me ſuis rapellé les difficultés que j'avois rencontrées moi-même autrefois; je les ai analyſées & réſolues, & j'ai expliqué avec le plus de détail & de clarté qu'il m'a été poſſible, les ſolutions que je m'en étois faites; j'ai profité auſſi des difficultés que m'ont propoſé plus d'une fois des perſonnes qui étudioient ces matières, & l'occaſion que j'ai eue de les expliquer avec ſoin.

Les renvois d'un article à un autre n'y ſont point épargnés, ils rendront l'uſage de ce Livre plus facile; ils m'ont évité beaucoup de répétitions, & ils ſoulageront la mémoire du Lecteur.

Pour lire cet Ouvrage avec fruit, il faut tâcher d'avoir un globe céleſte; il eſt ſur-tout néceſſaire pour bien entendre le premier Livre.

La ſeconde attention qu'il faut avoir dans une ſemblable lecture, c'eſt de ſe rendre chaque propoſition aſſez familière, pour n'être point étonné qu'elle ait été trouvée, & qu'elle paroiſſe ſi naturelle qu'on eût pu ſoi-même la préſumer, au moyen de ce qui précède; il ne faut quitter un article qu'après l'avoir compris, ou du moins y revenir bientôt; c'eſt le moyen de tout comprendre dans le moindre eſpace de temps. Mais le conſeil le plus important que l'on doive donner à ceux qui étudient les Mathématiques, c'eſt d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'eſt de lire peu & de penſer beaucoup, de chercher par eux-mêmes les démonſtrations, ou du moins d'eſſayer leurs forces le plus ſouvent qu'ils pourront; c'eſt ainſi qu'on acquiert l'eſprit des

Mathématiques, le goût des recherches, la facilité de découvrir & d'inventer; il faut développer soi-même les choses qu'on a lues, en tirer des corollaires, en faire des applications, & ne chercher dans le Livre, s'il est possible, que la confirmation de ce qu'on aura trouvé. Les longs détails dans lesquels je suis entré quelquefois, sont pour les Curieux qui n'ont ni l'âge, ni le temps nécessaire pour suivre la méthode que je viens de conseiller.

Je ne suppose d'autres connoissances que celles des élémens ordinaires de Géométrie & seulement dans quelques articles des élémens d'Algebre, tels que ceux de MM. Clairaut, Bezout, Bossut; &c. mais tous les articles où je suppose l'Algebre sont imprimés en *petit Romain*, pour qu'on puisse les passer sans interrompre la lecture des élémens.

Dans cet Abrégé les explications les plus élémentaires sont exactement les mêmes que dans mon grand Ouvrage, dont celui ci est l'extrait, souvent je me sers des mêmes termes; de-là on peut conclure que cet Abrégé est inutile à ceux qui ont les 3 vol. *in* 4o. Cependant beaucoup de Lecteurs savent qu'il faut ébaucher par une première lecture une étude d'aussi longue haleine, & ils aimeront peut-être à trouver dans ce petit volume un choix; déja fait par l'Auteur même, de ce qui leur convient, & ce qu'ils auroient eu peine à chercher eux-mêmes dans une étendue six fois plus grande.

D'ailleurs j'ai ajouté à la fin de ce Volume une Table nouvelle des dimensions des planètes & de leurs distances, d'après la parallaxe du soleil déterminée par le passage de Vénus; elle servira déja de supplément à mon *Astronomie*, en attendant que je publie un autre Supplément *in*-4°. pour être joint à l'ouvrage même.

Avantages de l'Astronomie.

En donnant au Public un Traité d'Astronomie, en annonçant que cette Science a paru aux plus grands hommes digne d'une étude de toute la vie, on est obligé de répondre à cette question: A quoi sert l'Astronomie? Je pourrois demander à mon tour: A quoi servent tant de choses inutiles ou dangereuses, dont on s'occupe journellement sur la terre? Mais la digression me meneroit trop loin, je me borne à mon sujet. L'étude en général est un des besoins de l'humanité; lorsqu'une fois on éprouve cette curiosité active & pénétrante qui nous porte à pénétrer les merveilles de la Nature, on ne demande plus à quoi sert l'étude, car elle sert alors à notre bonheur.

L'étude est d'ailleurs un préservatif contre le désordre des passions; & il me semble qu'il faut spécialement distinguer un genre d'étude qui élève l'esprit, qui l'applique fortement, & lui donne par conséquent des armes plus sûres contre les dangers dont je parle. Il ne suffit pas de connoître le bien, disoit Séneque, de savoir ce qu'on doit à sa patrie, à sa famille, à ses amis, à soi-même, si l'on n'a pas la force de le faire; il ne suffit pas d'établir les préceptes, il faut écarter les obstacles: *Ut ad præcepta quæ damus possit animus ire, solvendus est*, (Epist. 95.) Je ne connois rien qui réussisse mieux à cet égard que l'application aux Sciences Mathématiques, & spécialement à l'Astronomie. Les merveilles qu'on y découvre captivent l'ame, & l'occupent d'une manière noble, délicieuse & exempte de danger; elles élevent l'imagination, elles perfectionnent l'esprit; elles remplissent & satisfont le cœur; elles éloignent les desirs dangereux & frivoles; elles procurent sans cesse une nouvelle jouissance.

Les plus grands Philosophes de l'Antiquité parlèrent de l'Astronomie avec admiration. Diogène Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né; il répondit que c'étoit pour contempler les astres. S'il y a dans sa réponse de l'exagération en faveur de l'Astronomie, on y voit au moins l'enthousiasme avec lequel un homme de génie contemploit le spectacle du Ciel. Platon faisoit aussi le plus grand cas de l'Astronomie; voyez ce qu'il en dit dans son 35[e] Livre intitulé *Epinomis vel Philosophus*, que Marcile Ficin appelle le Trésor de Platon: *Noïite ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse*; *&c.* il va jusqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont été donnés à l'homme à cause de l'Astronomie: c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorsqu'il disoit:

Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum,
Pronaque cum spectent animalia cætera terram,
Os homini sublime dedit, cœlùmque tueri
Jussit, & erectos ad sidera tollere vultus. Met. I. 13.

Pythagore disoit que les hommes ne devroient avoir que deux études, celle de la Nature pour éclairer l'esprit, celle de la Vertu pour régler le cœur. On regarde avec raison l'étude de la Morale comme la plus nécessaire & la plus digne de l'homme: *A proper study of mankind is man*, dit Pope, mais on se tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement Philosophe sans l'étude des Sciences naturelles. Pour être sage, non par foiblesse, mais par principe, il faut savoir réfléchir & penser fortement; il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le jugement, qui s'opposent au développement de la raison & de l'esprit. Pythagore ne vouloit point de

Disciple qui n'eût étudié les Mathémathiques ; on lisoit sur la porte, *nul ici qui ne soit Géomètre* ; la morale seroit peu sûre & peu attrayante pour nous, si elle devoit être fondée sur l'ignorance ou sur l'erreur.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être garanti par l'étude des malheurs de l'ignorance ? Peut-on envisager, sans un mouvement de compassion & de honte, la stupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faisant un grand bruit dans une éclipse de lune on apportoit du remede aux souffrances de cette Déesse, ou que les Eclipses étoient produites par des Enchanteurs ?

Cùm frustra resonant æra auxiliaria Lunæ. Met. IV. 333.
Cantus & è curru lunam deducere tentat,
Et faceret, si non æra repulsa sonent. Tib. I. El. 8.

Indépendamment de cette erreur qui dégrade le peuple, on trouve dans l'Histoire plusieurs traits qui montrent le désavantage que l'ignorance en Astronomie donna quelquefois à des Généraux, à des Nations entières. Nicias, Général des Athéniens, avoit résolu de quitter la Sicile avec son armée ; une éclipse de lune, dont il fut frappé, lui fit perdre le moment favorable, & fut cause de la mort du Général & de la ruine de son armée ; perte si funeste aux Athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut effrayé d'une Eclipse de lune ; il ordonna des sacrifices au soleil, à la lune, à la terre, comme aux Divinités qui causoient ces Eclipses.

On voit, au contraire, des Généraux plus instruits, à qui leurs connoissances en Astronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduisoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipse de soleil qui causa une épouvante générale, le Pilote même

trembloit; Périclès le rassure par une comparaison familière: il prend le bout de son manteau & lui en couvrant les yeux, il lui dit, crois-tu que ce que je fais-là soit un signe de malheur? Non, sans doute, répondit le Pilote. — Cependant c'est aussi une éclipse pour toi, & elle ne diffère de celle que tu as vue, qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le soleil à un plus grand nombre de personnes.

Agathocle, Roi de Syracuse, dans une guerre d'Afrique, voit aussi dans un jour décisif la terreur se répandre dans son armée à la vue d'une éclipse; il se présente à ses soldats, il leur en explique les causes, & il dissipe leurs craintes. On raconte des traits de cette espece à l'occasion de Sulpitius, & de Dion, Roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du savoir & des connoissances astronomiques des plus grands Princes.

Nous lisons un fait également honorable à l'Astronomie dans *l'Epître* que Roias adresse à Charles-Quint, en lui dédiant ses Commentaires sur le Planisphère. Christophe Colomb en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Espagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers temps de la découverte de cette Isle, se trouva dans une disette de vivres si générale, qu'il ne lui restoit aucune espérance de sauver son armée, & qu'il alloit être à la discrétion des Sauvages: l'approche d'une éclipse de lune fournit à cet habile homme un moyen de sortir d'embarras; il fit dire aux Chefs des Sauvages que si dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choses qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la lune de sa lumière. Les Sauvages méprisèrent d'abord ses menaces; mais aussi-tôt qu'ils virent que la

lune commençoit en effet à disparoître, ils furent frappés de terreur; ils apportèrent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grace.

Un des avantages que le progrès de l'Astronomie a procuré, c'est d'avoir dissipé les erreurs de l'Astrologie: combien ne doit-on pas s'applaudir d'avoir perfectionné l'Astronomie, jusques à affranchir les hommes de cette misérable imbécillité dont ils furent si long-tems dupes. Je ne puis m'empêcher de rapporter à ce sujet l'aventure de l'année 1186, qui dut couvrir de honte tous les Astrologues de toute l'Europe: Chrétiens, Juifs, ou Arabes, tous s'étoient réunis pour annoncer sept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées solemnellement dans l'Europe, une conjonction de toutes les Planetes, qui devoit être accompagnée de si terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleversement universel: on s'attendoit à voir la fin du monde: cette année se passa néanmoins comme les autres; mais cent autres mensonges aussi bien avérés, n'auroient pas suffi pour détacher des hommes ignorans & crédules du préjugé de leur enfance; il a fallu qu'un esprit de Philosophie & de recherche se répandît parmi les hommes, leur développât l'étendue & les bornes de la Nature, & les accoutumât à ne plus s'effrayer sans examen & sans preuve.

On voit encore de temps en temps la crédulité du Public accréditer les rêveries de l'ignorance: c'est ainsi que le vent furieux & la chaleur extraordinaire du 20 Octobre 1736 firent publier dans les Gazettes que le soleil avoit rétrogradé, & il fallut que les Savans prissent la peine de détromper le public (*Jour. de Trévoux, Avril* 1737, *pag.* 692. *Lettre Philosophique pour rassurer l'Univers*, *&c.*

à Paris, chez Prault pere, Quai de Gèvres, 1736, 32 pages *in*-12). Tout le monde à la fin de 1768 croyoit Saturne perdu, & on le débitoit dans les écrits périodiques les plus sensés, & dans les compagnies les plus cultivées. Mais ce n'est rien encore en comparaison de la sensation extravagante qu'a fait au commencement de Mai 1773 un Mémoire sur les Comètes; je n'avois fait que parler de celles qui dans certains cas pourroient approcher de la terre, & l'on a dit presque généralement à Paris que j'avois prédit une Comète extraordinaire, & qu'elle alloit occasionner la fin du monde. Lorsque la masse des connoissances répandues dans nos villes sera plus étendue, on ne verra plus de rêveries pareilles prendre faveur dans le Public.

Les Comètes furent long-temps, mais dans un sens tout différent, un de ces grands objets de terreur que l'Astronomie a enfin dissipés, même parmi le Peuple. On est fâché de trouver encore des préjugés aussi étranges, non-seulement dans Homere (*Iliad.* IV. 75), mais dans le plus beau Poëme du dernier siècle, où elles peuvent éternifer la honte de nos erreurs:

Qual con le chiome sanguinose horrende
Splender Cometa suol per l'aria adusta,
Ch'i regni muta e i fieri morti adduce,
E ai purpurei tiranni infausta luce. *Jerus. Lib. VII.* 52.

Les charmes de la Poësie sont actuellement employés d'une manière bien plus philosophique & plus utile; témoin ce beau passage de M. de Voltaire au sujet des Comètes, dans son Epître à Madame la Marquise du Châtelet:

COMETES que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Cessez d'épouvanter les peuples de la terre;

Dans une ellipse immense achevez votre cours,
Remontez, descendez près de l'astre des jours;
Lancez vos feux, volez, & revenant sans cesse,
Des mondes épuisés ranimez la vieillesse.

C'est ainsi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable Astronomie ont dissipé des préjugés absurdes, & rétabli notre raison dans tous ses droits. Mais ce n'est point à cela seul que se réduit l'utilité de cette Science, elle contribue au bien général dans plus d'un genre.

On sait assez que la Cosmographie & la Géographie ne peuvent se passer de l'Astronomie. Les observations de la hauteur du Pole apprirent aux hommes que la Terre étoit ronde; les éclipses de Lune servirent à connoître les longitudes des différens pays de la Terre, ou leurs distances mutuelles d'occident en orient. *Nous ne savons pas*, disoit Hipparque (cité par Strabon) *si Alexandrie est au nord ou au midi de Babylone sans l'observation des climats; & l'on ne peut savoir si un pays est à l'orient ou à l'occident d'un autre, sans l'observation des éclipses.* On voit par l'Alcoran que les Voyageurs traversoient les déserts de l'Arabie en observant les astres: *Dieu*, dit-il, *nous a donné les étoiles pour nous servir de guides dans l'obscurité, soit sur terre, soit sur mer.* Cela est conforme à ce que rapporte Diodore de Sicile des anciens Voyageurs.

La découverte des satellites de Jupiter a donné une plus grande perfection à nos Cartes Géographiques & Marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations & de voyages; & quand leur théorie sera encore mieux connue, la méthode des longitudes sera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600; on la connoît aujourd'hui

aussi

aussi exactement que celle de la France: dans le Livre de Gemma Frisius *de orbis divisione* 1530, on trouve 53° de différence en longitude depuis le Caire jusqu'à Tolède, au lieu de 35° qu'il y a réellement; les autres distances y sont étendues à proportion: nous avons encore 3 à 4 degrés d'incertitude par rapport à l'extrêmité de la mer noire, & avant 1769 on étoit en erreur d'un demi-degré sur la longitude de Gibraltar & de Cadix.

C'est à l'Astronomie que l'on fut redevable des premières navigations des Phéniciens, & c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Christophe Colomb avoit une connoissance intime de la sphère, peut-être plus que personne de son temps; puisqu'elle lui donna cette certitude, & lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident; certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Asie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reste actuellement quelque chose à desirer pour la perfection & la sûreté de la navigation, c'est de trouver aisément les longitudes en mer; on les a, quand on veut, par le moyen de la lune (*a*); & si les Navigateurs étoient un peu Astronomes, leur estime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils sont quelquefois à plus de deux cens lieues de leur estime dans des voyages fort ordinaires: l'incertitude où étoit Milord Anson sur la position de l'Isle de Juan Fernandez, en l'obligeant de tenir la mer plus long-temps qu'il n'eût été nécessaire, coûta la vie à 80 hommes de son équipage.

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat sert donc à prouver celle de l'Astronomie; or il

(*a*) Les Montres marines faites en Angleterre par M. *Harrison*, en France par M. *Berthoud* & par M. *Leroy*, nous donnent aussi les longitudes à un demi-degré près, dans l'espace de deux mois de navigation.

me semble qu'il est difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, sur-tout en France. Le succès des Anglois dans la guerre de 1761, n'a que trop démontré que la Marine seule décide des Empires, de leur puissance, de leur commerce; que la paix & la guerre se décident sur mer, & qu'enfin, comme dit M. le Miere:

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

C'est à peu-près ce que Thémistocle disoit à Athènes, Pompée à Rome (a), Cromwell en Angleterre, Richelieu & Colbert en France; il semble sur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Testament Politique, ch. ix. sect. 5.*) prévoyoit de l'Angleterre ce que nous avons éprouvé.

L'état actuel des Loix & l'administration ecclésiastique se trouvent essentiellement liés avec l'Astronomie, relativement au Calendrier; S. Augustin en recommandoit l'étude par cette seule considération; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois, de même que plusieurs Pères de l'Eglise: cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V, Léon X, &c. avoient bien eu le dessein de rétablir l'ordre dans le Calendrier, mais on n'avoit pas alors des Astronomes dont la réputation méritât assez de confiance. Grégoire XIII siégea dans un temps où les Sciences commençoient à renaître; & il eut seul la gloire de cette réformation en 1582.

L'Agriculture empruntoit autrefois de l'Astronomie ses regles & ses indications: Job, Hésiode, Varron, Eudoxe, Aratus, Ovide, Pline, Colu-

(a) *Pompeius cujus consilium Themistocleum est, existimat enim qui mare teneat eum necesse rerum potiri; itaque qui nunquam egit ut Hispaniæ per se tenerentur, navalis apparatus cura ei semper antiquissima fuit.* (Cic. ad Att. L. x. ep. 7.)

melle, Manilius, nous en fournissent mille preuves: les Pléïades, Arcturus, Orion, Sirius donnoient à la Grece & à l'Egypte le signal des différens travaux de la campagne. Le lever de Sirius annonçoit aux Grecs les moissons, aux Egyptiens les débordemens du Nil: on en citeroit bien d'autres exemples, le Calendrier y supplée actuellement; M. de Gebelin entreprend de prouver, dans un Ouvrage très-savant, que toute la mythologie ancienne se rapporte à l'Agriculture (*Allégories orientales*, 1773.)

La Chronologie ancienne tire de la connoissance & du calcul des éclipses les points les plus fixes qu'on puisse trouver, & dans les tems qui sont plus éloignés l'on ne trouve qu'obscurité; la Chronologie Chinoise est toute appuyée sur les éclipses, comme le P. Gaubil l'a vérifié: nous n'aurions dans l'Histoire des Nations aucune incertitude sur les dates, s'il y avoit toujours eu des Astronomes: on peut voir sur-tout la liaison de l'Astronomie & de la Chronologie dans l'*Art de vérifier les dates*, *in folio* 1770; & dans l'Ouvrage Anglois de Kennedy, *A complete system of astronomical chronology*, *London* 1762. *in*-4°.

C'est par une éclipse de Lune qu'on a reconnu l'erreur de date qu'il y a dans l'Ere vulgaire par rapport à la naissance de J. C. On sait qu'Hérode étoit Roi de Judée; mais nous savons par Josephe (*Antiq. Jud.* XVII. 6.) qu'il y eut une éclipse de Lune immédiatement avant la mort d'Hérode. On trouve cette éclipse dans la nuit du 12 au 13 Mars de la quatrieme année avant l'Ere vulgaire, ensorte que cette Ere devoit être reculée de trois ans au moins.

C'est par des éclipses de Soleil que M. Costard a fixé à l'année 603 avant J. C. la fin de la guerre entre les Lydiens & les Medes, & à l'an 478 l'ex-

pédition de Xerxès contre la Grece, que l'on mettoit communément à l'an 480 (*Costard. hist. of Astron.* p. 236), & qu'il concilie Hérodote & Xénophon sur la conquête de la Médie par Cyrus.

C'est encore de l'Astronomie que nous empruntons la division du temps dans les usages de la vie, & l'art de régler les horloges & les montres : on peut dire que l'ordre & la multitude de nos affaires, de nos devoirs, de nos amusemens, le goût de l'exactitude & de la précision, notre habitude enfin, nous ont rendu cette mesure du temps presque indispensable, & l'ont mise au nombre des besoins de la vie.

Si au défaut des horloges & des montres on trace des méridiennes (art. 155) & des cadrans solaires, c'est un nouvel avantage de l'Astronomie, puisque la Gnomonique n'est qu'une application de la Trigonométrie sphérique & de l'Astronomie.

La Météréologie, c'est-à-dire, la connoissance des changemens de l'air, des vents, des pluies, des sécheresses, des mouvemens du thermomètre & du barometre, a certainement un rapport bien essentiel & bien immédiat avec la santé du corps humain. Il est très-probable que l'Astronomie y seroit d'une utilité sensible, si l'on étoit parvenu, à force d'observations, à trouver les influences physiques du Soleil & de la Lune sur l'atmosphère, & les révolutions qui en résultent. Galien avertit les malades de ne pas se mettre entre les mains des Médecins qui ne connoissent point le cours des astres, parce que les médicamens donnés hors des temps convenables, sont inutiles ou nuisibles; je ne doute pas qu'il ne voulût parler des principes de l'Astrologie judiciaire, & des influences qu'on imaginoit alors d'après une ignorante superstition ; mais en réduisant tout à sa juste valeur, il paroît que les attractions qui soulèvent deux fois le jour

les eaux de l'Océan, peuvent bien influer sur l'état de l'atmosphère. On peut consulter à ce sujet M. Hoffman & M. Mead qui en ont parlé assez au long, & le mot *Crise* dans l'Encyclopédie. Je voudrois que les Médecins consultassent au moins l'expérience à cet égard, & qu'ils examinassent si les crises & les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la Lune, par rapport à l'équateur, aux syzygies, & aux apsides; plusieurs Médecins habiles m'en ont paru persuadés, & c'étoit pour les engager à s'en occuper que je donnai, pendant quelques années, dans la Gazette de Médecine, le détail des circonstances astronomiques dont on devoit tenir compte.

Ces différens avantages qui se rassemblent en faveur de l'Astronomie, l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Josephe, dans ses Antiquités Judaïques, fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'Astronomie, & les premieres découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les descendans de Seth y avoient fait des progrès considérables, & que voulant en conserver la mémoire, ils avoient gravé sur des colonnes de pierre & de brique leurs observations astronomiques. Josephe attribue à Abraham les premieres connoissances des Egyptiens. On voit plusieurs passages astronomiques dans le Livre de Job: *Numquid conjungere valebis micantes stellas Pleyadas, aut gyrum Arcturi poteris dissipare? Numquid producis Luciferum in tempore suo, & Vesperum super filios terræ consurgere facis?* (38. 31.) On attribue aussi à Moyse des connoissances de même espece: du moins S. Etienne dit de lui dans les Actes des Apôtres qu'il étoit versé *in omni sapientiâ Ægyptiorum*; ce qu'on ne doit entendre que de la connoissance des astres qui avoit rendu les Egyptiens si célebres.

Le Sage s'éleve avec raison contre ceux que l'admiration des astres a portés jusqu'à en faire des Dieux; mais bien loin d'en condamner l'étude, il la conseille pour la gloire du Créateur: *Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt, sciant quantò his Creator eorum speciosior est; à magnitudine enim speciei & creaturæ cognoscibiliter poterat Creator horum videri.* (Sap. c. 13.). David trouvoit aussi dans les astres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu: *Cæli enarrant gloriam Dei.... Videbo cælos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & Stellas quæ tu fundasti.* Et nous voyons Derham appeller *Théologie astronomique* un Ouvrage où il présente dans toute leur force, la singularité & la grandeur des découvertes qu'on a faites en Astronomie, comme autant de preuves de l'existence de Dieu. Voyez ce que pensoit Aristote à ce sujet, dans le huitieme Livre de sa Physique.

Ceux qui aiment la lecture de l'Histoire ancienne des Physiciens & des Poëtes Grecs & Romains, ont sur-tout besoin de connoître l'Astronomie; on la retrouve à chaque page dans les Anciens, soit pour marquer le temps des labours & des semences, soit pour les fêtes & les cérémonies religieuses. Les Poëtes qui ont illustré la Grece & l'Italie, & dont les ouvrages sont actuellement sûrs de l'immortalité, aimèrent tous & connurent l'Astronomie; quelques-uns en ont même fait un usage si fréquent, qu'on ne sauroit entendre leurs ouvrages sans le secours de cette Science. Les Commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie, & j'ai eu occasion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire: on le peut voir aussi par différentes notes que j'ai fournies à M. l'Abbé de l'Isle pour sa traduction des Géorgiques, à M. de la Bonnetterie pour son édition des Auteurs qui ont écrit *de Re Rusticâ*, & à M. Poinsinet pour sa

nouvelle traduction de Pline. On peut compter parmi les Grecs qui ont parlé d'Astronomie, Homere, Hésiode, Aratus; parmi les Latins, Lucrece, Horace, Virgile, Ovide, Manilius, Lucain, Claudien; ils paroissent dans plusieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'Astronomie. Horace nous annonce qu'il veut prendre son essor vers les astres:

> . . . . . . Juvat ire per alta
> Astra, juvat terris & inani sede relictis,
> Nube vehi, validique humeris insidere Atlantis.

Dans un autre endroit il nous raconte les objets de curiosité & de recherches dont il envioit l'occupation à son ami:

> Quæ mare compescant causæ, quid temperet annum,
> Stellæ sponte sua jussæne vagentur & errent,
> Quid premat obscurum Lunæ, quid proferat orbem.
> *L. I. ep. 12. ad Iccium.*

Virgile sembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'Astronomie:

> Me verò primùm dulces ante omnia Musæ,
> Quarum sacra fero, ingenti perculsus amore,
> Accipiant, cœlique vias & sidera monstrent,
> Defectus Solis varios, Lunæque labores,
> Unde tremor terris, qua vi maria alta tumescant
> Objicibus ruptis, rursusque in se ipsa residant;
> Quid tantùm Oceano properent se tingere soles
> Hyberni, vel quæ tardis mora noctibus obstet.
> Felix qui potuit rerum cognoscere causas. *Georg. II.* 475.

Ovide fait un éloge si pompeux des premiers Inventeurs de l'Astronomie, que je ne puis me refuser d'en placer ici une partie:

Felices animos quibus hæc cognoscere primis,
Inque domos superas scandere cura fuit,
Credibile est illos pariter vitiisque locisque,
Altiùs humanis exeruisse caput.
Non Venus aut vinum sublimia pectora fregit,
Officiumve fori, militiæve labor,
Nec levis ambitio, perfusaque gloria fuco,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris,
Ætheraque ingenio suppósuere suo.
Sic petitur cœlum. . . . . . . *Fast. I.* 297.

La connoissance des astres a été souvent la source de plusieurs beautés dans les ouvrages des Poëtes anciens : on voit rarement chez eux cette ignorance qui dépare quelques Ouvrages modernes ; telle est celle du Poëte qui parlant des deux poles, suppose que l'un est le *Pole brûlant*, & l'autre le *Pole glacé* (M. de Jarry, *Prix de* 1714.).

La Fontaine parle de l'Astronomie d'une manière très-noble quand il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs loin des cours & des villes,
M'occuper tout entier, & m'apprendre des cieux
Les divers mouvemens inconnus à nos yeux,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.

Songe d'un Habitant du Mogol.

M. de Voltaire, non-seulement le premier Poëte de notre siècle, mais le plus instruit qu'il y ait peut-être jamais eu, a fait voir dans plusieurs endroits de ses Ouvrages, combien il avoit de goût pour la Physique céleste. Dans une Lettre écrite en 1738, il sembloit imiter les regrets de Virgile & de la Fontaine, & tourner tout son goût vers les Sciences ; il composa sur la Physique de Newton un Livre qui lui a fait honneur, & il en a fait beaucoup aux Sciences & aux Savans qu'il a célébrés dans les plus beaux vers, sur-tout à Newton dont il parle ainsi dans une Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

Confidens du Très Haut, Substances éternelles,
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre Maître est assis parmi vous:
Parlez! Du grand Newton n'étiez-vous point jaloux?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de Pope sur le même sujet, que je n'ose traduire de peur de les affoiblir:

Nature and Nature's laws lay hid in night;
God said: let Newton be, ad all was light.

Jamais homme ne fut si digne de ces éloges sublimes, & si dignement célébré.

L'indifférence pour le plus beau spectacle de l'univers, a paru étrange aux plus grands Génies que nous ayons eu dans tous les genres; le Tasse met dans la bouche de Renaud des réflexions qui méritent d'être citées, pour l'instruction de ceux à qui le même reproche peut s'adresser; c'est dans le temps où marchant, avant le jour, vers la montagne des Oliviers, il contemploit la beauté du Firmament:

Con gli occhi alzati contemplando intorno,
Quinci notturne e quindi matutine,
Bellezze incorruttibili e divine.
Frà sè stesso pensava, ò quante belle
Luci il tempio celeste in se raguna!
Ha il suo gran Sole il di, l'aurate stelle
Spiega la notte e l'argentata Luna;
Ma non è chi vagheggi ò questa ò quelle;
E miriam noi torbida luce e bruna,
Ch'un girar d'occhi, un balenar di riso
Scopre in breve confin di fragil viso!
Jerus. Lib. Cant. XVIII. v. 94.

Les honneurs rendus de tous les temps & chez tous les Peuples du monde, aux Astronomes célèbres, prouvent le cas qu'on a toujours fait de cet-

te Science. L'on a vu en 1695 frapper une médaille à l'honneur de M. Cassini, (elle est figurée dans la Description de la Méridienne de Bologne); mais l'Histoire ancienne fournit des traits plus éclatans en faveur de l'Astronomie. Les anciens Rois de Perse & les Prêtres de l'Egypte, se choisissoient parmi les plus habiles dans cette Science. Les Rois de Lacédémone avoient des Astronomes dans leur conseil; Alexandre en avoit à sa suite dans ses expéditions militaires, & l'on assure qu'Aristote lui écrivoit de ne rien faire sans leur avis; il est vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup, mais la véritable Astronomie en profita. On sait combien Ptolomée Philadelphe, second Roi d'Egypte, favorisa cette Science; on vit de son temps une multitude d'hommes célèbres, Hipparque, Callimachus, Apollonius, Aratus, Bion, Théocrite, Conon, qui n'étoient point des Astrologues.

Jules-César se piquoit d'avoir des connoissances singulières en Astronomie, comme on le voit par le discours que Lucain lui fait tenir à Achorée, Prêtre d'Egypte, dans le repas de Cléopatre. Tibere étoit fort appliqué à l'Astronomie, au rapport de Suetone. L'Empereur Claude prévit que le jour d'un anniversaire de sa naissance il devoit arriver une éclipse; il craignoit qu'elle n'occasionnât à Rome des terreurs ou des tumultes, & il en fit faire un avertissement public, dans lequel il expliquoit les circonstances & les causes de ce phénomene.

L'Astronomie fut cultivée spécialement par les Empereurs Adrien & Sévère, par Charlemagne, par Léon V, Empereur de Constantinople, par Alphonse X, Roi de Castille, dont nous avons les Tables Alphonsines, par Frédéric II, Empereur d'Occident; celui-ci fit traduire l'Ouvrage de

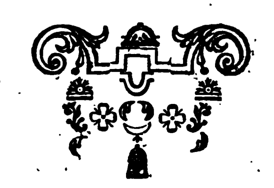
Ptolomée en Latin, & en établit à Naples l'enseignement public.

On peut voir dans mon Astronomie combien le Calife Almamon, le Prince Ulug-Beg, & beaucoup d'autres Monarques de l'Asie & de la Chine aimerent l'Astronomie. On sait, dit le P. Gaubil, que c'est à l'Astronomie que la Religion doit son entrée dans la Chine; sans l'Astronomie elle en seroit bannie depuis long-temps, (*T. II, p.* XVI, & *p.* 117.) On cite encore parmi les Héros qui ont chéri cette Science, Mahomet II, Conquérant de l'Empire Grec, l'Empereur Charles Quint, Charles II, Roi d'Angleterre, & sur-tout Louis XIV; la protection qu'il accorda aux Sciences, paroît assez dans l'établissement de l'Académie; les Astronomes de Paris furent appellés plus d'une fois à la Cour par la curiosité de ce Prince, & il les honora lui-même de sa présence (*Histoire Céleste, p.* 271.); Louis XV leur donne chaque jour de semblables marques de l'intérêt qu'il prend à leurs travaux; le Roi d'Angleterre s'en occupe lui-même avec plaisir, & vient de se faire bâtir un très-bel Observatoire pour son usage au Château de Richemond.

Hévélius, quoique né & établi à Dantzic, y reçut une preuve singuliere de l'estime que Louis XIV & le grand Colbert avoient pour lui; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 Sept. 1679, par la malice d'un de ses domestiques: M. Colbert, par une lettre datée de S. Germain le 28 Décembre 1679, écrit à Hévélius que le Roi, prenant part à la perte qu'il avoit faite, lui faisoit présent de 2000 écus. On voit la copie de cette lettre, écrite à la main sur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius, qui est à la Bibliotheque du Roi.

C'est avec de pareilles marques de protection & d'estime que des Sciences, aussi ingrates pour ceux qui les cultivent, peuvent se soutenir & se perfectionner. L'établissement des Académies de Londres, de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, de Stockholm, de Bologne, &c. a signalé le goût de plusieurs Princes & autres personnes en place pour les Sciences, & elles ont sur-tout contribué au progrès de l'Astronomie.

Indépendamment de ces Compagnies célebres il y a quatre Etablissemens qui ont principalement servi à l'Astronomie, soit en formant des éleves, soit en donnant à des astronomes déja célèbres, la facilité de se livrer à leur goût; le College Royal de France, le College de Gresham à Londres, & les Fondations d'Oxford & de Cambridge en Angleterre; j'en ai parlé assez au long dans la Préface de mon *Astronomie*, ainsi que de tous les Observatoires célebres où il s'est fait jusqu'ici des observations importantes; le nombre de ces Observatoires s'augmente de jour en jour, on en projette un à Versailles même, & nous avons lieu d'espérer que l'Astronomie fera bientôt les progrès qui exigent un grand nombre de coopérateurs.



TABLE

des douze Livres qui composent cet Ouvrage, & de leurs subdivisions.

LIVRE PREMIER.

LIVRE SECOND.

LIVRE III.

LIVRE IV.

LIVRE XII.

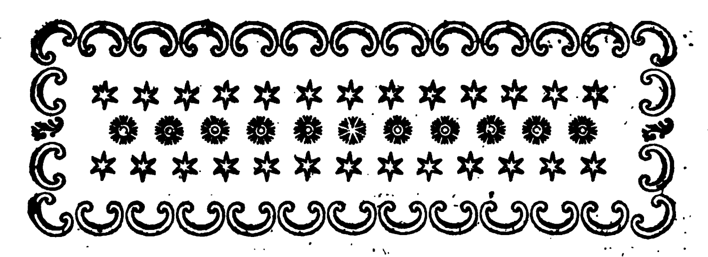
Fin de la Table des Livres.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 22 Janvier 1774.

Messieurs le Gentil & Messier, qui avoient été nommés par l'Académie pour examiner un *Abrégé d'Astronomie* par M. de la Lande, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression, en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris, le 22 Janvier 1774.

Grandjean de Fouchy, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*



ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE.

LIVRE PREMIER.

De la Sphère, & des Constellations.

LA méthode la plus simple pour apprendre à connoître le ciel & ses divers mouvemens, consiste à suivre l'ordre naturel des choses qu'on y remarque, & des rapports qui en résultent. Nous voyons tous que le soleil & la lune se levent & se couchent chaque jour; mais si nous passons une nuit à regarder les autres astres, nous les verrons se lever & se coucher aussi, & nous en tirerons cette conclusion qu'il y a un mouvement commun par lequel les astres en général font le tour de la terre en 24 heures.

2. Si pour considérer plus attentivement les circonstances de ce mouvement diurne, on se place en un lieu élevé, & qu'on regarde autour de soi, on ne pourra s'empêcher de remarquer le cercle le plus apparent, c'est-à-dire l'horizon. Ce vaste contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle, & qui termine la vue de tous côtés, quand nous sommes en pleine mer ou dans un lieu élevé, divise le ciel en deux parties; mais celle qui est au-dessus de l'horizon est la seule visible, elle paroît sous la forme d'un hémisphère ou d'une moitié de boule. Les astres ne sont visibles que quand ils parviennent dans cet *hémisphère supérieur;* & nous disons alors qu'ils se levent,

3. Après ce premier cercle, il s'en présente d'autres qui sont presque aussi remarquables; car en examinant le mouvement général des astres, pendant l'espace d'une nuit ou de plusieurs, on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'espace d'environ 24 heures; les étoiles qui sont plus au Nord, décrivent de plus petits cercles que les autres; & l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles diminuer de plus en plus, aller enfin se perdre & se confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appellons le POLE du monde; celui que nous voyons est le pole boréal, septentrional ou arctique.

4. Ainsi, pour se former une idée de l'astronomie, il faut d'abord apprendre à connoître le pole du monde, c'est-à-dire, l'endroit du ciel étoilé vers lequel il se trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en est fort proche, & qu'on nomme l'ETOILE POLAIRE. Cette étoile étant fort près de ce pole fixe, autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour, paroît sensiblement dans la même place, à quelle heure & dans quelle saison de l'année qu'on la regarde; mais elle est la seule dans ce cas là; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire, ou plutôt autour du pole, qui est comme le centre du mouvement, ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans le cours de cet ouvrage (article 400) que ces mouvemens, qui sont de pures apparences, proviennent du mouvement de la terre; mais nous devons nous en tenir d'abord, comme les anciens astronomes, à remarquer les phénomenes, sans remonter à leur cause; notre marche en sera plus naturelle & plus facile.

5. L'ETOILE POLAIRE pourroit se reconnoître sans autre indication: le lecteur seul & isolé, qui n'auroit jamais observé le ciel, & qui auroit seulement la patience d'examiner, pendant une partie de la nuit, les différentes étoiles, en remarquant leur hauteur & leur position par rapport à des clochers, à des montagnes, ou à d'autres objets remarquables, s'appercevroit bientôt qu'il y a une assez belle étoile, qui conserve à très-peu près, pendant toute la nuit, une même situation, & il reconnoîtroit par-là celle qu'on a dû nommer *Etoile polaire.* Si cette marque ne suffisoit pas pour la reconnoître, l'observateur s'y prendroit de la maniere suivante.

6. On connoît par-tout cette constellation, composée de sept étoiles, représentée dans la figure premiere, & que les gens de la campagne nomment le *Charriot de David*, parce qu'elle a en effet quelque apparence de chariot. Parmi les astronomes elle est appellée la *grande Ourse;* si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui sont les plus éloignées de la queue, marquées α & β dans la figure premiere, cette ligne prolongée du côté de l'étoile α, passera fort près de l'étoile polaire, qui est à peu-près autant éloignée de l'étoile α, que celle-ci l'est de l'étoile η, qui forme l'extrémité de la queue. L'étoile polaire sera plus élevée en certains temps que la grande ourse; en d'autres temps elle sera plus basse: dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire, devra se prolonger au-dessus de la grande ourse; c'est ce qui arrive lorsqu'au commencement de Novembre on la regarde sur les 10 heures du soir: si c'étoit au commencement de Mai à la même heure, on verroit la grande ourse au plus haut du ciel; & ce seroit en-bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du carré de la grande ourse, pour rencontrer l'étoile polaire: d'autres fois enfin, l'étoile polaire sera sur le côté; & la ligne dont il s'agit, s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourse; mais dans tous les cas, c'est toujours du côté de l'étoile α, ou du même côté que la convexité de la queue, que doit se trouver l'étoile polaire; & le pole du monde qui en est tout proche.

7. Un observateur qui connoît dans le ciel la situation du pole du monde, distinguera naturellement les Points Cardinaux; le Nord & le Sud, l'Orient & l'Occident. Premiérement le Nord ou le septentrion, c'est le côté vers lequel on est tourné quand on regarde le pole; 2° le Sud que nous nommons le midi dans nos climats, c'est le côté opposé, c'est celui où nous paroît le soleil vers le milieu du jour; 3° l'Orient, le levant, ou l'Est; 4° l'Occident, le couchant, ou l'Ouest; ces deux derniers sont placés entre les deux autres points du nord & du sud, à égale distance ou à angles droits; l'un du côté où les astres se lèvent, l'autre du côté où ils se couchent. L'orient est à droite quand on regarde le Pole.

8. Le Zenit est aussi un des points les plus nécessaires à considérer dans le ciel; & les astronomes en parlent à tout moment: c'est le point qui répond directement au-

dessus de notre tête, celui auquel va se diriger le fil à-plomb lorsqu'on y suspend un poids, & que l'on imagine ce fil prolongé vers le haut jusques dans la concavité du ciel.

9. Le zénit étant le point le plus élevé du ciel, il est toujours éloigné de 90 degrés ou d'un quart de cercle de tous les points de l'horizon (a). Si donc un astre paroît élevé au-dessus de l'horizon de 60°, il sera éloigné du zénit de 30, car 60 & 30 font les 90° qu'il y a depuis l'horizon jusqu'au zénit; ainsi nous pourrons dire à l'avenir, que la hauteur d'une étoile est le complément de sa distance au zénit, parce que le complément d'un arc est ce qui lui manque pour aller à 90°.

10. Le NADIR est le point inférieur de la sphère céleste, celui qui est directement opposé au zénit, celui vers lequel se dirige par en-bas un fil à-plomb, par la gravité naturelle. Le nadir & le zénit étant directement opposés l'un à l'autre, si l'on conçoit un cercle qui fasse tout le tour du ciel, en passant par le zénit & par le nadir, il y aura 180°, ou un demi-cercle d'un côté, & autant de l'autre; nous appellerons *vertical* (184) un cercle allant ainsi du zénit au nadir, de quel côté qu'il soit; comme on appelle *ligne verticale* celle que marque le fil à-plomb, & dont la direction prolongée haut & bas, va marquer le zénit & le nadir.

11. Toutes les fois qu'on regarde le ciel de quelque endroit bien découvert, on conçoit naturellement qu'en voyant une moitié de globe sur notre tête, il y en a aussi la moitié que nous ne voyons pas. Ainsi l'horizon est un grand cercle de la sphère qui, pour chaque lieu de la terre, sépare la partie visible du ciel de celle qui ne l'est pas.

12. Tel est l'horizon rationel ou mathématique: nous ne parlerons pas de ce qu'on appelle quelquefois *horizon sensible*, que l'on considere comme un plan parallele à l'horizon rationel, & qui touche la surface de la terre: nous ne ferons aucun usage de celui-ci; & d'ailleurs il ne differe point de l'horizon rationel, dès qu'il s'agit des astres qui sont fort éloignés de nous; il en differe seule-

(a) Nous supposons comme une chose connue, qu'on entend par un degré la trois cent soixantieme partie d'un cercle, & que par conséquent le quart d'un cercle entier est de quatre-vingt-dix degrés.

ment à raison des objets qui nous environnent, & qui bornent la vue quand on n'est pas en pleine mer ou sur un endroit très-élevé. L'horizon sensible en pleine mer, quand l'œil est à cinq pieds de hauteur, s'étend environ à 2300 toises de distance (voyez art. 824).

13. L'horizon est différent pour tous les différens points de la terre: chaque pays, chaque observateur a donc le sien; & quand nous changeons de place, nous changeons d'horizon. L'observateur placé en *A*, (*fig.* 2) a pour horizon *HO*; s'il s'avançoit de 10° au point *B* son horizon deviendroit *RI*, & feroit avec le précédent un angle qui seroit aussi de 10°.

14. Ayant bien remarqué du côté du nord le lieu du pole boréal ou septentrional, élevé au-dessus de l'horizon, il est aisé de concevoir qu'il y en a un autre du côté du midi, qu'on a appellé *Pole méridional*, *austral* ou *antarctique*, opposé au premier, & abaissé d'autant au-dessous de l'horizon. A Paris, le pole boréal est élevé d'environ 49°; le pole austral est abaissé d'autant: ces deux poles sont les extrémités d'une ligne droite qu'on imagine aller de l'un à l'autre, & qui s'appelle l'Axe du monde; parce que c'est en effet autour de cette ligne comme axe ou essieu, que tout le ciel paroît tourner chaque jour.

15. Lorsqu'on connoît les deux extrémités de l'axe ou de l'essieu, il est aisé de concevoir la roue ou le cercle qui est dans le milieu; & ce sera l'ÉQUATEUR; il suffira d'imaginer un cercle placé dans le milieu de l'axe, & également éloigné des deux poles du monde. Soit un cercle *HPZEORQH* (*fig.* 3), qui passe par les poles & qui représente la circonférence d'un vertical (art. 10) *P* le pole boréal, *R* le pole austral qui lui est opposé, *PR* l'axe du monde; la ligne *EQ* représentera le diametre de l'équateur, ou du cercle qui passe à égales distances des deux poles, & dont le plan est perpendiculaire à l'axe, comme le plan d'une roue est perpendiculaire à son essieu: ainsi l'on doit concevoir sur le diametre *EQ* un cercle qui soit perpendiculaire au plan de la figure, dont la moitié soit au-dessus de ce plan, & l'autre moitié au-dessous. Ce cercle sera l'équateur. Ce fut-là véritablement le premier cercle que les anciens astronomes se figurèrent, & auquel les Caldéens & les Egyptiens rapportoient tous les astres, du temps d'Hérodote, 450 ans avant J. C. La situation

le l'équateur, ainsi placé à égale distance des deux poles, fait qu'on peut dire en général & indifféremment, que la sphère avec son équateur *EQ*, tourne autour de l'axe *PR*, ou autour des poles *P* & *R* de l'équateur. La figure 6 représente aussi l'équateur *EFQGE* vu en perspective, & situé entre les poles *P* & *R*.

16. C'est ce mouvement diurne autour de l'axe & des poles du monde, qui est exprimé dans les vers suivans de Manilius (*a*):

> Aëra per gelidum tenuis deducitur axis,
> Libratumque gerit diverso cardine mundum;
> Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
> Æternosque rotat cursus immotus.... *L. I. v.* 179.

Le pole boréal, ou le pole arctique est désigné dans Lucain & Manilius par le voisinage de la grande ourse qu'on appelloit Arctos:

> Axis inocciduus geminâ clarissimus Arcto. *Luc. VIII.* 175.
> Alter in adversum positus succedit ad Arctos. *Manil. I.* 68. 2.

Et Virgile désigne la différence des poles, dont l'un est élevé du côté du nord, l'autre abaissé au midi, en disant:

> Hic vertex nobis semper sublimis, at illum
> Sub pedibus Styx atra videt, manesque profundi. *Georg. I.* 242.

17. De même qu'on a appellé les points *P* & *R* poles de l'équateur, parce que l'équateur est à égales distances de l'un & de l'autre; on appelle en général POLES d'un cercle les deux points de la sphère qui sont les plus éloignés de ce cercle, ou ceux qui sont situés sur une ligne perpendiculaire au plan du même cercle, & passant par son centre. Ainsi le zénit est le pole de l'horizon; il en est de même de tout autre cercle: son pole en est toujours éloigné de 90° en tout sens.

18. La ligne qui passe par les deux poles d'un cercle, s'appelle aussi en général l'AXE de ce cercle: par exemple, la ligne verticale est l'axe de l'horizon. Il ne faut

---

(*a*) Le poëme de Manilius renferme une ample description des cercles de la sphère, des signes du zodiaque, des vertus qu'on leur attribuoit & des saisons. Ceux qui aimeront ce genre de poësie doivent lire aussi les poëmes de Buchanam, du Pere Boscovich & de M. Stay.

pas confondre l'axe avec le diametre d'un cercle; ce sont deux choses tout-à-fait différentes: le diametre est tiré dans le plan même du cercle, mais l'axe s'élève perpendiculairement des deux côtés, & hors de ce plan; il n'a qu'un seul point de commun avec le cercle, & c'est au centre même du cercle, où l'axe le traverse.

19. Après avoir examiné chaque jour les points où le soleil se lève & se couche, on sera naturellement tenté d'appeller milieu du jour, méridien, ou milieu du ciel, l'endroit où il est quand, après avoir monté au plus haut de sa course, il commence à descendre; c'est-à-dire, le point où est sa plus grande élévation dans le milieu du jour. Si l'on remarque de même tous les astres qui se lèvent & se couchent, on verra qu'ils sont à leur plus grande hauteur dans le milieu de l'intervalle du lever au coucher, quoique plus ou moins élevés; & l'on dira de même qu'ils sont dans le méridien. Mais ce point est différemment élevé pour les différens astres, & même pour le soleil, que nous voyons tantôt plus haut, tantôt plus bas à midi; l'on imaginera donc un grand cercle, tel que *HPZEORQH* passant par le zénit, par le nadir, & par les poles, & ce sera le méridien. Il est ainsi appellé, parce qu'il marque le milieu du jour quand le soleil y arrive: chaque point de ce cercle est également éloigné de l'horizon à droite & à gauche; ensorte que tous les astres entre leur lever & leur coucher se trouveront dans le méridien une fois au-dessus de l'horizon, & une fois au-dessous après leur coucher. Leur circulation diurne est donc partagée en quatre parties égales, depuis leur lever jusqu'à leur passage au méridien, depuis le passage au méridien jusqu'au coucher, depuis le coucher jusqu'au passage inférieur par le même cercle, & depuis ce passage à la partie inférieure du méridien, jusqu'au lever du jour suivant.

Le cercle du méridien partage tout le ciel en deux hémisphères, dont l'un est à l'orient, & l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémisphère oriental*, & l'autre *hémisphère occidental*. Le méridien passe aussi par les deux poles du monde, puisqu'il partage en deux parties tous les cercles que les astres décrivent autour des poles.

20. Le méridien d'un pays situé plus à l'orient ou plus à l'occident que Paris, est différent du méridien de Paris; & l'observateur qui marche vers l'orient ou vers l'occi-

ment change de méridien, de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident, puisque son méridien passe toujours par son nouveau zénit, & par les deux poles du monde. Ainsi de Paris à Brest, il y a environ 7°, dont Paris est plus oriental que Brest, & par conséquent le méridien de Paris differe de 7° de celui de Brest. Il n'y a qu'un moyen de changer de place sans changer de méridien: c'est d'aller directement vers le nord ou vers le sud, c'est-à-dire, vers un des poles.

21. Tous les méridiens des différens pays de la terre se réunissent & se coupent aux deux poles du monde, puisqu'ils sont tous menés d'un pole à l'autre (19); ils sont tous coupés en deux parties égales par l'équateur, puisque l'équateur est par-tout à égale distance des deux poles; ils sont tous perpendiculaires à l'équateur. Mais quand l'observateur placé dans un lieu fixe, parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il est; celui qui passe par son zénit, & que l'on conçoit comme fixe aussi bien que l'horizon.

22. Après avoir établi dans la sphère céleste, trois cercles principaux, l'horizon, l'équateur & le méridien; l'observateur doit rapporter à ces cercles tous les astres qu'il observe. C'est d'abord à l'horizon qu'il est forcé, pour ainsi dire, de les comparer; car un astre n'est visible que quand il s'élève au-dessus de l'horizon: le soleil ne nous donne le jour, la lune n'éclaire nos belles nuits, qu'après avoir surmonté ce cercle terminateur; & plus un astre s'élève au-dessus de l'horizon, plus nous avons long-temps à le voir. Cette élévation d'un astre au-dessus de l'horizon est donc un des phénomènes auxquels il étoit le plus naturel de s'attacher; ainsi l'une des premieres observations qu'on ait eu à faire, c'étoit de mesurer la hauteur d'un astre sur l'horizon.

23. Soit un observateur *O*, (*fig.* 4) dont *Z* est le zénit, & *HOR* l'horizon; puisqu'il est convenu, entre les astronomes de tous les temps, de diviser le cercle en 360°, on comptera nécessairement 90° depuis *Z* jusqu'en *R*; car *ZR* est le quart du cercle ou de la circonférence entiere; ainsi une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90° de hauteur; celle qui seroit en *A*, à égale distance de l'horizon *R*, & du zénit *Z*, en auroit 45, & ainsi des autres.

24. L'observateur *O* qui veut mesurer ces hauteurs n'a qu'à former un quart-de-cercle *BD*, de carton, de bois

au de métal, le diviser en 90 parties, placer un des côtés *BO* verticalement, au moyen d'un fil à-plomb, & dans cet état remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, sur quel point *C* répond l'astre *A*; le nombre de degrés compris entre *D* & *C* sur son instrument, sera le même que celui des degrés *AR* de la sphère céleste, qui marquent la hauteur de l'astre *A* au-dessus de l'horizon. En effet, si l'arc *DC* est la huitieme partie d'une circonférence entiere ou la moitié de *BD* sur le petit instrument, l'arc céleste *AR* sera aussi la moitié de *ZR*; ainsi l'un & l'autre seront de 45°. Les degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, & il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque, grand ou petit; c'est sur cette considération qu'est fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons sans cesse usage, puisque toutes nos mesures dans le ciel, consisteront en degrés, ou en parties de cercle.

25. Les astronomes disposent d'une maniere plus commode, le quart-de-cercle qu'ils emploient à mesurer les hauteurs: ils placent un des côtés *BO* (*fig.* 5.), de maniere qu'il soit dirigé vers l'étoile *A*, dont ils veulent mesurer la hauteur; au centre *O* de cet instrument, est suspendu librement un fil à-plomb *OED*, alors l'arc *EG* du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-plomb & le rayon *OG*, aura autant de degrés que l'arc *AR*, qui est la hauteur de l'astre *A* au-dessus de l'horizon *OR*; car la ligne verticale *ZOED* fait avec le rayon de l'étoile *BOA* un angle, dont la mesure est l'arc *ZA* d'un côté, & de l'autre l'arc *BE* qui lui est semblable, & a le même nombre de degrés; c'est ce que nous appellerons *la distance au zénit*; or, l'arc *ZA* est le complément de l'arc *AR*, comme *BE* est le complément de *EG*; ainsi l'arc *AR* est semblable à l'arc *GE*, donc ce dernier arc exprime la hauteur de l'astre, aussi bien que l'arc *AR*. Telle est la maniere dont les astronomes procèdent dans cette observation fondamentale & qui revient sans cesse: il ne s'agit, pour observer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon, que de diriger un des côtés *BO* du quart-de-cercle *BEG* vers l'astre supposé en *A*, & de voir combien le fil à-plomb *ZOED*, suspendu librement au centre *O* de l'instrument, inter-

cepte de degrés, en comptant de l'autre rayon *OG* de l'instrument, c'est-à-dire, de combien est l'arc *GE*. C'est là-dessus qu'est fondé l'usage du quart-de-cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée en parlant des fondemens de l'astronomie (331), mais dont il étoit nécessaire de donner une idée dès à présent.

26. La MESURE DES ANGLES, faite par le moyen d'un quart-de-cercle ou d'une autre portion quelconque de circonférence, est la base de toute l'astronomie: en effet, un astronome veut connoître les mouvemens & les révolutions des corps célestes, & assigner en tout temps la situation *apparente* de tous les astres, les uns par rapport aux autres; il suffit pour cela de savoir qu'à partir d'un point donné dans le ciel, un astre est avancé plus qu'un autre, d'un nombre de degrés, ou d'une portion quelconque de la circonférence. Ce n'est point en lieues, en toises, ou autres mesures absolues, que nous avons besoin de connoître ces mouvemens apparens, nous y parviendrons bien ensuite (585); mais il ne fut d'abord question parmi les anciens astronomes, & nous ne traitons nous-mêmes dans ce premier livre, que des mouvemens relatifs & apparens, qui s'expriment en degrés, minutes & secondes, ou en portions de cercle, & qui suffisent pour représenter en tout temps l'état du ciel tel qu'il paroît à nos yeux.

On observe, par exemple, qu'un astre est éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'est-à-dire, de 180°, en sorte qu'il lui est diamétralement opposé; c'est la plus grande de toutes les distances apparentes: s'il se trouve un troisieme astre à la moitié de cet intervalle, & qui paroisse entre les deux autres, nous dirons qu'il est à 90° ou un quart-de-cercle de chacun d'eux; nous mesurons également 30°, 15°, 5° de distance apparente entre d'autres astres, & toutes ces mesures se font en présentant aux objets que l'on observe un arc de cercle, comme *BD* (*fig.* 4.), dont le centre soit à notre œil *O*, & dont la partie *CD* soit semblable à la partie *AR* de la circonférence céleste, que nous voulons mesurer. Ainsi, quand nous dirons, par exemple, que la lune a un demi-degré ou 30 minutes de diametre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois cent soixantieme partie d'une circonférence, dont notre œil est le centre; ou, ce qui revient au même, que si elle étoit répétée 720 fois au-

tour de nous, ou qu'il y eût 720 lunes à la suite l'une de l'autre, cela feroit tout le tour du ciel.

27. Tandis que la sphère entiere tourne sur ses deux poles *P* & *R* (*fig.* 6.), les points situés dans l'équateur *EQ*, décrivent un cercle qui est de la grandeur même de la sphère, c'est-à-dire, qui forme l'un des grands cercles, & dont le centre *C* est aussi le centre de la sphère; mais les points qui sont plus près du pole, comme le point *A*, décrivent des cercles moindres; tel est le cercle *AB*, dont le centre est au point *D* de l'axe *PR*, & qui paroît ovale dans la figure, parceque nous le supposons vu en perspective & de côté. Ce sont ces petits cercles qu'on appelle les *paralleles à l'équateur*, ou simplement les PARALLELES. Chaque point du ciel, placé hors de l'équateur, décrit un parallele qui diminue de grandeur à mesure que ce point est plus éloigné de l'équateur. (art. 4.)

Tous ces paralleles *AB* sont coupés en deux parties égales par le cercle *HBPAO*; car leur centre *D* & leur pole *P* se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, & par conséquent les coupe en deux parties égales (19); ainsi l'astre qui placé d'abord au point *A* dans le méridien, décrit par son mouvement diurne le parallele *AB*, sera aussi long-temps à la droite qu'à la gauche du méridien, & ce cercle partagera la durée de la révolution diurne en deux parties égales.

28. Si le parallele *AB* que décrit l'étoile, est tout entier au-dessus de l'horizon *HO*, on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en *A*, puis 12 heures après en *B*; sa plus grande élévation au-dessus de l'horizon, sera dans son passage supérieur en *A*, & sa plus petite hauteur dans son passage inférieur en *B*. Mais si le parallele de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au-dessus de l'horizon, comme le parallele *MNL*, dont la partie supérieure *MN* élevée sur l'horizon, est beaucoup moindre que la partie invisible *NL*, on ne verra l'étoile que pendant la plus petite partie des 24 heures.

29. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la sphère & les *petits cercles*, que les plans des grands cercles passant tous par le centre de la sphère, la coupent en deux parties égales, au lieu que les petits cercles, tels que *AB*, coupent la sphère en deux segmens, dont

l'un est le plus petit, comme *APB*, & l'autre le plus grand, comme *AEMORLQB*.

30. Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles & les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales; la raison est évidente, si l'on considere que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la sphère, l'un des cercles passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diamètre commun, qu'on appelle *la Commune Section* de leurs deux plans: or il est de la nature d'un diamètre de couper le cercle en deux parties égales; ainsi chaque cercle est coupé par l'autre, suivant son diamètre même & en deux parties égales. Au contraire, le petit cercle étant éloigné du centre du globe, peut non-seulement être coupé en deux portions inégales, mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Ce sont-là les premiers axiomes de la Trigonométrie-Sphérique, dont il faut lire les traités, quand on veut faire quelques progrès dans l'astronomie; mais les notions que nous en donnerons ici seront suffisantes pour l'intelligence de ce livre.

Nous verrons, en parlant de la Sphère Armillaire (100), qu'on y distingue principalement six grands cercles & quatre petits; l'ordre des observations nous a conduit à distinguer déja trois grands cercles appellés l'*Horizon*, l'*Equateur* & le *Méridien*. Nous avons parlé en général des petits cercles appellés *paralleles à l'équateur*, nous parlerons des autres à mesure que les phénomènes l'exigeront.

Trouver la hauteur du Pole par le moyen des Etoiles.

31. LA DISPOSITION des trois grands cercles de la sphère, l'équateur, l'horizon & le méridien, doit former désormais la base de toutes nos observations; nous y rapporterons les astres pour en déterminer la situation & les mouvemens. Ainsi la premiere chose que nous devons faire, est de connoître leur situation réciproque, de savoir comment l'équateur est placé par rapport à notre horizon; combien le pole est élevé du côté du nord; combien l'équateur est élevé du côté du midi.

32. Puisque l'équateur n'est autre chose que le cercle sur lequel se fait le mouvement diurne, c'est ce mouvement qui doit déterminer l'équateur; & puisque ce mouvement se fait autour des poles, il servira aussi à les reconnoître. Si l'étoile polaire, dont nous avons parlé, étoit précisément & exactement située au pole du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente, il suffiroit d'en mesurer la hauteur (23), & l'on auroit la hauteur du pole; mais cette étoile en est à 2°. Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place, quand on ne la regarde qu'à la vue simple, & sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer; mais avec des instrumens, & une attention suivie, on reconnoît qu'elle décrit aussi bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pole. Cependant si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour, en doit donner la plus sûre indication.

33. L'étoile *A* (*fig.* 3 & 6.) décrivant autour du pole *P* un cercle *AB*, si cette étoile est à 2° du pole, l'arc *AP* sera de 2°, aussi bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB*, qui marque la largeur du parallele, sera de 4°; ainsi l'étoile étant au méridien en *A*, dans la partie supérieure de son parallele, aura une hauteur *AH* au-dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la hauteur *BH* de cette même étoile, lorsque 12 heures après elle sera au-dessous du pole; la différence *AB* de ces deux hauteurs sera donc de 4°. Supposons actuellement qu'on ait observé la hauteur de l'étoile en *A* & sa hauteur en *B*, il faudra, pour avoir la hauteur du pole *P*, partager en deux la différence *AB* des deux hauteurs; la moitié de cette différence sera *PB*, on l'ajoutera avec la plus petite hauteur *HB* de l'étoile, & l'on aura *HP* qui est la hauteur du pole. Par exemple, si l'étoile polaire observée à Paris, a d'abord 47°, & ensuite 51° de hauteur, la différence étant 4°, on en prendra la moitié, c'est-à-dire, 2°, ce sera la distance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui est la plus petite hauteur de l'étoile, donneront la hauteur du pole, qui sera par conséquent de 49°; ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la somme des deux hauteurs 51 & 47, & l'on trouvera 49°. C'est ainsi que les étoiles circom-

polaires, ou voisines du pole, servent à trouver sa hauteur.

34. La hauteur du pole & la hauteur de l'équateur font ensemble 90°, en sorte que la premiere étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit *P* le pole, & *E* l'équateur, *PH* la hauteur du pole, *EO* celle de l'équateur, le demi cercle *HZO* est la partie visible du ciel qui a 180°. Si l'on en retranche le quart-de-cercle *PZE* qui est la distance du pole à l'équateur, c'est-à-dire, 90°, il en doit rester nécessairement 90 autres; donc les arcs *HP* & *EO*, qui restent après avoir ôté *PZE*, font ensemble 90° : *donc la hauteur du pole* HP *est le* COMPLÉMENT (*a*) *de la hauteur de l'équateur* EO.

35. De-là il suit que la hauteur de l'équateur est égale à la distance du pole au zénit, c'est-à-dire, à *PZ*; car *ZH* est de 90°, puisque du zénit à l'horizon il y a nécessairement un quart-de-cercle; ainsi *HP* est le complément de *PZ* : mais nous venons de voir dans l'article précédent, que *HP* est le complément de *EO*, donc *PZ* est égal à *EO*, c'est-à-dire, que la distance du pole au zénit est égale à la hauteur de l'équateur.

36. Il est évident par la même raison, que la distance *ZE* du zénit à l'équateur est égale à la hauteur du pole *PH*; car *ZH* & *PE* sont chacun de 90° : si vous en retranchez la partie commune *PZ*, il restera deux arcs égaux *PH* & *ZE*, c'est-à-dire, la hauteur du pole & la distance de l'équateur au zénit.

De la grandeur de la Terre.

37. L'OBSERVATION de la hauteur du pole & de la hauteur de l'équateur, ou, si l'on veut, de la hauteur méridienne du soleil en différens pays, fut la premiere chose qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre du soleil que l'on détermina les différences de hauteurs du pole; plus on avançoit vers le nord, plus ces ombres mesurées le même jour se trouvoient longues; ce qui prouvoit que la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon étoit devenue

(*a*) On appelle *Complément d'un arc*, ce qui lui manque pour faire 90 degrés, & *Supplément* ce qui lui manque pour aller à 180 degrés.

plus petite, & que l'obſervateur ſitué vers le nord n'étoit pas ſur le même plan que l'obſervateur ſitué vers le midi, on dut en conclure que la terre étoit arrondie.

38. L'ombre de la terre dans les éclipſes de lune paroît toujours ronde; les vaiſſeaux vus de loin en pleine mer, diſparoiſſent par degrés; on les voit deſcendre & ſe perdre peu-à-peu, par la courbure de la ſurface des eaux. Telles furent les marques auxquelles les anciens philoſophes reconnurent la courbure & la rondeur de la terre.

39. Après avoir ainſi reconnu la rondeur de la terre, on ſe ſervit du même moyen pour connoître ſa grandeur; & le changement des latitudes & des hauteurs, ſoit du pole, ſoit des aſtres, ſervit à connoître l'étendue de notre globe en en meſurant une petite partie. Poſidonius obſerva, il y a 1900 ans, que l'étoile appellée Canopus, qui paſſoit au méridien d'Alexandrie, à la hauteur d'une 48e partie du cercle, ou de 7°½, ne s'élevoit preſque pas à Rhodes, mais qu'elle paſſoit à l'horizon, & ne faiſoit qu'y paroître; il ſuivoit de-là que ces deux villes (ſituées d'ailleurs ſous le même méridien ou à peu près) étoient éloignées de la 48e partie du cercle; d'un autre côté, leur diſtance itinéraire en ligne droite étoit de 3250 ſtades, ſuivant Eratoſthène, cité par Pline & Strabon, ainſi prenant 48 fois ce nombre de ſtades, on trouva que les 360° de la terre faiſoient 180000 ſtades; c'eſt ainſi que Ptolomée le ſuppoſe dans ſa géographie compoſée environ cent ans après J. C. Si l'on évalue le ſtade Egyptien avec M. le Roy (*Ruines des monumens de la Grece, p.* 55.) à 114 toiſes $\frac{13}{165}$, on aura pour la circonférence de la terre 8999 lieues, chacune de 2283 toiſes, ce qui s'éloigne bien peu de la meſure conſtatée par l'Académie, qui eſt d'environ 9000 lieues. (802.)

40. Autre exemple: on trouve en allant vers le nord que la latitude d'Amiens eſt plus grande que celle de Paris d'un degré, ou que le ſoleil à midi eſt d'un degré plus bas à Amiens qu'à Paris, c'eſt une preuve que la terre a un degré de courbure depuis Paris juſqu'à Amiens; or cette diſtance meſurée en allant toujours du midi au nord, s'eſt trouvée de 25 lieues, chacune de 2283 toiſes (802); donc un degré de la terre, ou la 360e partie de toute ſa circonférence, a 25 lieues d'étendue; d'où il ſuit que la circonférence entiere ou le tour de la terre vaut 9000 lieues, car 25 fois 360 font 9000. Lorſqu'on voit les

astres augmenter d'un degré en hauteur, c'est une preuve que notre zénit & notre horizon ont changé d'un degré; car ce sont les termes fixes auxquels se rapportent nos observations des hauteurs; si notre zénit a changé d'un degré, il a fait la 360e partie du cercle ou du tour entier de la sphère; & si 25 lieues de chemin du midi au nord le font changer d'un degré, les 9000 lieues le feroient changer de 360°, c'est-à-dire, lui feroient faire le tour du ciel, tandis que nous ferions celui de la terre; donc la terre a 9000 lieues de circuit.

Des Latitudes Géographiques ou Terrestres.

41. L'EQUATEUR & les poles que nous avons remarqués dans le ciel, se remarquent également sur la terre; car le point de la terre qui a pour zénit le pole du ciel, s'appelle naturellement le pole de la terre; & tout de même que l'équateur céleste détermine les saisons, celui de la terre détermine la température & le degré de chaleur ou de froid, qu'on éprouve en différens pays.

42. On dut remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur, c'est-à-dire, étoient précisément à égales distances des deux poles célestes: voyageant ensuite sur la terre, on vit en allant vers le midi, que ces étoiles se rapprochoient de la verticale, & passoient au méridien plus près du zénit, à mesure qu'on se trouvoit dans des pays plus méridionaux.

43. On comprit qu'en avançant encore, on parviendroit dans les endroits de la terre, où ces étoiles passent exactement par le zénit, & où les deux poles sont dans l'horizon; en effet dans ce cas-là on est évidemment sous l'équateur céleste, ou bien sur l'équateur terrestre; car l'un correspond à l'autre, ils sont dans un seul & même plan, parce que l'équateur céleste détermine l'autre; & qu'en voyant passer le soleil sur sa tête, quand il est à même distance des deux poles, c'est-à-dire, dans l'équateur, on pourroit dire: Je suis sous l'équateur céleste, ou bien: Je suis sur l'équateur de la terre.

44. L'équateur terrestre ou la *Ligne équinoxiale*, fait tout le tour de la terre, passe au milieu de l'Afrique, dans les états peu connus du Macoco & du Monoémugi, traverse la mer des Indes, les isles de Sumatra & de Bornéo, & la vaste étendue de la mer Pacifique: l'équateur

passe

passe ensuite au travers de l'Amérique Méridionale, depuis la province de Quito au Pérou, jusqu'à l'embouchure de la riviere des Amazones. Nous disons que les pays qui sont sur cette ligne, n'ont aucune *latitude*, parce que l'on appelle *Latitude* les distances à l'équateur. A mesure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, soit au septentrion, soit au midi, on avance en latitude; lorsqu'on est à un degré, ou à 25 lieues de l'équateur, on a un degré de latitude.

La LATITUDE ou la distance à l'équateur se mesure ou vers le midi ou vers le nord: on appelle *Latitude Septentrionale*, ou latitude nord, la distance à l'équateur, pour les pays qui sont du côté du nord, & *Latitude Méridionale*, ou latitude sud, celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

45. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pole, ont donc 45° de latitude; telle est la ville de Bordeaux; telles sont encore Sarlat, Aurillac, le Puy, Valence, Briançon, Turin, Casal & Plaisance, Mantoue, Rovigo, & les Bouches du Pô; en Asie, Astracan, la Tartarie Chinoise & la Terre d'Yeço. On ne sauroit avoir plus de 90° de latitude; car il n'y a que 90° entre l'équateur, d'où on les compte, & les poles où toutes les latitudes finissent & se confondent en un point.

46. La hauteur du pole, dont nous avons parlé (art. 33.) est égale à la latitude du lieu; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre, ou la distance de son zénit à l'équateur céleste, c'est-à-dire, ZE, mais ZE est égal à PH (36); donc *la latitude est égale à la hauteur du pole.*

Des Longitudes Géographiques (a).

47. Après avoir mesuré les distances du midi au nord, sous le nom de *latitudes*, il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens, c'est-à-dire, d'occident en orient; & on les a appellées LONGITUDES, parce que la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce sens.

(a) Géographie vient de Γῆ, *terre*, & de Γράφω, *j'écris*, parce que c'est la description de la terre.

là que du midi au nord, lorsque les premiers géographes ont établi leurs mesures, il y a 1800 ans.

Pour mesurer les longitudes, on conçoit plusieurs cercles perpendiculaires à l'équateur, & passant par les deux poles de la terre, tels que les cercles *PAR*, *PSR*, que l'on voit sur le globe de la figure 12. Ce sont les méridiens terrestres; tous les pays qui sont sur un même méridien, ont la même longitude.

48. LE PREMIER MÉRIDIEN, celui d'où l'on part pour compter les longitudes, est une chose arbitraire & de pure convention, parce que le ciel ne donne aucun terme fixe sur la terre pour les longitudes, au lieu que l'équateur en fournit un pour compter les latitudes. On a varié sur le choix d'un premier méridien, & encore actuellement la chose n'est pas bien fixe parmi les géographes. Voyez le P. Riccioli (*Geographia reformata*, pag. 385).

49. La déclaration du 25 Avril 1634, fixa notre premier méridien à l'extrémité de l'isle de Fer, la plus occidentale des isles Canaries. Le bourg principal de cette isle est à 19° 53′ 45″ à l'occident de Paris; mais M. de l'Isle, notre plus fameux géographe, ayant supposé pour plus de facilité & en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, les géographes de France ont suivi son exemple; ainsi dans la plupart de nos cartes *on établit le premier méridien universel à* 20° *du méridien de Paris, du côté de l'occident;* & l'on continue de compter les longitudes terrestres vers l'orient jusqu'à 360°, en faisant tout le tour de la terre.

50. Cependant les astronomes François qui déterminent communément les longitudes par la comparaison des observations faites à Paris, avec celles des différens lieux de la terre, ont une autre maniere de compter. Ils prennent, non pas en degrés, mais en temps, la différence des méridiens, ou la différence de longitude entre Paris & les autres pays; 15° de longitude font une heure, parce que les 24 heures du jour font tout le tour de la terre; chaque degré fait 4′ de temps; & au lieu de dire, par exemple, que Poitiers est à 18° de longitude, parce que cette ville est de 2° plus occidentale que Paris, ils disent que la différence des méridiens est de 8′, occidentale. C'est ainsi que Ptolomée en usa par rapport à Alexandrie; les Arabes pour Tolede, Copernic pour Frauenberg, Reinhold pour Konigsberg, Tycho & Ké-

pier pour Uranienbourg, les Hollandois pour Amsterdam, & les Anglois pour Greenwich, où est l'observatoire royal d'Angleterre.

51. Les différences des méridiens nous font juger de celles des heures que l'on compte en même temps dans ces différens pays. Un observateur qui s'avanceroit à 15° de Paris, du côté de l'orient, par exemple, à Vienne en Autriche, compteroit environ une heure de plus qu'à Paris, parce qu'allant au-devant du soleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident, il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainsi vers l'orient de 15 en 15°, il gagneroit une heure à chaque fois; & s'il faisoit le tour entier de la terre, il se trouveroit, en arrivant à Paris, avoir gagné 24 heures, & compteroit un jour de plus que nous; il seroit au lundi, tandis que nous serions encore au dimanche.

52. Un autre observateur qui s'avanceroit du côté du couchant, retarderoit de la même quantité, & revenant à Paris après le tour du monde, il ne compteroit que samedi lorsque nous serions au dimanche. On éprouvera cette singularité dans la maniere de compter, toutes les fois qu'on verra arriver un vaisseau qui aura fait le tour du monde, en continuant de compter les jours dans le même ordre, sans s'assujettir au calendrier des pays où il aura passé.

53. Par la même raison, les habitans des isles de la mer du Sud qui sont éloignés de 12 heures de notre méridien, doivent voir les voyageurs qui viennent des Indes & ceux qui leur viennent de l'Amérique, compter différemment les jours de la semaine, les premiers ayant un jour de plus que les autres; car supposant qu'il est dimanche à midi pour Paris, ceux qui sont dans les Indes, disent qu'il y a 6 heures que dimanche est commencé; & ceux qui sont en Amérique, disent qu'il s'en faut au contraire plusieurs heures. Cela parut très-singulier à nos anciens voyageurs qu'on accusa d'abord de s'être trompés dans leur calcul & d'avoir perdu le fil de leurs almanacs. Dampier étant allé à Mendanao par l'ouest, trouva qu'on y comptoit un jour de plus que lui. (Voyez les Voyages de Dampier, Tome I.) Varenius dit même qu'à Macao, ville maritime de la Chine, les Portugais comptent habituellement un jour de plus que les Espagnols ne comptent aux Philippines; les premiers sont au dimanche tan-

dis que les seconds ne comptent que samedi, quoiqu'ils soient peu éloignés les uns des autres; cela vient de ce que les Portugais établis à Macao y sont allés par le Cap de Bonne-Espérance ou par l'orient, & que les Espagnols sont allés aux Philippines par l'occident, c'est-à-dire, en partant de l'Amérique & traversant la mer du Sud.

54. C'est une chose des plus nécessaires, mais en même-temps des plus difficiles dans l'astronomie, la géographie & la navigation, que de trouver les longitudes: il s'agit de savoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique est éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de degrés vers l'occident pour arriver à la Martinique: la méthode que les astronomes emploient, consiste à chercher dans le ciel un phénomène ou un signal qui puisse être apperçu au même instant de Paris & de la Martinique; par exemple, le moment où commence une éclipse de lune: s'il est minuit à la Martinique quand l'éclipse y commence, & que dans ce même moment on ait compté $4^h\ 13'$ du matin à Paris, nous sommes assurés qu'il y a $4^h\ 13'$ de temps, ce qui fait un arc de $63°\ 15'$, du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet, le soleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, & une heure à faire 15°: si les habitans de la Martinique avoient le midi plus tard que nous d'une heure, nous serions assurés par-là-même, qu'ils sont à 15° de nous vers l'occident; mais ils l'ont plus tard que nous de $4^h\ 13'$, suivant l'observation; ils sont donc plus avancés de $63°\ \frac{1}{4}$, qui répondent à $4^h\ 13'$, à raison de 15° pour chaque heure, & d'un degré pour 4' de temps.

Du mouvement propre de la Lune & de ses phases.

55. Après avoir observé le mouvement diurne commun à tous les astres, comme le premier de tous les phénomènes célestes que les hommes ont dû remarquer, même sans aucune espece d'application, nous passerons au mouvement *propre*, ou mouvement particulier des planètes qui se fait en sens contraire, c'est-à-dire, vers l'orient. Le plus simple & le plus sensible de tous ces mouvemens propres, celui qui dût frapper le plus tous les yeux, fut le mouvement de la lune. Tous les mois cet-

astre change de figure & fait le tour du ciel dans un sens contraire à celui du mouvement général ; & tandis que chaque jour la lune paroît se lever & se coucher comme tous les autres astres en allant d'orient en occident, elle retarde chaque jour & semble rester en arriere des étoiles, ou reculer vers l'orient d'environ 13°. Ce mouvement particulier par lequel la lune se retire peu à peu vers l'orient, dans le temps même qu'elle va comme les autres astres vers le couchant, s'appelle *le mouvement propre*, ou mouvement périodique, & c'est un mouvement réel qui a lieu dans cette planète. Il est si considérable que dans 27 jours la lune qui aura paru d'abord auprès de quelque belle étoile, s'en détache, s'en éloigne, & fait le tour du ciel à contre-sens du mouvement diurne ou commun ; elle revient au bout des 27 jours se replacer à côté de la même étoile ; à la fin du premier jour elle s'en étoit éloignée de 13° ou un peu plus ; le second jour elle en étoit à 26°, le troisieme à 39°, &c ; enfin après 27 jours elle s'en étoit éloignée de 360°, & par conséquent elle est revenue la joindre par le côté opposé ; ainsi elle se retrouve au même point où elle paroissoit le mois d'auparavant, après avoir paru répondre successivement aux étoiles qui sont autour du ciel.

56. Les phases (*a*) de la lune ou les diverses apparences de sa lumiere furent des phénomènes encore plus remarquables & plus sensibles à tous les yeux ; après avoir paru pendant toute la nuit sous une forme ronde, large & brillante, que nous appellons la pleine lune, elle perd peu-à-peu de sa lumiere, de sa largeur & de son disque apparent, elle se lève plus tard, elle n'éclaire plus que pendant la moitié de la nuit, elle devient *dichotome* (*b*) & ressemble à un cercle dont on auroit coupé la moitié ; quelques jours après continuant de se rapprocher du soleil, ce n'est plus qu'un croissant qui paroît le matin à l'orient avant que le soleil se lève, les cornes vers le haut, opposées au soleil, mais qui diminuant peu à

(*a*) Φάσις, *Apparitio* ; ce sont les différentes manieres dont la lune paroît à nos yeux.

(*b*) Δίκερος, *bicornis* ; Τόμος, *frustum sectione ablatum*.

peu de grandeur & de lumiere, se perd dans les rayons du soleil, & disparoît enfin totalement.

57. La lune, après avoir disparu totalement pendant 3 ou 4 jours, reparoît le soir à l'occident après le coucher du soleil, sous la forme d'un croissant dont les pointes sont toujours vers le haut, ou à l'opposite du soleil; mais continuant d'avancer vers l'orient & de s'éloigner du soleil par son mouvement propre, elle augmente de grandeur & de lumiere; son croissant est plus fort, on la voit plus aisément & plus long-temps. Elle devient ensuite comme un demi-cercle & paroît en quartier, ou en quadrature, lorsqu'elle s'est éloignée du soleil de 90°; c'est ce qu'on appelle premier quartier; enfin 7 à 8 jours après elle reparoît pleine, ronde & lumineuse, comme elle étoit un mois auparavant, elle passe alors au méridien à minuit, & l'on voit qu'elle est opposée au soleil.

58. Ce sont ces phases & ces aspects de la lune qui occasionnerent autrefois l'usage de compter par mois & par semaines de sept jours (542), à cause du retour des phases de la lune en un mois, & parce que la lune tous les sept jours environ paroît, pour ainsi dire, sous une forme nouvelle; aussi les premiers peuples du monde se servirent de la lune pour compter les temps; il n'y avoit dans le ciel aucun signal dont les différences, les alternatives & les époques fussent plus remarquables; & il est probable que tous ces peuples avoient puisé dans la plus haute antiquité, & comme dans la source commune du genre humain, ou dans un instinct également naturel à tous, cette maniere de distribuer leurs exercices & de fixer leurs assemblées par le moyen de la lune. (Voyez le *Spectacle de la nature*, *Tome IV*, *page* 283.) Nous en parlerons plus au long dans le IVe livre, nous y expliquerons les phases de la lune, & nous ferons voir qu'elles sont produites par la lumiere du soleil qui éclaire toujours la moitié de la lune. Si nous n'appercevons souvent qu'une petite partie de cet hémisphère éclairé, & si nous le perdons même de vue tous les mois, c'est parce que la lune étant presque pour-lors entre le soleil & nous, elle tourne vers le soleil son hémisphère lumineux, & vers nous son hémisphère obscur; or un objet qui n'est point éclairé ne peut être apperçu, à moins que ce ne soit un corps de lumiere comme le soleil.

Du Mouvement annuel & de l'Ecliptique.

59. Le mouvement propre de la lune est le plus prompt & le plus remarquable de tous ceux que l'on observe dans le ciel; mais il en est un encore plus important pour nous, c'est le mouvement périodique ou annuel que le soleil paroît avoir, qu'on appelle aussi mouvement propre du soleil; c'est après le mouvement diurne, un des phénomènes les plus frappans, puisque la différence des saisons, les chaleurs de l'été & les rigueurs de l'hyver en dépendent aussi bien que la longueur des jours & des nuits qui varie si fort dans le cours d'une année. Ce mouvement n'est en lui-même qu'une apparence (400), & il provient du mouvement annuel de la terre; mais il ne s'agit encore que d'examiner les phénomènes & les apparences, avant que de nous élever à la contemplation des causes qui les produisent.

60. Si l'on remarque le soir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du soleil, & qu'on la considere attentivement plusieurs jours de suite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du soleil; en sorte qu'elle disparoîtra à la fin, & sera effacée par les rayons & la lumiere du soleil, dont elle étoit assez loin quelques jours auparavant. Il sera aisé en même temps de reconnoître que c'est le soleil qui s'est approché de l'étoile, & que ce n'est pas l'étoile qui s'est approchée du soleil. En effet, voyant que toutes les étoiles se levent & se couchent tous les jours aux mêmes points de l'horizon, vis-à-vis des mêmes objets terrestres, qu'elles sont toujours aux mêmes distances, tandis que le soleil change continuellement les points de son lever & de son coucher & sa distance aux étoiles, voyant d'ailleurs chaque étoile se lever tous les jours environ 4' plutôt que le jour précédent, c'est ce que nous appellons l'accélération diurne des étoiles (350), on ne doutera pas que le soleil seul n'ait changé de place par rapport à l'étoile, & ne se soit rapproché d'elle. Cette observation peut se faire en tout temps, mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planète: nous apprendrons bientôt la maniere de les distinguer (83).

61. Le premier phénomène que présente le mouvement propre du soleil est donc celui-ci: *le soleil se rappro-*

che de jour en jour des étoiles qui sont plus orientales que lui; c'est-à-dire, qu'il s'avance chaque jour vers l'orient: ainsi le mouvement propre du soleil se fait d'occident en orient: tous les jours il est d'environ un degré, & au bout de 365 jours on revoit l'étoile vers le couchant, à la même heure & au même endroit où elle paroissoit l'année précédente à pareil jour; c'est-à-dire, que le soleil est revenu se placer au même point par rapport à l'étoile; il aura donc fait une révolution: c'est ce que nous appellons le *mouvement annuel.*

62. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du soleil, imaginons un grand globe, ou, si l'on veut, une grosse boule, traversée au centre, ou diamétralement, par un *axe* ou aissieu, qui soit soutenu à ses extrémités dans les points *P* & *R* (*fig.* 12); & qu'on fasse tourner ce globe, on aura une idée du mouvement diurne de la sphère. Si l'on place un insecte en *S*, à égale distance des deux poles *P* & *R*, il sera obligé de tourner avec le globe, & il décrira l'*équateur ASQ*: si l'on en place un autre en *B*, plus près d'un des poles que de l'autre, il décrira un *parallele BC*, dont la circonférence est plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un sens, l'insecte que nous supposons en *S*, pourroit aussi marcher insensiblement dans le sens opposé; il imiteroit alors le mouvement annuel ou propre du soleil, qui s'avance peu à peu vers l'orient, pendant qu'il est emporté chaque jour avec tout le ciel & d'un mouvement commun, vers l'occident. Ces deux mouvemens sont fort bien exprimés dans ces quatre vers d'Ovide:

Adde quod assiduâ rapitur vertigine cœlum,
Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet;
Nitor in adversum; nec me (qui cætera) vincit
Impetus; & rapido contrarius evehor orbi. *Metam. II.* 70.

63. Ce mouvement annuel, ou mouvement propre du soleil, qui se fait d'occident en orient, est donc contraire au mouvement diurne, au mouvement commun de tout le ciel, qui se fait vers l'occident, & que nous avons expliqué en commençant. Chaque jour, le soleil, aussi bien que les étoiles, fait une révolution autour de nous, du levant au couchant, ou d'orient en occident; mais pendant ce temps-là le soleil fait environ un degré

en sens contraire, ou d'occident en orient, & répond successivement à différentes étoiles.

64. La trace de ce mouvement annuel, observée avec soin, s'est trouvée être un cercle; & ce cercle a été appellé ECLIPTIQUE (*a*); il a fallu d'abord en déterminer la situation: c'est la premiere recherche que les anciens Astronomes aient faite, & nous allons les suivre ou les deviner, s'il est possible, dans leur marche.

L'écliptique, la route apparente & annuelle du soleil, est différente de l'équateur ou du cercle diurne, dont nous avons indiqué la position (15). Les premiers Caldéens qui observèrent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 54°; & si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur, il auroit paru tous les jours à midi élevé de 54°. Bien loin de-là, ils appercevoient en été que le soleil s'élevoit de 24° au-dessus de l'équateur, & descendoit en hyver de 24° au-dessous, en sorte que sa hauteur vers le milieu du jour, ou sa hauteur méridienne (19) étoit de 78° en été, & de 30° seulement en hyver; d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24°. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; car on observoit deux fois l'année, au printemps & en automne, que la hauteur du soleil à midi étoit précisément égale à la hauteur de l'équateur, c'est-à-dire, de 54.; d'où il suivoit que dans ces deux jours-là le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24°.

65. Ainsi l'écliptique, la trace du mouvement annuel du soleil, est un cercle de la sphère, qui coupe l'équateur en deux points, mais qui s'en éloigne ensuite de 24° au nord & au midi. Et comme ces deux distances sont égales, on dut en conclure que l'écliptique étoit un grand cercle de la sphère; car c'est la propriété des grands cercles de se couper en deux parties égales (30). Il s'agissoit ensuite de déterminer dans la voûte céleste & parmi les étoiles fixes, la route ou la trace de l'écliptique, & de reconnoître les étoiles par lesquelles devoit

(*a*) Du mot grec Ἐκλείπω, *deficio*, parce que la lune est toujours dans l'écliptique, à très-peu près, lorsqu'il y a éclipse de lune ou de soleil.

tasser le soleil à chaque jour de l'année, pour être en état de représenter ce cercle solaire sur le globe où nous avons tracé l'équateur (15).

66. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année, éloignés de six mois l'un de l'autre, où le soleil se trouvoit avoir 54° de hauteur méridienne, & par conséquent la même hauteur que l'équateur. On appella ces deux jours-là *jours des équinoxes*, parce que le soleil décrivant ces jours-là l'équateur, étoit 12 heures au-dessus de l'horizon, & 12 heures au-dessous, c'est-à-dire, que le jour étoit égal à la nuit; l'un a été appellé équinoxe du printemps, parce qu'il arrive à la fin de l'hyver, l'autre est l'équinoxe d'automne.

67. Ayant remarqué, le jour de l'équinoxe du printemps, quelle étoile ou quel point du ciel passoit au méridien, 12 heures après le soleil, ou à minuit, à la hauteur de l'équateur, on étoit sûr de connoître le point opposé au soleil, c'est-à-dire, l'équinoxe d'automne, & l'endroit où devoit se trouver le soleil six mois après, en traversant l'équateur dans le point opposé.

C'est ainsi qu'on a dû reconnoître & remarquer dans le ciel le point équinoxial d'automne, quand le soleil étoit dans celui du printemps, & celui du printemps quand le soleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne, ou dans le point opposé; par-là on a appris à distinguer dans le ciel étoilé ces deux points essentiels dans l'Astronomie.

68. Les points de l'écliptique situés entre les équinoxes, & dans lesquels se trouve le soleil lorsqu'il est le plus éloigné de l'équateur, ont été appellés solstices, (*solis stationes*) parce que le soleil étant arrivé à ce plus grand éloignement, semble être quelques jours à la même distance de l'équateur, sans s'en éloigner ni s'en rapprocher, du moins sensiblement: c'est ce qui arrive le 21 de Juin & le 21 de Décembre.

Ainsi tout est déterminé à l'égard de l'écliptique: nous connoissons les deux points équinoxiaux où ce cercle traverse l'équateur; nous savons qu'il s'en éloigne ensuite au-dessus & au-dessous, au nord & au midi, dans les solstices, & cet éloignement étoit autrefois de 24°; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique: nous parlerons bientôt de la division de ce cercle en 12 signes (art. 76).

69. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui est représenté dans la figure 12, & marqué sur ce globe les étoiles dont on avoit remarqué les positions; après y avoir tracé l'équateur & les poles (15), on fut en état de tracer aussi l'écliptique, & de remarquer les étoiles parmi lesquelles ce cercle devoit passer; c'est-ce que firent les plus anciens Astronomes.

De l'obliquité de l'Ecliptique, & des Tropiques (a).

70. La distance ou l'arc d'environ 24° compris entre l'équateur & l'écliptique dans les points solstitiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. Il a fallu, pour connoître cette obliquité, observer combien le soleil en été s'élevoit au-dessus de l'équateur, & combien en hyver il s'abaissoit au-dessous (64); ou, si l'on veut, il a fallu remarquer combien le soleil étoit plus élevé à midi en été qu'il ne l'étoit à midi en hyver; & ayant trouvé 47° de différence, la moitié de cette différence, ou 23° ½, a donné la plus grande distance entre l'écliptique & l'équateur. Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode pour déterminer l'obliquité de l'écliptique.

71. Cette obliquité de l'écliptique étoit, il y a 2000 ans, d'environ 24°; elle n'est plus aujourd'hui que de 23° 28', & diminue d'environ une minute tous les 100 ans. (art. 758).

72. Les anciens, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, observoient les ombres solstitiales du soleil. Soit *AB* (*fig.* 7) un Gnomon (*b*), un style quelconque élevé verticalement, comme étoit l'obélisque du champ de Mars à Rome, ou une ouverture *A* faite dans un mur *AB* pour laisser passer un rayon du soleil; soit *SAE* le rayon au solstice d'hyver, *BE* l'ombre du soleil; *OAC* le rayon du solstice d'été, & *BC* l'ombre solstitiale la plus courte; dans le triangle *ABC*, rectangle en *B*, & dont on connoît les côtés *AB*, *BC*, il est aisé de trouver,

(*a*) Les Tropiques tirent leur nom du mot grec Τρέπω, *verto*, parce que le soleil arrivé aux tropiques, semble retourner sur ses pas, ou du moins vers l'équateur.

(*b*) Γνώμων, Regle droite, Style droit. Les plus fameux gnomons qui aient servi à cet usage, sont ceux de Bologne, de Saint Sulpice, de Florence, de Paris & de Rome.

ou par le moyen d'un compas, ou par les regles de la Trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle *ACB* ou *OCB*, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle *ABE*, & l'on aura l'angle *E*, égal à la hauteur du soleil au solstice d'hyver. C'est ainsi que, suivant Pythæas cité par Strabon & Ptolomée, d'après Hipparque, la hauteur *AB* du gnomon étoit à la longueur de l'ombre en été à Bizance & à Marseille 250 ans avant Jésus-Christ, comme 120 sont à 41 $\frac{4}{5}$, d'où Gassendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23° 52' pour ce temps-là.

73. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne, est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil; quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur, ou qu'il a 10° de déclinaison, il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10°, & passe au zénit de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son plus grand éloignement *B*, qui est de 23°$\frac{1}{2}$, il décrit un parallele *BC* (*fig.* 12) le plus éloigné de l'équateur, le plus petit qu'il puisse décrire, c'est celui-là qu'on appelle *Tropique*, du mot grec qui signifie *je retourne*. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur; l'un se nomme le *Tropique du Cancer*, parce que le soleil décrit celui-ci le jour du solstice d'été, entrant dans le signe du cancer; l'autre s'appelle le *Tropique du Capricorne*, parce qu'il est décrit au temps du solstice d'hyver, où le soleil entre dans le capricorne. Ainsi les tropiques comprennent tout l'espace dans lequel peut se trouver le soleil, & cet espace est de 47°. Les tropiques touchent l'écliptique, & se confondent avec ce cercle dans les points solstitiaux.

74. Le tropique du cancer passe sur la terre un peu au-delà du Mont Atlas, sur la côte occidentale de l'Afrique, puis à Syene en Ethiopie, de-là sur la Mer rouge, le Mont Sinaï, sur la Mecque, patrie de Mahomet, sur l'Arabie heureuse, l'extrémité de la Perse, les Indes, la Chine, la Mer pacifique, le Mexique & l'isle de Cuba. Le tropique du capricorne passe dans le pays des Hottentots en Afrique, dans le Brésil, le Paraguay & le Pérou.

75. Quand nous disons que le soleil décrit chaque jour un paralelle à l'équateur, nous supposons que sa décli-

saison soit la même pendant les 24 heures, & qu'il reste au même point de l'écliptique, ou du moins à même distance de l'équateur; cela n'est pas rigoureusement exact, puisque le soleil change continuellement de distance à l'équateur, & par conséquent se trouve à chaque instant dans un parallele différent; il décrit plutôt une spirale qu'un cercle; mais pour simplifier les expressions & les idées, on suppose dans les premiers élémens d'Astronomie que le mouvement diurne du soleil se fasse dans un cercle parallele à l'équateur; c'est-à-dire, qu'on regarde comme insensible la petite quantité dont le soleil se rapproche d'un des poles, dans l'espace de 24 heures.

Mouvement du Soleil.

76. Pour compter & mesurer les mouvemens du soleil & des autres corps célestes, il falloit nécessairement choisir dans le ciel un point d'où l'on pût partir, & auquel on pût tout rapporter. Le retour des saisons, qui étoit pour les hommes la chose la plus remarquable & la plus intéressante de toute l'Astronomie, fixa ce point de départ. Le soleil, par son cours annuel dans l'écliptique, revenoit chaque année traverser l'équateur, & redonner le printemps aux campagnes (66); ce renouvellement de la nature servit à marquer le commencement de l'année, & les astronomes se servirent, pour commencer leurs mesures, du point où arrivoit ce changement, c'est-à-dire, du point d'intersection de l'écliptique & de l'équateur. On appelle donc LONGITUDE la distance du soleil au point équinoxial, comptée le long de l'écliptique. Quand le soleil a parcouru 30° de l'écliptique par son mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30°, ou un signe de longitude, & ainsi de suite jusqu'à 12 signes. Les 30 premiers degrés sont compris sous le nom de *Bélier* qu'on représente par ce caractere ♈; les 30 degrés qui suivent forment le *Taureau* ♉, après quoi viennent les *Gemeaux* ♊, l'*Ecrevisse* ♋, le *Lion* ♌, la *Vierge* ♍, la *Balance* ♎, le *Scorpion* ♏, le *Sagittaire* ♐, le *Capricorne* ♑, le *Verseau* ♒, les *Poissons* ♓, comme l'indiquent les deux vers suivans:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

[illegible] les signes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique comptées depuis l'équinoxe, sont différens des *Constellations* ou figures étoilées qui portent les mêmes noms (230) ; on distingue le signe du Bélier de la constellation du Bélier ; l'un n'est autre chose que la premiere douzieme ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique, l'autre est un assemblage d'étoiles, qui, à la vérité, répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le signe du Bélier, auquel il a donné son nom, mais qui est actuellement beaucoup plus avancé, comme nous le dirons en parlant de la précession des équinoxes (319).

78. Pour déterminer la longitude du soleil, les premiers astronomes n'eurent pas besoin d'autre chose, que des deux solstices & des deux équinoxes : ces quatre observations partageoient l'année en quatre saisons ; on examinoit par le moyen des ombres, la plus petite hauteur du soleil, on avoit le solstice d'été ; la plus grande hauteur indiquoit le solstice d'hyver ; & la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs solstitiales, ou la hauteur de l'équateur, indiquoit les jours des équinoxes ; ces observations firent connoître aux premiers observateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, & en même temps elle leur fit connoître à quels jours de l'année civile le soleil se trouvoit au commencement de chaque signe.

79. Nous observons actuellement que le soleil entre dans le Bélier le 20 de Mars, dans le Taureau le 20 Avril, dans les Gemeaux le 21 Mai, dans le Cancer le 21 Juin, dans le Lion le 22 Juillet, dans la Vierge le 23 Août, dans la Balance le 23 Septembre, dans le Scorpion le 23 Octobre, dans le Sagittaire le 22 Novembre, dans le Capricorne le 21 Décembre, dans le Verseau le 19 Janvier, dans les Poissons le 18 Février ; cela suffit pour montrer comment on marque sur les globes la correspondance des jours avec les signes du zodiaque, & pour trouver le jour de l'année où le soleil répond à chaque degré des 12 signes.

80. Les quatre observations des équinoxes & des solstices suffisoient pour faire connoître aux anciens observateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'est-à-dire, combien de fois le soleil se levoit & se couchoit entre deux équinoxes du printemps, ou

entre deux solstices; ils pouvoient aussi reconnoître le mouvement annuel, ou le mouvement propre du soleil (60), en remarquant les étoiles dont il se rapprochoit successivement dans le cours d'une année; il ne fut pas difficile de voir qu'il falloit 365 jours pour ramener le soleil vers les mêmes étoiles, c'est-à-dire, qu'il se couchoit & se levoit 365 fois avant que de se retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années, peut-être bien des siecles, pour remarquer qu'il y avoit environ 6 heures de plus, c'est-à-dire, que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le soleil un peu moins avancé vers l'étoile, à laquelle on avoit imaginé de le comparer, & cela d'un degré, ou de la valeur d'un jour: ce retard devint ensuite plus sensible; & au bout de soixante ans on dût voir le soleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire, si chaque retour eût été exactement de 365 jours.

81. Le retour des saisons fut un moyen encore plus naturel & plus sensible de déterminer la durée des révolutions du soleil: les anciens astronomes observoient le retour du soleil à l'équinoxe, c'est-à-dire, son passage dans l'équateur (78); ils voyoient qu'en 60 années, de 365 jours chacune, le soleil ne revenoit point précisément à l'équateur, & qu'il lui falloit environ 15 jours de plus: il s'ensuivoit naturellement que la durée de sa période étoit, non pas de 365j exactement, mais de 365j & 6 heures.

82. On a observé depuis ce temps-là plus souvent & plus exactement les équinoxes; ainsi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de précision; on l'a trouvée de 365j 5h 48′ 45″ (art. 315). L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 secondes de temps. Mais il faut bien remarquer que c'est ici la durée de l'année *tropique*, ou du retour des saisons; car l'année *sidérale*, c'est-à-dire, celle qui ramene le soleil à une même étoile, est plus longue, étant de 365j 6h 9′ 10″. On en verra la raison lorsqu'il sera question de la précession des équinoxes (321).

Des Planètes en général.

83. Le premier de tous les mouvemens célestes que les hommes apperçurent fut le mouvement diurne (2), commun à tout le ciel; les mouvemens propres du soleil

& de la lune furent ensuite les plus faciles à remarquer; enfin, des observations plus répétées, plus assidues, firent voir que parmi les astres qui brillent dans une belle nuit, il y en avoit six dont le mouvement propre se faisoit aussi remarquer, & on les appella PLANÈTES (a). Leurs noms sont *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, *& Saturne* ♄. Ces planètes sont quelquefois plus brillantes que les étoiles, mais d'une lumière tranquille, & sans aucune scintillation (excepté peut-être Vénus) tandis que les étoiles fixes répandent une lumiere éclatante & vive, dont la scintillation, c'est-à-dire, le frémissement, annonce que les étoiles sont des corps lumineux par eux-mêmes, des especes de soleils, que l'éloignement seul nous fait paroître très-petits.

84. Les planètes seront faciles à distinguer dans le ciel, lorsqu'on aura reconnu les 12 constellations du zodiaque, dont nous parlerons ci-après (230); car il n'y a dans ces 12 constellations que quatre étoiles de la premiere grandeur, *Aldébaran*, *Regulus*, l'*Epi* & *Antarès*, qui ressemblent aux planètes par leur éclat. Lorsqu'on connoît la situation de ces quatre étoiles, on distingue bientôt une planète d'une étoile fixe, dès qu'on voit la premiere aux environs de l'écliptique; mais pour distinguer laquelle des six planètes on apperçoit, il faut savoir calculer sa situation actuelle (442).

85. Les planètes parcourent le zodiaque aussi-bien que le soleil, par un mouvement propre à chacune, & décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique; car Vénus, qui s'en écarte le plus, n'a jamais au-delà de 8° ½ de latitude ou de distance à l'écliptique. Les révolutions périodiques des planètes ou les temps qu'elles emploient à revenir au même point du ciel, sont faciles à déterminer, en observant leurs retours à une étoile; en voici les durées, d'après les observations les plus récentes, car les anciens s'étoient trompés de beaucoup dans les durées de ces révolutions: Mercure, 87j 23h; la lune 27j 7h 43′; Vénus, 224j 17h; le soleil, 365j 6h; Mars 1 an 321j 23h; Jupiter, 11 années communes 317j; & Saturne, 29 ans 177j.

Nous

(a) Πλανήτης, *erraticus*, parce que ce sont des astres errans dans le ciel.

Nous verrons bientôt la maniere de les trouver exactement par rapport aux équinoxes (454).

Des Ascensions droites, Déclinaisons, Longitudes & Latitudes des Astres.

86. Quand les premiers astronomes eurent reconnu les planètes & les durées de leurs révolutions, ils voulurent partager ces révolutions en différentes parties, & assigner à chaque planète une place pour chaque jour en partant du point fixe que l'on avoit choisi, c'est-à-dire, de la section du Bélier ou du point équinoxial (76); mais le cercle que décrit le soleil par son mouvement annuel, ne servit d'abord qu'à mesurer la marche du soleil; on trouva qu'il étoit facile de rapporter à l'équateur les mouvemens des autres planètes, & on employa véritablement l'équateur à cet usage, de la maniere suivante.

87. Supposons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui soit voisine de l'équinoxe ou du point où se coupent les deux cercles de l'écliptique & de l'équateur, & qu'on veuille par son moyen déterminer les positions des autres étoiles, la méthode la plus simple sera de suivre l'équateur tout autour du ciel, à mesure que les astres se succèdent par le mouvement diurne; on appelle les intervalles de l'un à l'autre, *différences d'ascension droite*. La raison de cette dénomination, est que quand on suppose la sphère droite, c'est-à-dire, l'équateur à angles droits sur l'horizon, comme cela auroit lieu si nous étions situés sous l'équateur ou sous la ligne équinoxiale, les astres se lèvent tout droit, & non point obliquement; alors les étoiles qui sont plus avancées vers l'orient de 15° que la premiere étoile d'où l'on est parti, se lèvent une heure plus tard: on dit alors que leur différence d'ascension droite est de 15° ou d'une heure.

88. Dans une sphère oblique où l'équateur est incliné à l'horizon, comme dans toute l'Europe, ce n'est pas le lever des étoiles qu'il faut choisir, mais leur passage au méridien; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équateur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au même point de l'équateur, passent au méridien ensemble; & nous disons que leur ascension droite est la même, parce qu'elles se lèveroient toutes en même temps si nous étions sous l'équateur.

89. Soit *EQ* (*fig.* 17) une portion de l'équateur; *ZM* le méridien; les étoiles *A*, *B*, qui passent par le méridien avec le point *M* de l'équateur ont leur ascension droite marquée par ce point *M*; & si ce point de l'équateur passe au méridien une heure plus tard que le point équinoxial, nous dirons que toutes ces étoiles ont une heure ou 15° d'ascension droite; celles qui passeront deux heures plus tard que la première étoile du Bélier auront par rapport à elle 30° de différence d'ascension droite; ainsi l'ASCENSION DROITE d'un astre est sa distance à l'équinoxe comptée sur l'équateur.

90. Si l'on connoît l'ascension droite d'une étoile ou sa distance à l'équinoxe comptée le long de l'équateur, on trouvera aisément celles de toutes les autres étoiles, en observant combien elles passent au méridien plus tard que la première; les intervalles de temps convertis en degrés à raison de 15° par heure, donneront leurs différences d'ascension droite, qui étant ajoutées à celle de la première étoile que l'on connoît, donneront les ascensions droites de toutes les autres. Il est vrai que nous supposons ici qu'on reconnoisse dans le ciel le point équinoxial, ou qu'on connoisse bien d'avance l'ascension droite de la première étoile; on verra ci-après la maniere de la trouver exactement (316).

91. Lorsqu'on voit plusieurs étoiles passer ensemble par le méridien, quoiqu'elles aient toutes la même ascension droite, elles sont plus élevées les unes que les autres; l'une paroît en *A*, l'autre en *B*, & leur distance à l'équateur *EMQ*, s'appelle DÉCLINAISON: ainsi *BM* est la déclinaison de l'étoile *B*; *AM* est la déclinaison de l'étoile *A*. Si l'on observe l'étoile *A* passant dans le méridien à 51° de hauteur (23) & que l'on connoisse la hauteur de l'équateur de 41° (33), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au-dessus de l'équateur, ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est BORÉALE ou septentrionale; mais quand elle est au-dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on dit que sa déclinaison est AUSTRALE ou méridionale.

92. Par la même raison, l'on appelle CERCLES DE DÉCLINAISON, tous les cercles qui passant par les deux poles du monde, sont perpendiculaires à l'équateur. Ces

cercles, sont des *méridiens* quand on les considère sur la surface de la terre; ce sont des CERCLES HORAIRES quand on n'examine que leur distance au méridien, parce qu'ils indiquent l'heure qu'il est: ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens, ou de cercles horaires, se prennent souvent l'un pour l'autre; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différens; la première se rapporte à l'équateur; la seconde aux longitudes géographiques & terrestres; la troisieme à la distance des astres par rapport au méridien d'un observateur, comme nous l'expliquerons en parlant du temps vrai (201).

93. Le mouvement diurne de tous les astres nous a fourni une méthode simple & naturelle de les rapporter à l'équateur, de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste, c'est-à-dire, leurs ascensions droites, & leurs distances à ce cercle ou leurs déclinaisons. Si l'on veut préférer l'écliptique (64) en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis long-temps parmi les astronomes, on appellera LONGITUDES ces distances ainsi mesurées le long de l'écliptique, en partant toujours du même point équinoxial, comme nous l'avons fait pour le soleil (76).

94. Soit ♈ *Q* (*fig.* 18.) l'équateur, ♈ *C* l'écliptique inclinée à l'équateur de 23° ½, *S* une étoile qui répond perpendiculairement au point *M* de l'équateur; si l'on tire également un arc de cercle *S E B* perpendiculaire sur l'écliptique, le point *B* marquera le point de l'écliptique auquel se rapporte l'étoile *S*, & l'arc de l'écliptique ♈ *B* sera la longitude de l'étoile; ainsi *la longitude d'un astre est l'arc ou la distance entre l'équinoxe & le point de l'écliptique, auquel cet astre répond perpendiculairement.*

95. Entre plusieurs astres qui répondent au même point de l'écliptique, les uns en sont plus voisins que les autres; ils ont différentes LATITUDES, c'est-à-dire, différentes distances à l'écliptique. Si l'étoile placée en *S*, est éloignée de l'écliptique ♈ *B C* d'une quantité *S B* mesurée perpendiculairement, on dit que la latitude est *S B*; si elle étoit placée en *E*, elle auroit la même longitude, mais sa latitude *E B* seroit moindre.

96. Les cercles tracés sur la surface du globe perpendiculairement à l'écliptique, tels que *S B*, s'appellent

CERCLES DE LATITUDES, parce qu'ils servent en effet à compter les latitudes, en même temps qu'ils servent à marquer les longitudes sur l'écliptique.

97. Les observations que font les astronomes sur la position des astres, procèdent toujours par ascension droite & déclinaison: ils n'emploient presque jamais d'autre méthode pour déterminer les situations & les mouvemens des planètes, parce que l'équateur & le méridien sont les cercles les plus familiers, les plus constans, les plus aisés à déterminer & à reconnoître; ce qui rend les mesures plus naturelles, plus faciles & plus exactes (89).

98. Cependant les astronomes comptent ensuite les mouvemens des planètes par longitudes & latitudes, c'est-à-dire, qu'ils les rapportent à l'écliptique dans toutes leurs tables astronomiques; la raison en est également naturelle; c'est dans l'écliptique où le soleil paroît se mouvoir, il est accompagné de toutes les planètes dont les orbites sont très proches de l'écliptique: les calculs sont donc plus simples en rapportant les planètes à ce cercle dont elles sont toujours peu écartées; leurs inégalités paroissent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité, plus de briéveté dans les tables astronomiques: c'étoit bien assez pour faire préférer les longitudes & les latitudes lorsqu'il s'agissoit de calculs, comme l'on préfère les ascensions droites & les déclinaisons lorsqu'il est question d'observer.

99. Ainsi dans la pratique ordinaire, on observe l'ascension droite & la déclinaison d'un astre; mais avant que de l'insérer dans les tables générales des mouvemens célestes, on en conclut la longitude & la latitude par la Trigonométrie sphérique (318).

De la Sphère Armillaire.

100. Jusqu'ici nous n'avons entendu sous le nom de sphère céleste, que la concavité apparente du ciel, figurée en forme de globe; car une boule quelconque peut être appellée sphère, & servir à représenter les cercles & les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'usage s'est introduit d'appeller *sphère*, ou plutôt SPHERE ARMILLAIRE, un instrument composé de plusieurs cercles évidés & placés les uns sur les autres, à-peu-près comme on conçoit les cercles de la sphère céleste; cette

sphère armillaire est représentée en grand dans la Planche seconde, figure II. Son nom vient de celui d'*Armille*, qui signifie un anneau ou un colier, parce qu'en effet les cercles de la sphère en ont, pour ainsi dire, la forme.

101. L'horizon est le cercle *AGB*, (*fig.* 11.) posé sur 4 soutiens qui sont attachés au pied de la sphère.

Le méridien est le cercle *AZB*, élevé verticalement sur l'horizon, qui est retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'instrument, & par les côtés dans deux entailles faites sur l'horizon au nord & au midi: ces deux cercles sont fixes.

102. Les cercles mobiles forment un assemblage ou une espece de charpente qui tourne sur un axe *PR*; on en distingue quatre grands, l'équateur (15), l'écliptique (64), & les deux colures; on appelle colure des solstices un grand cercle passant par les poles du monde ou de l'équateur, & par les points solstitiaux; c'est un méridien auquel on a donné un nom particulier; il est aussi le plus remarquable de tous, parce qu'il sert à mesurer l'obliquité de l'écliptique, & qu'il est à la fois cercle de déclinaison & cercle de latitude. Tous les astres placés sur ce colure ont 90° ou 270° d'ascension droite & de longitude. Le colure des équinoxes est perpendiculaire au premier, il passe aussi par les poles du monde & par les points équinoxiaux; il sert à compter les ascensions droites par les angles qu'il fait avec tous les autres méridiens ou cercles de déclinaison. Tous les astres placés sur ce colure ont zéro ou 180° d'ascension droite, mais leurs longitudes varient. L'on voit sur le même assemblage quatre petits cercles, savoir les deux tropiques *HM*, *DI* (73), & les deux cercles *polaires* *XV*, *SO*, qui sont éloignés des poles du monde de 23° ½, autant que les tropiques le sont de l'équateur; ils sont inutiles dans l'astronomie, mais ils servent aux Géographes à indiquer les pays de la terre qui sont situés dans les zones glaciales (140).

103. Le Zodiaque (*a*) est une bande céleste *HI*, qu'on place ordinairement dans la sphère armillaire; elle

(*a*) Ζῴδιον, animal, parce que les figures ou portions du Zodiaque portent les noms de plusieurs animaux.

a environ 17° ½ de largeur, c'est-à-dire, 8° ¾ de chaque côté de l'écliptique; on n'en fait point mention dans l'astronomie, elle sert seulement à indiquer l'espace dans lequel sont renfermées les planètes, qui s'éloignent de l'écliptique tout au plus de 8 ou 9°.

104. On place aussi sur la sphère une *Rosette K L* ou petit cercle divisé en 24 heures, qui sert à résoudre différens problêmes d'une maniere commode & sans aucun calcul, comme nous l'expliquerons en parlant du globe céleste (171 & *suiv.*). La rosette est fixée sur le méridien, elle a son centre au pole de la sphère; l'extrémité *P* de l'axe est par conséquent au centre de la rosette; elle porte une aiguille qui tourne à mesure qu'on fait tourner la sphère, mais sans que le cadran ou la rosette change de place; enfin on voit le soleil & la lune portés sur deux bras qui tournent l'un autour du pole de l'écliptique, & l'autre autour d'un point qui en differe de 5° (565).

105. L'invention de la sphère armillaire, est certainement aussi ancienne que celle de l'astronomie même. On l'attribue à Atlas, que l'on croit avoir vécu 1600 ans avant Jésus-Christ, à Hercule & à Musæus, 12 à 1300 ans avant Jésus-Christ; mais il est plus naturel de croire qu'elle vint de Babylone ou de l'Egypte. La sphère d'Archimede, qui fut dans la suite si fameuse, ne se bornoit pas à représenter les cercles de la sphère; c'étoit un *planétaire* ou une machine propre à représenter aussi les mouvemens des planètes dans un globe de verre, & que Claudien a célébré (*Epig.* 3).

C'est encore de la sphère artificielle d'Archimede que parlent Ovide & Statius;

> Arte Syracusia suspensus in aëre clauso. *Fast. IV.*
> Stat globus immensi parva figura poli. *Stat.*

De la Sphère droite, oblique & parallele.

106. On distingue trois positions différentes de la sphère armillaire, pour représenter trois sortes de situations dans les différens pays de la terre, la sphère *droite*, la sphère *oblique*, la sphère *parallele*, suivant que l'équateur coupe l'horizon à angles droits, qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui est parallele: les apparences du mou-

vement diurne sont fort différentes dans ces trois positions, qui sont représentées dans les figures 9, 10 & 11, & nous allons en donner une idée. Il est nécessaire d'avertir auparavant, qu'en parlant du soleil nous parlerons de son centre seulement, sans faire attention à son diamètre ou à sa largeur. Il y a aussi deux causes qui contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devroit l'être par la position de la sphère; l'une est la *réfraction* des rayons, l'autre est la lumière crépusculaire.

107. La RÉFRACTION fait que les rayons du soleil se plient & se détournent en traversant l'atmosphère (738), de manière à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y seroient venus par la ligne droite; cette réfraction est telle que quand le bord supérieur du soleil est véritablement à l'horizon, en sorte qu'il ne fasse que paroître, le disque entier étant encore sous l'horizon, la réfraction l'élève assez pour qu'il paroisse tout entier au-dessus, c'est-à-dire, qu'alors son bord inférieur paroît toucher l'horizon, & l'effet de la réfraction égale à peu-près la grandeur même du diamètre solaire. Il faut 4 à 5 minutes dans nos climats pour que le soleil s'élève de la quantité d'un demi-degré, en sorte que la durée du jour artificiel y est augmentée de plus d'un demi quart-d'heure par cet effet de la réfraction; il devient beaucoup plus considérable en avançant vers les zones glaciales; & sous le pole même on a, par le seul effet de la réfraction, environ 67 heures de jour, plus qu'on n'auroit sans elle.

108. La seconde cause qui donne de la lumière dans les pays où la position de la sphère ne semble indiquer que les ténèbres, c'est la lumière crépusculaire (752). Cette lumière douce & tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu à peu le matin avant le lever du soleil, & diminuer le soir, dès que le soleil est couché, est produite par la dispersion des rayons dans la masse de l'air, qui les réfléchit de toutes parts. Le crépuscule dure toute la nuit au mois de Juin à Paris & dans les pays qui ont plus de 48° ½ de latitude; ceux qui habiteroient sous le pole, auroient un crépuscule de sept semaines, en sorte que la durée des ténèbres pour ce point-là est diminuée de 14 semaines, par l'effet des crépuscules, qui ont lieu sans que le soleil y paroisse sur l'horizon. Nous ferons abstraction de ces deux causes dans les articles suivans; & ce que nous avons à dire des circonstances

du jour dans les trois positions de la sphère, doit s'entendre de celui que donne le soleil quand son centre est véritablement à l'horizon.

109. La SPHERE DROITE, c'est-à-dire, celle où l'équateur *EV* (*fig.* 10.) est perpendiculaire à l'horizon *HO*, & le coupe à angles droits, a lieu pour ceux qui habitent sous l'équateur ou ligne équinoxiale, comme à Quito dans l'Amérique méridionale : là les deux poles sont toujours dans l'horizon ; tous les paralleles à l'équateur, comme *PA*, sont coupés par l'horizon en deux parties égales, que le soleil parcourt chacune en douze heures ; ainsi les jours sont égaux entr'eux, & égaux aux nuits, pendant toute l'année.

110. Le soleil passe deux fois l'année par le zénit, savoir le 20 Mars & le 23 Septembre, jours auxquels le soleil décrit l'équateur, parce que l'équateur passe toujours par le zénit de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés & deux printemps ; car il ne faut pas parler d'hyver dans des pays où le soleil lance des rayons presque toujours perpendiculaires.

On doit cependant observer que la chaleur, qui y est extrême sur les rivages & dans les fonds, se change en une agréable température lorsqu'on s'élève de 12 à 15 cents toises au-dessus du niveau de la mer, & que sur des montagnes de 2500 toises ou au-delà, on éprouve, quoique dans la zone torride, un froid insupportable & une neige éternelle.

111. Dans la sphère droite, on a le soleil du côté du nord, & l'ombre du côté du midi, pendant la moitié de l'année, depuis le 20 Mars jusqu'au 23 Septembre : on a le soleil du côté du midi, & l'ombre du côté du nord, pendant les six autres mois de l'année ; & dans les deux jours d'équinoxes, l'ombre disparoît totalement à l'heure de midi, le soleil étant au zénit.

112. Toutes les étoiles y montent sur l'horizon dans l'espace de 24 heures, puisqu'en faisant leur révolution elles sont 12 heures sur l'horizon, & 12 heures au-dessous ; au lieu que dans les autres positions de la sphère il y a toujours une partie des étoiles qui ne se lève jamais.

113. Enfin, on y voit le soleil & tous les astres s'élever perpendiculairement au-dessus de l'horizon, comme

Lucain le raconte, en parlant du voyage de Caton en Lybie: *Non obliqua meant*, &c. *Pharſ. IX.* 533.

Il faut cependant obſerver que l'application de Lucain n'eſt pas bien exacte; car le voyage de Caton n'étoit que vers le temple de Jupiter Ammon, ſitué près du tropique du cancer, & non point ſous l'équateur.

114. La Sphère oblique a lieu pour tous les pays de la terre, qui ne ſont ſitués ni ſous l'équateur, ni ſous les poles; ſoit qu'on les prenne dans l'hémiſphère boréal, du côté du pole arctique (*a*), c'eſt-à-dire, dans les latitudes boréales, comme la nôtre, ou dans l'hémiſphère auſtral qui a le pole antarctique élevé ſur l'horizon, (*fig.* 8 & 9).

Dans la ſphère oblique, on a l'équateur ſitué obliquement par rapport à l'horizon; les paralleles à l'équateur ſont coupés inégalement par l'horizon; le jour n'eſt égal à la nuit que le 20 Mars & le 23 de Septembre, jours des équinoxes, le ſoleil décrivant alors l'équateur qui eſt toujours coupé en deux parties égales par l'horizon.

115. Dans les pays ſeptentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le ſoleil eſt dans les ſix premiers ſignes, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecreviſſe, le Lion & la Vierge (74), parce qu'alors ſa déclinaiſon eſt ſeptentrionale, & qu'il décrit les paralleles, comme *AB* (*fig.* 8.), qui ont leur plus grande portion *AD* au deſſus de l'horizon. Dans les pays méridionaux, comme dans une partie de l'Afrique & de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent quand le ſoleil eſt dans les ſix derniers ſignes, qui ſont les ſignes méridionaux, parce qu'alors le ſoleil décrit les paralleles dont les plus grandes portions ſont au-deſſus de l'horizon. Car l'axe du monde *PR* paſſe par les centres *K*, *C*, *N* de tous les paralleles; or la partie méridionale *CR* de l'axe eſt élevée au-deſſus de l'horizon dans les pays méridionaux (*fig.* 9.); donc les paralleles y ont leur centre au-deſſus de l'horizon; donc les *arcs diurnes* de ces paralleles ſont plus grands que les arcs nocturnes; donc les jours y ſont plus longs que les nuits, quand le ſoleil eſt dans les ſignes méridionaux.

(*a*) Ce nom lui vient du voiſinage de l'Ourſe, appellée Ἄρκτος par les Grecs.

116. Les arcs supérieurs ou les arcs diurnes des paralleles, sont d'autant plus grands, par rapport à leurs arcs nocturnes, qu'ils approchent davantage du pole élevé; ainsi le parallele dont le diamètre est *IG* (*fig.* 3.), a sa partie diurne *GΥ* beaucoup plus grande par rapport à sa partie nocturne *IΥ*, que le parallele *KL*, dont *KN* & *NL* sont les deux portions; parce que l'axe du monde *RCP* s'éloignant de plus en plus de l'horizon *OH*, le centre *X* du parallele *GI* est plus élevé que le centre *V* du parallele *KL*; ainsi le premier se dégage plus de l'horizon; sa portion *ΥI* coupée par l'horizon devient plus petite, & lorsque le soleil y est parvenu, il est moins de temps sous l'horizon.

117. L'arc diurne du tropique du cancer est donc le plus grand de tous les arcs diurnes du soleil, pour les pays septentrionaux; puisque le tropique du cancer est de tous les paralleles celui qui est le plus avancé vers le nord; c'est pourquoi le jour le plus long de l'année est celui où le soleil décrit le tropique du cancer, c'est-à-dire, le jour du solstice d'été: par la même raison, la nuit la plus longue est celle du solstice d'hyver, le 21 Décembre dans nos régions boréales.

118. Dans la sphère oblique on a, comme dans la sphère droite, le jour égal à la nuit dans le temps des équinoxes, parce qu'alors le soleil décrit l'équateur, & que l'équateur est toujours coupé en deux parties égales par un horizon quelconque, suivant la propriété des grands cercles de la sphère qui passent tous par le centre, & y sont coupés de tous sens en deux parties égales (29).

119. Dans la sphère oblique des pays septentrionaux en deçà du tropique du cancer, le soleil monte depuis le 21 Décembre, jour du solstice d'hyver, jusqu'au 21 Juin, jour du solstice d'été, parce qu'il se rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité: les jours croissent & les nuits diminuent, parce que les arcs diurnes des paralleles deviennent plus considérables: on appelle *signes ascendans* ceux que le soleil parcourt alors, c'est-à-dire, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*, le *Bélier*, le *Taureau* & les *Gémeaux*: ce nom de signes ascendans est fort usité dans l'astronomie, parce qu'il y a beaucoup de circonstances où l'on est obligé de distinguer les signes ascendans des signes descendans.

120. Les jours également éloignés du même solstice sont égaux ; ainsi le 20 de Mai & le 23 de Juillet le soleil se couche également à $7^h\ 43'$ à Paris, parce que la déclinaison du soleil (91) étant d'environ 20° dans l'un comme dans l'autre, c'est-à-dire, le soleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallele, soit le 20 Mai en s'éloignant de l'équateur pour monter vers le tropique, soit le 23 Juillet en se rapprochant de l'équateur après le solstice d'été.

121. Quand le soleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaison boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaison australe, ce qui arrive le 21 de Novembre & le 20 de Janvier, ou à peu-près, la longueur du jour est de la quantité qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, & la durée de la nuit est égale à la durée qu'avoit le jour quand le soleil décrivoit le parallele semblable au nord de l'équateur ; parce qu'à 20° de part & d'autre de l'équateur, les paralleles sont égaux & également coupés par l'horizon, mais dans un ordre renversé : si le parallele *MDL* (*fig.* 3.) est aussi éloigné de l'équateur *ECQ* vers le midi, que le parallele *KVNL* en est éloigné vers le nord, c'est-à-dire, si *CW* est égale à *CV*, alors la quantité *DM* sera égale à la quantité *LN*, parce que les triangles *CDW* & *CVN* seront égaux ; mais *WL* est égale à *VL*, puisque les paralleles sont à égales distances de l'équateur ; donc les parties restantes *DM* & *NL* seront égales, c'est-à-dire, que l'arc diurne de l'un des paralleles sera égal à l'arc nocturne de l'autre, & que la nuit du 20 Mai sera égale au jour du 20 Janvier. Il en est de même de tous les autres jours du printemps & de l'automne, qu'on peut comparer à des jours correspondans de l'été & de l'hyver ; & l'on trouvera la même égalité, quand il y aura égale distance du soleil à l'équateur ; la seule différence qu'on y trouve, est celle qui provient des réfractions, & elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (107).

122. Deux pays situés à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des saisons toujours opposées ; le printemps de l'un est l'automne pour l'autre ; l'été du premier fait l'hyver du second, parce que les arcs diurnes du côté du nord sont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, si l'on prend les mêmes jours :

en effet, comparons la figure 8 avec la figure 9 ; dans l'une le pole septentrional *P* est élevé au-dessus de l'horizon ; dans l'autre c'est le pole méridional *R* : le parallele *GL*, dans les deux figures, est au midi de l'équateur ; mais dans la figure 8 le midi est en bas, & dans la figure 9 il est en haut : dans la figure 8 l'arc diurne *GM* est plus petit que l'arc nocturne *ML* ; au lieu que dans la figure 9 l'arc diurne *GM* est le plus grand ; l'arc nocturne *ML* de la figure 8 est égal à l'arc diurne *GM* de la figure 9, c'est-à-dire, que les pays qui sont, par exemple, à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée de la nuit de ceux qui sont à 30° au midi, & que l'hyver a lieu pour les uns en même temps que l'été pour les autres.

123. Les pays situés sous le même parallele du même côté de l'équateur, ont la même durée du jour, la même saison, à quelle distance qu'ils soient les uns des autres, parce qu'ayant la même hauteur du pole, & l'axe du monde étant placé de la même façon sur l'horizon de chacun, tous les paralleles y sont coupés de la même maniere ; ainsi l'Espagne & le Japon, Naples & Pékin, qui sont à la même latitude du côté du nord, sont à la même température, ont les mêmes saisons & la même durée du jour, dans le même temps de l'année, quoiqu'à 2000 lieues l'un de l'autre. La seule différence qu'il peut y avoir vient des forêts, des montagnes & des rivieres, qui favorisent ou contrarient l'effet de la chaleur du soleil (130).

124. La SPHERE PARALLELE est celle qui a lieu quand l'horizon est parallele à l'équateur, c'est-à-dire, que l'équateur même sert d'horizon : il n'y a sur la terre que deux points où elle ait lieu, c'est-à-dire, les deux poles ; & comme ces deux points sont inhabités & inhabitables, nous dirons peu de chose sur cette partie.

Dans la sphère parallele (*fig.* 13.), on a le pole céleste *P* à son zénit ; l'année y est composée d'un jour & d'une nuit, tous deux à peu-près de six mois : tant que le soleil est, par exemple, dans les six signes septentrionaux, le pole boréal est éclairé sans interruption ; tous les paralleles que le soleil décrit depuis l'équateur jusqu'au tropique du cancer *TR*, sont au-dessus de l'horizon, & lui sont paralleles ; ainsi chaque jour le soleil fait le tour du ciel, sans changer de hauteur,

fans s'approcher ni s'éloigner de l'horizon, du moins sensiblement. Dès que le soleil, après l'équinoxe d'automne, passe dans les signes méridionaux, il ne reparoît plus sur l'horizon; les parallèles qu'il décrit sont en entier dans l'hémisphère inférieur & invisible, & l'on est pour six mois dans l'obscurité.

Il en faut seulement excepter le crépuscule qui commence environ 52 jours avant que le soleil arrive à l'équateur, & paroisse sur l'horizon, & qui ne cesse que cinquante-trois jours après la disparition totale du disque solaire (*a*).

125. Chaque jour un habitant du pole verroit les ombres tourner autour de lui sans changer de longueur, avec une marche uniformément circulaire. Il suffiroit, pour y faire un cadran horizontal, de diviser un cercle en 24 parties égales; mais le midi est une chose indéterminée sous la sphère parallèle; il n'y a aucun point du ciel d'où l'on soit obligé de compter les heures par préférence; le méridien (19) y est une chose de convention. On pourroit dire pendant six mois de l'année qu'il est midi, & pendant les six autres mois qu'il est minuit.

Sous le pole on ne peut pas dire à quel point l'aiguille aimantée se dirigeroit, ni quel nom on donneroit aux vents; à moins qu'on ne dise que tous les vents seroient des vents du midi pour l'observateur placé au pole nord, & que tous seroient des vents du nord pour un observateur situé au pole austral de la terre (*b*).

126. Dans la sphère parallèle, les étoiles ne se couchent jamais, elles sont toujours à la même hauteur au-dessus de l'horizon, la moitié du ciel est toujours visible, & les étoiles situées dans l'autre hémisphère ne paroissent jamais, les premieres tournent sans cesse au-dessus, les secondes au-dessous de l'horizon.

(*a*) Il y auroit aussi une petite différence entre les habitans du pole boréal & ceux du pole austral, en ce que les premiers verroient le soleil 8 jours de plus que les autres; parce que le soleil, à raison de l'allongement de son orbite, est 8 jours de plus dans les signes septentrionaux, que dans les signes méridionaux, à cause de l'excentricité de l'orbite terrestre (309).

(*b*) Voyez au sujet des vents, de leurs noms, de leurs phénomènes & de leurs causes, la Géographie de *Varenius*; les Elémens de Physique de *Musschenbroek*, traduits en 1769, par M. Sigaud de la Fond.

Des Saisons & des Climats.

127. *Plus la sphère est oblique, plus la chaleur diminue, & plus les saisons deviennent inégales.* Les rayons du soleil qui produisent la chaleur & animent toute la nature, n'ont jamais plus de force que lorsqu'ils arrivent perpendiculairement à nous; ils ont moins d'air à traverser, & ils se répandent avec plus de force dans les interstices de la terre & de tous les corps qui nous environnent, pour y fomenter la chaleur. Plus on est avancé vers un des poles, & plus les rayons du soleil viennent obliquement: lorsqu'on est à 45° de latitude, & que le soleil est dans l'équateur, il ne s'élève que de 45°, à midi même; en général, la hauteur du soleil, le jour de l'équinoxe, est toujours le complément de la latitude, & fait avec elle 90° (31): ainsi, plus vous augmentez la latitude d'un pays & l'obliquité de la sphère, plus vous diminuez la hauteur du soleil dans l'équinoxe; plus vous éloignez ses rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénit, plus vous diminuez la chaleur. Il est vrai que le soleil en été s'élève plus haut que l'équateur, mais en hyver il s'abaisse de la même quantité; ainsi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les saisons, & la chaleur diminue toujours quand la hauteur de l'équateur devient plus petite.

C'est pour cela qu'au Sénégal, sur la côte d'Afrique, on a vu le thermomètre, divisé à la façon de M. de Réaumur, monter à plus de 38° au-dessus de la congélation; mais à Paris, il ne monte communément qu'à 28 ou 29°, dans les plus grandes chaleurs: dans la Sibérie, il ne monte pas si haut en été, & il descend en certains endroits jusqu'à 70° au-dessous de la glace; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris, n'a pas été à plus de 15°½ au-dessous du terme de la congélation. (*Mém. de l'Acad.* 1749. *pag.* 11).

128. La construction du thermomètre est une chose sur laquelle on a tant varié, que je crois utile de fixer ici sa graduation. Je suivrai M. de Luc, qui nous a donné le meilleur ouvrage sur les baromètres & les thermomètres (*a*). J'appelle avec lui thermomètre de

(*a*) Recherche sur les modifications de l'atmosphère. A Genève 1772, 2 vol. in-4°.

Réaumur un thermomètre de mercure, qui marque 80°, dans de l'eau qui bout depuis quelque temps, & lorsque le baromètre est à 27 pouces; il marque 29 $\frac{6}{10}$ à la chaleur du corps humain, comme sous les aisselles, lorsqu'il y a resté une heure; 9 $\frac{6}{10}$ dans la température constante des caves profondes de l'Observatoire; 0 dans la glace qui fond, ou dans la glace mêlée avec l'eau; & 17 au-dessous de la congélation dans un mélange de deux parties de glace qui fond, & d'une partie de sel marin. Les thermomètres d'esprit-de-vin faits autrefois par Réaumur, marquent 100° $\frac{4}{10}$ à l'eau bouillante, 80 à la chaleur de l'esprit-de-vin la plus grande qu'il puisse supporter sans bouillir, & à laquelle il revient dès que les bouillons sont passés, 32 ½ à la chaleur naturelle du corps humain, 10 ¼ dans les caves de l'Observatoire, 0 dans l'eau qui gele, & 15 au-dessous de la congélation dans un mélange de deux parties de glace qui fond, & d'une partie de sel marin. Dans ce mélange-ci, le thermomètre de mercure marque 17, & c'est-à-peu-près le plus grand froid de Paris. Nous supposons de l'esprit-de-vin tel que Réaumur l'employoit; savoir, cinq parties d'esprit-de-vin distillé au bain de sable, après avoir enflammé la poudre, & mêlé avec une partie d'eau.

129. Si l'on divise l'intervalle fondamental qu'il y a de la glace à l'eau bouillante en 180 parties au lieu de le diviser en 80, qu'on marque 212 au point de l'eau bouillante, & 32 à celui de la glace qui fond, on aura la division que Fahrenheit a donnée en 1724; elle est la plus suivie en Angleterre & dans le nord, mais en l'employant on s'est souvent éloigné des principes de l'Auteur, tout comme en France de ceux de Réaumur. Je ne parle ici que des thermomètres de mercure; l'esprit-de-vin a une marche trop inégale. En supposant des thermomètres de mercure & d'esprit-de-vin qui soient d'accord à la glace & à l'eau bouillante, l'esprit-de-vin rectifié & capable de brûler la poudre, n'est qu'à 25° ½ quand le thermomètre de mercure en marque 30.

130. Parmi les causes de la chaleur ou du froid, il faut compter principalement la qualité du sol & la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique, on a plus chaud que par-tout ailleurs, parce que les sables s'embrasent plus facilement que les forêts, les eaux

& ses montagnes, & parce qu'on y est presque au niveau de la mer : le Canada est plus froid que la France, quoiqu'à pareille latitude, parce que le pays est plus couvert de bois, moins cultivé, moins peuplé, moins desséché. Quito, quoique placée dans le milieu de la zone torride, y jouit d'un printemps perpétuel, parce que cette ville est élevée au-dessus du niveau de la mer de plus de 1400 toises : là on est délivré de la chaleur que produit une forte réflexion des rayons sur tous les objets environnans ; chaleur qui est toujours plus vive que celle des rayons directs. C'est aussi pour cela qu'il fait plus chaud après le solstice d'été, que dans le temps même du solstice, parce que la concentration de chaleur augmente dans tous les corps.

131. L'éloignement & la proximité du soleil influent bien moins sur la chaleur : le soleil est moins éloigné de la terre au mois de Décembre qu'au mois de Juin ; la différence va à 370 fois le diamètre de la terre, c'est-à-dire, à plus d'un million de lieues, & cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hiver dans le temps même où le soleil est plus près de nous. Mais la principale cause de la chaleur de l'été, c'est la durée du temps que le soleil reste sur l'horizon en été, & la direction de ses rayons, qui approche plus d'être perpendiculaire à notre horizon vers le milieu du jour, & qui traverse une moindre quantité d'air.

132. Les Climats sont les parties de la terre où la grandeur du jour est différente : on a distingué 23 ou 24 climats d'heures & 6 climats de mois. Le premier climat d'heure, suivant Sacrobosco d'après les anciens, est l'espace compris entre le parallèle où le plus long jour d'été à 12 heures & trois quarts, c'est-à-dire, trois quarts-d'heure de plus que sous l'équateur, & le parallèle, où le plus long jour est de $13^h \frac{1}{4}$, c'est-à-dire, que le milieu du premier climat a 13^h de jour au solstice d'été, & que son étendue renferme tous les pays qui ont entre $12^h \frac{3}{4}$ & $13^h \frac{1}{4}$ de jour. Le milieu du second climat a $13^h \frac{1}{2}$ de jour ; le milieu du troisième climat a 14^h, comme cela arrive à Alexandrie d'Egypte ; le quatrième climat a $14^h \frac{1}{2}$, il passe à Rhodes & à Babylone ; le cinquième a 15^h, il passe à Rome ; le sixième, 15^h 30′, il passe à Venise & à Milan ; le septième, 16^h, il passe à Paris, &c. (*Clavius in sphæram*, p. 288.)

133.

133. Cette division des climats est la même que celle des anciens; mais ils ne comptoient que sept climats, dont les milieux avoient 13h, 13h ½, 14h, &c. de jour, jusqu'à 16 seulement, où étoit le milieu du septième climat, à 48° 40' de latitude; ils n'étendoient pas fort loin leurs connoissances géographiques, & connoissoient peu de terres sous de plus grandes latitudes.

134. On trouveroit de même les six climats de mois; c'est-à-dire, les pays où le plus long jour est d'un mois, de deux mois, de trois mois. On y trouveroit que le premier climat de mois finit à 67° ½ de latitude, parce que le jour y dure un mois, & ainsi de suite jusqu'au pôle qui termine le sixième & dernier climat de mois, parce que le jour y dure pendant six mois, mais les astronomes ne font point usage de ces dénominations de climats.

Des Zones Terrestres.

135. Ce que nous avons dit des latitudes terrestres & des positions de la sphère (41, 106), conduit à la division que les géographes ont faite de la surface de la terre en cinq Zones (*a*) ou bandes circulaires, qui sont la Zone torride, les deux Zones tempérées, & les deux Zones glaciales.

136. La Zone torride *KMLLK* (*fig.* 3.) est celle qui s'étend à 23° ½ de part & d'autre de l'équateur, elle comprend tous les pays situés entre les deux tropiques, & dans lesquels on peut avoir le soleil au zénit.

137. Les Zones tempérées *ABLK* & *MLTS* s'étendent à 43° de chaque tropique; l'une au nord du tropique du Cancer, l'autre au midi du tropique du Capricorne; elles comprennent les pays qui n'ont jamais le soleil à leur zénit, & qui ne le perdent jamais de vue en hyver. Les pays situés à 66° ½ de latitude boréale, n'ont l'équateur élevé que de 23° ½ (34); ainsi, quand le soleil au solstice d'hyver est à 23° ½ au-dessous de l'équateur, il cesse de s'élever au-dessus de l'horizon, & il ne fait que paroître dans l'horizon même, au moment de midi.

(*a*) Ζώνη, *Cingulum*, *ceinture*.

138. Au-delà de 66° ½ de latitude, il arrive un temps où l'on ne voit point du tout le soleil, aux environs du solstice d'hyver, mais aussi l'on y voit le soleil pendant les 24 heures entières au solstice d'été. Homere paroît indiquer ce jour continu à l'occasion de Læstrigons (*Odyss. K. v.* 82.) & nous en parlerons plus au long en expliquant les usages du globe artificiel (221). C'est-là que commence la *Zone glaciale* ou zone froide, qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale arctique est habitée, car la Laponie & la Sibérie en font partie; le reste n'est qu'une vaste mer qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale du midi est absolument inconnue; on est occupé actuellement à tâcher d'en découvrir quelques parties.

139. La surface & l'étendue de terre ou de mer que comprend chaque zone glaciale est 6 fois moindre que celle de chaque zone tempérée, & la zone torride n'est que les trois quarts de la somme des deux zones tempérées; car la surface totale de la terre étant supposée, partagée en 23 parties, celles des zones glaciales, tempérées, & torrides, font de 1, 6 & 9 respectivement; les cinq ensemble font les 23 parties du total; mais chacune de ces unités vaut 1124372 lieues carrées, (823).

140. Le *Cercle polaire* (102), est un petit cercle de la sphère terrestre *AB* (*fig.* 3.) parallèle à l'équateur, passant à 66° ½ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'espace *APB* que nous venons d'appeller zone glaciale; il y a deux cercles polaires *AB*, *ST*, ainsi que deux zones glaciales; l'un vers le pole arctique ou septentrional, l'autre vers le pole antarctique ou méridional de la terre, (102).

141. On trouve dans Virgile & dans Ovide la description exacte des cinq zones dont nous venons de parler.

Quinque tenent cœlum zonæ: quarum una corusco
Semper sole rubens, & torrida semper ab igne;
Quam circum extremæ dextrâ lævaque trahuntur,
Cœruleâ glacie concretæ atque imbribus atris;
Has inter mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere concessæ Divûm, & via secta per ambas,
Obliquus quà se signorum verteret ordo. *Geor. I.* 233.

Utque duæ dextra cœlum, totidemque sinistrâ
Parte secant zonæ, quinta est ardentior illis?
Sic onus inclusum numero distinxit eodem
Cura Dei, totidemque plagæ tellure premuntur, &c.

> Quarum quæ media eſt, non eſt habitabilis æſtu;
> Nix tegit alta duas: totidem inter utramque locavit
> Temperiemque dedit, mixta cum frigore flamma. *Metam. I.* 45.

142. Lucain obſerve avec raiſon que dans la zone tempérée boréale on a toujours l'ombre à droite, ou au nord, en regardant le couchant; au lieu qu'on a dans certain temps les ombres vers le midi, c'eſt-à-dire à gauche en regardant le couchant, dès qu'on eſt dans la zone torride.

> Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem,
> Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras. *Pharſ. III.* 247.

143. Il nous apprend auſſi qu'à *Syene*, ville d'Egypte ſituée ſous le tropique, l'ombre du ſoleil diſparoiſſoit à midi le jour du ſolſtice, & ne s'étendoit ni à droite ni à gauche.

> Umbras nuſquam flectente Syene. *P.* 587.

144. La ſituation des ombres à midi a été le ſujet d'une ſubdiviſion géographique des habitans de la terre en Hétéroſciens (*a*), Périſciens & Amphiſciens ou Aſciens. Les *Hétéroſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont toujours tournées du côté du même pole; tels ſont les habitans des zones tempérées: ainſi dans nos régions l'ombre d'un corps vertical ſe dirige toujours à midi vers le nord, parce qu'elle eſt toujours oppoſée au ſoleil, qui eſt du côté du midi.

145. Les *Périſciens* ſont ceux dont les ombres tournent en 24 heures vers tous les points de l'horizon; ce ſont les habitans des zones froides, pour qui le ſoleil ne ſe couche point pendant un certain temps de l'année (138); lorſqu'il eſt du côté du midi, les ombres vont vers le nord, & lorſqu'il eſt du côté du nord au-deſſous du pole, il rejette l'ombre vers le midi, & ainſi du reſte.

146. Les *Amphiſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont tantôt au nord & tantôt au ſud; tels ſont les

(*a*) Dans Strabon (vers la fin du ſecond livre de ſa Géographie, page 135.) ils ſont appellés Ἑτερόσκιοι, περίσκιοι & Ἀμφίσκιοι, d'après Poſidonius. Ces mots ſont formés de σκιὰ, *umbre*, avec les prépoſitions relatives à chaque ſignification.

habitans de la zone torride. Mais afin que cette définition comprît aussi ceux qui habitent sous le tropique même, Varenius, dans sa Géographie générale, y substitue le mot *Asciens*, cela veut dire ceux pour qui l'ombre devient totalement nulle à un ou deux jours de l'année; le soleil étant alors au zénit. On divise les Asciens en deux sortes; les *Asciens Amphisciens*, pour qui l'ombre s'étend quelquefois vers le nord & quelquefois vers le midi, & disparoît deux fois l'année; les *Asciens Hétérosciens*, dont les ombres sont toujours du même côté, & disparoissent seulement une fois, c'est-à-dire le jour où le soleil arrive dans le tropique sous lequel ces peuples sont situés.

Des Antipodes.

147. DEUX PAYS de la terre, éloignés diamétralement l'un de l'autre, c'est-à-dire, placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui passeroit par le centre de la terre, sont ANTIPODES l'un de l'autre: ainsi la ville de Lima au Pérou, est à-peu-près antipode de celle de Siam dans les Indes, comme cela se voit par les latitudes & longitudes qu'on y a observées: de même Buenos-aires en Amérique, est antipode de Pékin, capitale de la Chine. L'Espagne a ses antipodes dans la nouvelle Zélande. Paris & tout le reste de l'Europe ont leurs antipodes dans la Mer du Sud, aux environs de la nouvelle Zélande; c'est une des Terres australes que l'on connoissoit à peine avant le voyage autour du monde de M. de Bougainville & celui de MM. Banks, Solander & Cook, fait en 1769.

148. Depuis plus de deux mille ans qu'on connoît la rondeur de la terre, les Savans n'ont point douté qu'il n'y eût des peuples antipodes les uns des autres; ce n'a été que dans les temps d'une stupide ignorance, où toutes les lumieres des Mathématiques étoient éteintes sur la terre, qu'on a pû douter de leur existence; Képler dit qu'un Évêque nommé Virgile fut déposé pour avoir parlé trop affirmativement des Antipodes; mais Riccioli soutient que cela n'est pas exact. (*Voyez Baronius*, *année* 744, *Riccioli*, *Almagestum* II, 490.)

149. Les Antipodes ont le même plan pour horizon; l'un voit la face supérieure du plan, & l'autre sa face in-

ſérieure. Un aſtre ſe lève pour l'un quand il ſe couche pour l'autre ; le jour le plus long de l'année pour le premier eſt le plus court pour le ſecond ; l'un a l'hiver quand l'autre a l'été ; le printemps concourt de même avec l'automne, le midi avec le minuit, le matin avec le ſoir, le jour avec la nuit ; le pole qui eſt élevé pour l'un eſt abaiſſé pour l'autre ; les étoiles que l'un voit toujours ne paroiſſent jamais pour l'autre ; celles qui s'élèvent très-peu d'un côté s'abaiſſent auſſi très-peu de l'autre. Si tous les deux ſe tournent vers l'équateur, l'un voit les aſtres ſe lever à ſa droite, l'autre les voit ſe lever à ſa gauche.

150. Les peuples qui ſans être diamétralement oppoſés ſont cependant, l'un au midi & l'autre au nord de l'équateur, ſur le même demi-cercle du méridien & à des latitudes égales, s'appellent *Antæciens* ; ils ont midi & les autres heures au même inſtant l'un que l'autre ; mais l'hiver des uns a lieu en même temps que l'été des autres, & le printemps des premiers avec l'automne des ſeconds. Les jours des uns ſont égaux aux nuits des autres ; quand les jours croiſſent pour ceux-ci, ils décroiſſent pour ceux-là ; le pole qui eſt élevé pour les premiers, eſt abaiſſé pour les ſeconds de la même quantité ; les étoiles que les premiers voyent toujours, ne paroiſſent jamais pour les autres ; & lorſqu'ils regardent le ſoleil à midi, ils ont la face tournée l'un contre l'autre, à moins que le ſoleil ne ſoit plus éloigné de l'équateur qu'un des deux ſpectateurs.

151. Ceux qui ſont ſur le même parallèle, mais dans des points oppoſés, s'appellent *Périœciens* ; l'un compte midi lorſque l'autre a minuit ; mais étant du même côté de l'équateur, ils ont les mêmes ſaiſons & dans les mêmes temps ; ils voient les mêmes étoiles reſter perpétuellement ſur l'horizon ; les aſtres ſe lèvent au même point & à la même diſtance de la méridienne, & reſtent le même temps ſur l'horizon. Le jour de l'équinoxe, le ſoleil ſe lève pour l'un au moment qu'il ſe couche pour l'autre. Quand le ſoleil eſt du côté du pole élevé, c'eſt-à-dire pendant le printemps & l'été, il ſe lève pour l'un avant de ſe coucher pour l'autre, enſorte qu'il y a un intervalle de temps, pendant lequel les deux Périœciens voient le ſoleil en même temps. Au contraire, pendant l'automne & l'hiver il y a une portion de la

nuit commune à tous les deux, c'est-à-dire, un temps où ni l'un ni l'autre ne voient le soleil.

Ainsi les Antipodes de Paris sont les Périœciens de ses Antœciens, & ils sont Antœciens à l'égard des Périœciens de Paris; nos Périœciens sont au sud-est de Kamtschatka, extrémité orientale de l'Asie; nos Antœciens sont dans les terres australes, au midi du cap de Bonne-Espérance, lieux inconnus jusqu'à présent.

152. Il y aura peut-être des personnes qui auront peine à se figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, ensorte que leurs pieds se regardent. Il semble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'est-à-dire être placés dans une situation renversée, & contre l'état naturel. Mais pour rectifier ses idées là-dessus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous sommes debout sur la surface du globe, nos pieds tournés vers la terre, & la tête élevée vers le ciel: pourquoi nous retombons sans cesse à cette première situation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps descendent vers la terre, soit qu'on l'appelle *pesanteur*, *gravité* ou *attraction*, quoique sa cause nous soit inconnue, se manifeste dans tous les points de notre globe: par-tout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort constant & inaltérable; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre descend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainsi le corps *A*, (*fig.* 14.) attiré vers le centre *C* du globe terrestre, suivant la ligne *ABC*, ou le corps *E*, attiré dans un sens contraire, suivant la ligne *EDC*, tombent & descendent tous deux vers la terre, parce que leur situation naturelle est de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B*, verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B*, & celui qui est à ses antipodes en *D*, verra venir la pluie sur la terre de *E* en *D*; ce sont, à la vérité, des directions différentes, mais elles sont également naturelles, parce que le centre *C* de la terre est le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

153. J'ai oui des Commençans demander pourquoi, si le corps *A* descend de *A* en *B*, l'autre ne descend pas pareillement de *D* en *E* & en *F*; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à observer que le corps *A* ne descend

vers *B*, que parce qu'il est forcé de se rapprocher de la terre, au lieu que le corps *E* n'a plus rien du côté de *F* qui puisse le déterminer à se mouvoir, aucune loi, aucun objet, aucune cause de mouvement; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'est-là qu'est sa propension naturelle, c'est là cause & le terme de son mouvement; & en allant de *E* vers *D*, il obéit à la même cause, il se meut de la même manière, il suit la même loi que le corps *A*, en descendant vers *B*: ainsi l'on peut dire que deux corps tombent & descendent l'un & l'autre, quoiqu'ils aillent en deux sens opposés; c'est *tomber* que de s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la pesanteur dans le livre XII. art. 980.

154. Il se trouve aussi des personnes qui demandent comment les étoiles sont suspendues, d'où vient que le soleil ne tombe pas sur nous, aussi-bien que les corps terrestres que nous voyons, & qu'est-ce qui tient la terre à sa place? Pour prévenir cette difficulté, il importe de s'accoutumer de bonne heure à cette idée très-physique & très-simple, que les corps ne changent point de place sans une cause motrice: les étoiles ne sont point suspendues & n'ont pas besoin de l'être, parce que rien ne les déplace; il suffit qu'elles soient en un lieu pour y être toujours; il ne faut du soutien qu'aux choses qui ont une disposition à tomber vers un endroit, & les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre; elles en sont trop éloignées.

Tracer une Ligne Meridienne.

155. La définition du méridien & des parallèles (19. 27.) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales & semblables tous les arcs diurnes des parallèles à l'équateur: le soleil, en paroissant sur l'horizon, s'élève par degrés, en décrivant sensiblement un parallèle à l'équateur, il parvient à midi au plus haut du ciel, & redescend vers le couchant avec la même vîtesse, par les mêmes degrés, & dans le même temps qu'il a employé à s'élever jusqu'au méridien: ainsi le méridien partage la durée de l'apparition du soleil en deux parties égales, & marque en même temps la plus grande hauteur du soleil.

156. De-là il suit qu'on a deux manières de reconnoître la direction du méridien, & de savoir le moment où le soleil y arrive, c'est-à-dire l'heure de midi: la première consiste à examiner le moment où le soleil est le plus élevé, & cesse de monter, & où les ombres des corps qu'il éclaire sont les plus courtes; alors l'ombre d'un piquet ou d'un style placé verticalement, ou celle d'un fil à plomb, indiquera la direction du méridien, & formera ce qu'on appelle la LIGNE MÉRIDIENNE, & la section des plans de l'horizon & du méridien.

Cette méthode seroit exacte, si l'on pouvoit reconnoître avec assez de précision le moment de la plus grande hauteur; mais aux environs de midi, & lorsque la hauteur approche de son *maximum* ou de sa plus grande quantité, le progrès est si lent, qu'il faudroit une extrême précision pour obtenir quelque exactitude dans cette observation: il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne; c'est la seconde méthode que je vais expliquer.

157. Cette méthode consiste à remarquer l'ombre du soleil levant, & l'ombre du soleil couchant, ces deux ombres sont aussi éloignées du méridien l'une que l'autre; ainsi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle *SMCBDA* (*fig.* 15.) qui représente la circonférence de l'horizon, *S* le soleil levant, *C* le soleil couchant, *P* le pied d'un style ou d'un piquet dressé perpendiculairement à l'horizon, *PB* l'ombre du style quand le soleil se lève, *PA* l'ombre du même style au soleil couchant; si l'on partage l'angle *SPC* ou l'arc *SC* en deux parties égales au point *M*, la ligne *MPD* sera la ligne méridienne, puisque le soleil se levant en *S* & se couchant en *C*, est nécessairement à des distances égales du méridien qui passe en *M*. Cette méthode ne peut se pratiquer sans un horizon extrêmement découvert, & je ne l'indique ici que pour exprimer mieux l'objet qu'on se propose, & l'idée sur laquelle est fondée la méthode générale de tracer une méridienne: c'est la troisième méthode que je vais expliquer.

158. Cette méthode, qu'on est obligé d'employer, substitue aux deux points de l'horizon dont nous venons de parler, deux autres points qui soient aussi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi & l'autre après. Si au lieu de marquer l'ombre du soleil, lorsqu'il étoit à l'horizon

même, en *S* & en *C*, on la marque une demi-heure après son lever, & ensuite une demi-heure avant son coucher, on aura deux autres ombres *PF*, *PG*, plus voisines du méridien & plus courtes, mais toujours à distances égales du méridien : il suffira de prendre le milieu *H* des deux ombres pour avoir la ligne méridienne *PHD*.

159. Ainsi, l'on peut en général décrire du centre *P* un arc tel que *FG*, observer le moment où l'ombre du matin sera en *F*, & celle du soir en *G* sur le même arc, (parce qu'alors on sera sûr que la hauteur du soleil a été la même dans les deux instans, & par conséquent ses distances au méridien parfaitement égales); ces deux ombres devant être à même distance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc *FG* en deux parties égales, & l'on trouvera également un point *H* où doit passer la méridienne *PHD*, tirée par le pied du style *P*.

Pour plus de précision, l'on peut décrire plusieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne; & tous ces points pris ensemble, détermineront encore plus exactement la ligne entière que l'on cherche (*a*).

160. Enfin, on peut, au lieu du style que je suppose placé en *P*, se servir d'un instrument très-portatif & très-commode. C'est une plaque *P* (*fig.* 16.), d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laisse passer un rayon solaire; elle est élevée sur un pied de 7 à 8 pouces *AB*, & le rayon tombe sur la plaque *BD* du pied, ou sur une table placée de niveau. Du point *C* qui répond perpendiculairement au-dessous du trou, & qui est désigné par un à plomb *TC*, on décrit plusieurs cercles concentriques; on marque sur chaque cercle le point lumineux du matin *K*, & celui du soir *L*. Le milieu *H* de l'intervalle donne la méridienne *CH*.

161. Si la plaque *P* est recouverte d'un grand carton, le point lumineux n'en devient que plus sensible & plus

---

(*a*) Cette méthode est sujette à quelques secondes d'erreur, hors le temps des solstices, parce que le soleil ne reste pas exactement sur le même parallèle pendant toute la journée. Nous aurons égard à cette petite inégalité dans le livre suivant (326.) cela est inutile dans l'usage ordinaire.

vif, ce qui fait un des avantages de ce petit instrument: d'ailleurs, on y trouve l'avantage de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'instrument; en suspendant en *P* un fil à plomb, où il y ait une pointe, elle devra répondre exactement au point *C*, si l'instrument est bien fait, & que la table soit exactement de niveau: ainsi, l'instrument servira de vérification. On peut aussi, lorsqu'on manque de fil à plomb & de niveau, verser de l'eau sur le plan, on appercevra aussitôt de quel côté il incline, & cela suffira pour le redresser avec des calles ou petits coins de bois, jusqu'à ce qu'on voye que l'eau reste à l'endroit où on la verse, & ne coule ni d'un côté ni de l'autre.

On verra dans la suite de cet ouvrage (322) que le même principe dont nous venons de parler, produit encore la méthode des *hauteurs correspondantes*, employée par tous les astronomes, pour avoir le moment du midi, avec la plus scrupuleuse exactitude.

162. La ligne méridienne est le premier fondement d'un observatoire; la plupart des observations supposent une excellente méridienne; car c'est sur les hauteurs prises dans le méridien, & sur les passages au méridien que sont fondées toutes les théories astronomiques; aussi, dit-on, que les astronomes sont tournés sans cesse vers le midi, comme les géographes vers le nord, les prêtres vers l'orient, & les poëtes vers le couchant.

Ad Boream terræ, sed cœli Mensor ad austrum;
Præco Dei exortum videt, occasumque Poëta.

163. On peut tracer une méridienne, par le moyen de l'étoile polaire, aussi-bien que par la méthode précédente, peut-être même avec plus d'exactitude. L'étoile polaire n'étant éloignée du pole que d'environ 2 degrés, elle désigne toujours à peu-près le côté du nord, en quel temps qu'on l'observe; mais si l'on choisit à peu-près le temps où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien, avec une très-grande précision; il suffira d'élever deux fils à plomb, le long desquels on puisse bornoyer, c'est-à-dire, viser ou s'aligner à l'étoile.

164. Pour choisir le temps où l'étoile polaire est exactement dans le méridien, on peut calculer l'heure & la minute du passage, par la méthode qui sera expliquée ci-après (303). Mais il y a une manière commode pour trouver, sans aucun calcul, le temps où l'étoile polaire passe au méridien. Il suffit d'observer le temps où elle est dans le vertical de l'étoile ε de la grande ourse; c'est la premiere des trois étoiles de la queue, ou celle qui est la plus voisine du carré de la grande ourse (*fig.* 17). On a reconnu que cette étoile est opposée à l'étoile polaire, de façon qu'elles passent au méridien ensemble, l'une au-dessus du pole, l'autre au-dessous; ainsi quand elles sont l'une au-dessous de l'autre, ou qu'elles sont ensemble dans un même vertical, dans un même à plomb, on est sûr qu'elles sont toutes les deux au méridien: si dans ce moment on aligne deux fils ou deux règles verticales vers ces deux étoiles, les deux objets ainsi alignés seront dans le méridien, & marqueront sur le pavé la direction de la méridienne.

165. On peut employer au lieu de deux fils à plomb, trois ou quatre mèches foiblement allumées, dont deux seront placées d'avance dans un même vertical, au moyen d'un fil à plomb; la troisième ou la plus proche de l'œil sera mobile, & elle pourra s'aligner avec les autres vers l'étoile polaire. On peut se servir aussi d'une planche percée de deux trous, par lesquels on puisse voir les deux étoiles à la fois dans un même à plomb; tandis qu'une autre planche plus près de l'œil servira à s'aligner & à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles; un mur qui seroit bien d'à plomb serviroit au même usage, mais il s'en trouve rarement.

166. Cette opération peut se faire, sur-tout dans le crépuscule, au mois de Mai & au mois de Juin, avec deux fils à plomb, de manière à ne pas se tromper d'une minute sur le temps où ces deux étoiles passent dans le même vertical; & une minute d'erreur ne feroit pas quatre secondes de temps sur le moment du midi, qu'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne.

167. Pour parler avec plus de précision, je dois observer que ces deux étoiles passoient exactement ensemble dans le méridien au mois de Juillet 1751; mais l'étoile ε de la grande ourse devance l'autre de 1′ 13″ ½ tous les dix ans; & au mois de Juin 1773, elle passa 2′ 42″

plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'assurer, par le moyen des deux fils à plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical; attendre ensuite deux minutes & 42 secondes, & diriger, alors les deux fils à plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile ε qui aura déja passé au-delà du méridien & du vertical; mais cette petite différence est insensible dans la pratique.

DU GLOBE CÉLESTE ARTIFICIEL, ET DE SES USAGES.

168. Un globe destiné à représenter les constellations & les mouvemens planétaires, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitude, les cercles de déclinaison, le méridien & l'horizon, s'appelle globe céleste.

Celui que nous avons représenté (fig. 12.) est entouré comme la sphère, d'un horizon *HO* & d'un méridien *PZR*, il tourne sur un axe *PR*. On y marque les étoiles suivant leurs ascensions droites & leurs déclinaisons observées (90, 91), en examinant pendant la nuit les étoiles, qui à leur passage au méridien, ont la même hauteur que l'équateur, ou qui passent un degré, deux degrés, &c. plus ou moins haut que l'équateur.

On trace ensuite sur ce globe un autre cercle qui coupe l'équateur aux deux points équinoxiaux que l'on a remarqués parmi les étoiles (67), & qui s'en éloigne de 23° ½ de part & d'autre, c'est l'écliptique (64); les deux points de l'écliptique les plus éloignés de l'équateur sont les *solstices ou les points solsticiaux* (68).

Les deux colures dont nous avons parlé ci-dessus (102) doivent se tracer sur le globe, d'un pole à l'autre, l'un par les équinoxes, l'autre par les solstices, comme dans la sphere.

Tous les cercles passant par les poles du monde & coupant perpendiculairement l'équateur, s'appellent *cercles de déclinaison*; ils servent à mesurer soit les déclinaisons ou les distances à l'équateur, soit les ascensions droites; car tous les astres qui sont sur un même cercle de déclinaison ont la même ascension droite. Ainsi les colures, les méridiens, les cercles horaires sont aussi des cercles de déclinaison (92).

169. On peut remarquer sur le globe L'ASCENSION OBLIQUE d'un astre ; c'est la distance du point équinoxial au point de l'équateur qui se lève en même temps que l'astre : soit *HEZPO* (*fig.* 20.) le méridien, *P* le pole du monde, *HO* l'horizon, *BC* l'équateur, *S* un astre qui se lève dans l'horizon ; le point *B* de l'équateur est celui qui marque l'ascension droite de l'astre *S* ; mais le point de l'équateur qui marque l'ascension oblique de l'étoile est en *C*, parce que le point *C* est celui qui se lève en même temps que l'étoile ; *BC* est la différence entre l'ascension droite & l'ascension oblique ; les anciens astronomes l'appelloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais actuellement on n'en fait presque plus d'usage.

170. Les problêmes que l'on peut résoudre par le moyen d'un globe ou d'une sphère, ne sont pas de simples exercices d'amusement ; il faudroit à la vérité, pour y trouver quelqu'exactitude, avoir un globe très-grand, tourné avec soin, encore devroit-on préférer le calcul trigonométrique dont nous parlerons dans le livre suivant ; mais en étudiant pour la premiere fois les principes de l'astronomie, il est très-utile de s'exercer sur le globe ou sur la sphère armillaire, pour en bien comprendre les mouvements & pouvoir les rapporter sans peine aux objets célestes. Je dis qu'on peut se servir du globe ou de la sphère, car il n'y a d'autre différence, si ce n'est que la sphère est évidée & percée à jour, tandis que le globe est plein & solide, pour qu'on puisse marquer à sa surface les différentes constellations, suivant leurs longitudes & latitudes (44, 48). Nous parlerons bientôt aussi du globe terrestre (214).

171. CONNOISSANT *la latitude d'un pays de la terre & le lieu du soleil à chaque jour de l'année, trouver l'heure du lever & du coucher du soleil.*

Supposons que Paris est le lieu donné, dont la latitude est de 49°, & que l'on veuille savoir pour le 20 Avril l'heure du lever & du coucher du soleil. Il faut tourner le méridien, sans le sortir de ses entailles & de son support, de manière que le pole soit élevé de 49° au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire qu'il y ait 49° depuis le pole jusqu'à l'horizon, ou que le 49e de-

gré soit dans l'horizon. 2°. Il faut chercher quel est le degré de l'écliptique répondant au jour donné; ces degrés sont marqués pour l'ordinaire un à un, vis-à-vis des jours correspondans, sur le cercle de l'horizon, d'après l'entrée du soleil à chaque signe indiqué ci-dessus (79). Dans le cas proposé, l'on trouve que c'est le premier degré du taureau qui répond au 20 Avril. 3°. L'on place dans le méridien le degré trouvé, c'est-à-dire le degré de l'écliptique où est le soleil; on met sur le midi l'aiguille de la rosette *P*, (*fig.* 12.) qui étant placée sur l'axe, à frottement dur, peut être mise où l'on veut, & y rester malgré le mouvement du globe, ainsi que dans la sphère (*fig.* 11.) La raison de cette opération est que l'on doit toujours compter midi à Paris lorsque le degré de l'écliptique où se trouve le soleil, c'est-à-dire le soleil lui-même, est dans le méridien. 4°. On tourne la sphère du côté de l'orient, jusqu'à ce que le degré du jour donné, ou le premier degré du Taureau, soit dans l'horizon; on voit l'aiguille de la rosette sur 5 heures, ce qui nous apprend que le soleil se lève alors à 5 heures. Si l'on tourne de même la sphère vers le couchant, jusqu'à ce que le même degré de l'écliptique où est supposé le soleil, arrive dans l'horizon, on verra que l'aiguille de la rosette qui tourne avec son axe est arrivée sur 7 heures, ce qui fera connoître que le soleil ce jour-là doit se coucher à 7 heures. Cette opération fait voir aussi que la durée du jour est de 14 heures; car l'aiguille parcourt un espace de 14 heures, tandis que le point de l'écliptique sur lequel nous avons opéré va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horizon. Nous expliquerons la manière de calculer rigoureusement le lever & le coucher des astres (367).

La raison de cette pratique tient à ce que nous avons dit sur la division du jour en 24 heures; puisque le mouvement diurne se fait uniformément chaque jour autour de l'axe & des poles du monde, il est évident que l'aiguille de la rosette qui suit le même mouvement, parcourt à chaque révolution les 24 heures du cadran, & qu'elle marque 6 heures quand la sphère a fait le quart de son tour, & ainsi des autres heures à proportion; par conséquent la sphère étant placée dans la position qui convient au lieu & au jour donné, & ayant le même mouvement que le ciel, la rosette suit le mou-

vement du globe; elle marque donc les heures du lever & du coucher du soleil.

172. Par une opération inverse, l'on trouvera quelle est la latitude d'un pays, si l'on sait à quelle heure le soleil s'y couche à un certain jour de l'année. Ayant marqué le lieu du soleil sur l'écliptique, & placé l'aiguille de la rosette sur midi, ce point étant dans le méridien, on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille soit arrivée à l'heure où l'on sait que le soleil se couche; alors on élevera le pole du globe jusqu'à ce que le point de l'écliptique où est le soleil soit dans l'horizon, & l'on aura la hauteur du pole ou la latitude du lieu cherché; c'est ainsi que nous jugeons que l'ancienne Babylone étoit à 36 degrés de latitude, parce que nous voyons dans Ptolomée que le soleil s'y couchoit à 4^h 48′ vers le temps du solstice d'hiver, le soleil ayant 9 signes de longitude.

173. TROUVER *quels sont les deux jours de l'année où le soleil se lève à une heure marquée.*

Supposons qu'on demande les jours où le soleil se lève à 5^h à Paris: on placera le pole à la hauteur de 49°, qui est celle de Paris, on conduira sous le méridien un des colures, & l'on mettra l'aiguille polaire ou horaire sur midi. On tournera le globe vers l'orient, jusqu'à ce que l'aiguille soit sur 5 heures, & l'on marquera le point où le colure coupe l'horizon; il est évident que si le soleil étoit dans ce point-là, ou à une semblable déclinaison, il se leveroit à 5 heures; il faut donc savoir quels sont les jours de l'année où il a cette même déclinaison. On conduira sous le méridien le point du colure qui se trouvoit dans l'horizon, & l'on verra sur le méridien que cette déclinaison est de 13°; on remarquera ce point du méridien, & faisant tourner le globe, on verra 2 points de l'écliptique passer au même point du méridien, c'est-à-dire à 13° de déclinaison; ce seront les points cherchés, qui se trouveront être le second degré du taureau & le 28e degré du lion, & l'on trouvera les jours correspondans à ces deux points (art. 79.); savoir, le 21 Avril & le 24 Août.

174. TROUVER *quels sont les points de l'horizon où le soleil se lève à chaque jour.*

Ayant remarqué sur l'écliptique la longitude du soleil pour le jour donné, & la sphère étant aussi élevée à la hauteur du pole du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horizon, & l'on examinera combien ce point de l'horizon, auquel répond le soleil, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident : on trouveroit à Paris pour le 21 de Juin, que les points où le soleil se lève & se couche sont à 38° des points cardinaux de l'est & de l'ouest, & cela du côté du nord ; ceux où le soleil se lève & se couche le 21 Décembre sont à 36° ½ des mêmes points cardinaux de l'est & de l'ouest, mais du côté du midi. Ainsi depuis le couchant d'été jusqu'au couchant d'hiver, il y a 74° ½ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord ; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, ensorte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47 degrés de différence entre les points où le soleil se lève dans les deux solstices.

175. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horizon compris entre le point où le soleil se lève, & le vrai point d'orient ; *l'amplitude occase* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil ; on trouvera ci-après la manière de la calculer (369).

176. TROUVER *l'ascension droite du soleil pour un certain jour.*

Il faut d'abord savoir quel est son lieu dans l'écliptique pour ce jour-là, (79) & conduisant dans le méridien le point de l'écliptique où se rencontre le soleil, on voit le point de l'équateur qui est en même temps dans le méridien ; le chiffre marqué vers ce point de l'équateur indique son ascension droite ou la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur d'occident en orient. Ainsi le 20 Avril le soleil étant au premier degré du taureau, c'est-à-dire, sa longitude étant de 30°, l'on verra que l'ascension droite est d'environ 28°.

177. TROUVER *à une heure quelconque l'ascension droite du milieu du ciel.*

On cherchera pour le jour donné quel est le lieu du soleil dans l'écliptique (79); l'on amenera ce point de l'écliptique sous le méridien, & l'on placera l'aiguille polaire sur midi; ensuite on fera tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur l'heure donnée, & dans cette position le point de l'écliptique situé sous le méridien sera le *point culminant* de l'écliptique; celui de l'équateur, qui sera également dans le méridien, marquera *l'ascension droite du milieu du ciel*, & celle de toutes les étoiles qu'on verra sur le globe le long du méridien, au même instant.

178. Cette méthode peut servir à reconnoître les étoiles dans le ciel, lorsqu'ayant tracé une méridienne (155) on se tournera vers le midi, & qu'on aura reconnu sur le globe quelles sont les constellations situées dans le méridien, & à quelles hauteurs elles sont au-dessus de l'horizon.

179. LA DÉCLINAISON du soleil ou d'un autre astre se trouvera de même par le moyen du globe, en conduisant sous le méridien l'astre dont il s'agit; le nombre de degrés compris entre cet astre & l'équateur, compté sur la circonférence du méridien, marquera la déclinaison de cet astre; elle sera boréale si l'astre est au-dessus de l'équateur dans nos régions septentrionales; australe s'il est moins élevé que l'équateur, ou du côté du pole méridional.

180. Quand on ne connoît que la déclinaison du soleil, on peut trouver par la même raison sur le globe, le lieu qu'il occupe dans l'écliptique, pourvu que sur les quatre quarts de l'écliptique on prenne celui qui convient à la saison où l'on est; si par exemple on a observé le 16 Avril la hauteur du soleil de 51 degrés; c'est-à-dire de 10° au-dessus de l'équateur, ce qui fait 10° de déclinaison, l'on verra qu'en faisant avancer le premier quart de l'écliptique, ou celui du printemps, sous le méridien, le point qui s'y trouve à 10° de l'équateur est le 26e degré du bélier; c'est le lieu du soleil ce jour-là. Ainsi l'on trouveroit quel est le jour où une semblable observation auroit été faite, par la seule hauteur ou par la déclinaison observée, pourvu que l'on fût dans quelle

naison, parce qu'il y a toujours au printemps & en été deux jours où le soleil a la même déclinaison.

181. La hauteur du soleil peut faire trouver par la même raison la latitude du lieu où l'observation a été faite, si l'on sait quelle est la déclinaison du soleil ce jour-là. Je suppose que le 16 Avril on ait observé la hauteur du soleil dans le méridien de 51°, on trouvera la déclinaison ce jour-là de 10° septentrionale, par le moyen indiqué dans l'article 179, d'où il suit que l'équateur est élevé de 41°, & que la hauteur du pole est de 49°, complément de 41° (34). Si la déclinaison du soleil étoit méridionale, il faudroit l'ajouter à la hauteur observée pour avoir celle de l'équateur; nous supposons encore l'observateur au nord de l'équateur, & le soleil du côté du midi, comme on l'a toujours en Europe. On fait un grand usage de cette méthode pour la géographie & la navigation.

182. Si le lieu de l'observation étoit sous une latitude australe, on feroit le contraire de ce que nous avons prescrit; on ajouteroit la hauteur observée avec la déclinaison septentrionale, & l'on retrancheroit la déclinaison australe de la hauteur observée, pour avoir la hauteur de l'équateur.

183. Si l'on étoit entre les deux tropiques, & que le soleil fût plus éloigné de l'équateur que l'observateur, il faudroit prendre le supplément à 180 degrés, de la hauteur observée, avant que d'en retrancher la déclinaison du soleil: ces sortes d'exceptions aux règles de la sphère s'apperçoivent par la seule inspection du globe, si aisément, que nous nous dispenserons à l'avenir de les remarquer, pour n'être pas d'une ennuyeuse prolixité.

184. LE VERTICAL d'un astre est un grand cercle, qui partant du zénit, descend perpendiculairement à l'horizon, & passe par le centre de l'astre (10). On se sert des verticaux pour marquer les hauteurs, parce que la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon n'est autre chose que l'arc du vertical, compris entre l'astre & l'horizon; on s'en sert aussi pour marquer L'AZIMUT, c'est-à-dire l'arc de l'horizon compris entre le point du midi & le point de l'horizon auquel un astre répond perpendiculairement, ainsi *ZDF* (*fig.* 20.), est le vertical de l'astre *D*, dont *DF* est la hauteur, & *HF* l'azimut.

185. On ajoute quelquefois aux globes céleſtes un quart de cercle de même rayon que le globe, & qui s'applique immédiatement ſur ſa circonférence, depuis le zénit juſqu'à l'horizon ; on le voit repréſenté en *ZV* (*fig.* 12). Il ſert à pluſieurs uſages ; comme on le verra par les problêmes ſuivans ; mais quand le vertical y manque, on peut y ſuppléer avec un compas & une équerre ; le compas ſert à prendre le nombre de degrés dont on a beſoin pour la hauteur d'un aſtre ; l'équerre ſert à mettre les deux branches du compas dans un plan qui ſoit vertical, ou perpendiculaire à l'horizon du globe.

186. TROUVER *à quelle heure le ſoleil doit avoir un certain degré d'azimut à un jour donné.*

Ayant placé le pole & l'aiguille de la roſette comme dans les problêmes précédens (171), on mettra le vertical mobile ſur le degré de l'horizon qui marque l'azimut, & l'on amènera le lieu du ſoleil ſous ce vertical ; l'aiguille marquera l'heure qu'il eſt quand le ſoleil a le degré donné d'azimut. Par exemple le 23 Avril, le lieu du ſoleil étant à 3° du taureau, on demande à quelle heure le ſoleil aura 75° d'azimut : on trouvera 8h du matin. Du côté du couchant à 6h 36′ du ſoir, il ſe trouvera dans la partie occidentale du même vertical, à 75° du méridien du côté du nord ; mais alors on dit qu'il a 105° d'azimut, à compter du point de l'horizon qui eſt vers le midi.

187. C'eſt par le moyen de l'azimut qu'on peut trouver l'heure où un mur commence à être éclairé, ou finit de l'être à un jour donné, en ſuppoſant qu'on connoiſſe l'angle qu'il fait avec la méridienne, ce qu'on appelle la déclinaiſon du plan, que je ſuppoſe vertical. Si le mur décline de 75° du midi à l'orient, il s'agit de trouver par le problême précédent, à quelle heure le ſoleil aura 75° d'azimut du côté de l'orient au jour donné, & à quelle heure il aura 105° d'azimut du côté du couchant ; ce ſeront les heures où la ſurface méridionale de la muraille doit commencer & finir d'être éclairée ; on a par conſéquent la première & la dernière heure qu'on pourra voir ſur un cadran ſolaire, déclinant du midi vers l'orient de 75 degrés.

188. LES ÉTOILES qui sont rapportées sur les globes célestes y ont été marquées par le moyen de la hauteur méridienne, & de l'heure où on les voyoit passer par le méridien, comme nous l'avons déja indiqué art. 88 & 92; & comme on le verra plus au long (art. 231).

189. En faisant tourner le globe céleste, on verra quelles sont les étoiles qui passent par le zénit du lieu donné, ce sont celles dont la déclinaison est égale à la latitude géographique du pays où l'on est; car si une étoile a 49° de déclinaison, le zénit de Paris étant aussi à 49° de l'équateur, l'étoile doit se trouver au zénit dans le moment où elle passe par le méridien.

190. On verra par la même raison quelles sont les étoiles qui ne se couchent point à Paris; ce sont celles qui sont moins éloignées du pole que le pole ne l'est de l'horizon, c'est-à-dire à Paris celles qui ne sont pas à 49° du pole, ou qui ont plus de 41° de déclinaison; telles sont les deux Ourses, le Dragon, Céphée, Andromède, Persée, la Chèvre, &c. dont nous parlerons ci-après.

On reconnoîtra de même sur le globe les étoiles qui sont vers le midi à plus de 41° de déclinaison australe, ou à moins de 49° du pole antarctique, ou méridional, & l'on verra qu'elles ne paroissent point à Paris, & qu'elles ne se lèvent jamais pour nous.

191. Le quart de cercle mobile qui s'applique sur la circonférence du globe, & qui est représenté en *ZV* (*fig.* 12.) peut servir à marquer la place d'une planète, quand on connoît sa longitude & sa latitude par le moyen des éphémérides (200): pour cela on met le pole de l'écliptique dans le méridien, & l'on attache le cercle mobile à l'endroit du méridien où répond le pole de l'écliptique; il représente alors un cercle de latitude, parce qu'il est perpendiculaire à l'écliptique; on fait tourner ce cercle autour du pole de l'écliptique jusqu'à ce qu'il touche le point de l'écliptique où l'on sait que la planète doit répondre par la longitude; & l'on marque le long de ce cercle de latitude un point qui soit éloigné de l'écliptique autant que la planète a de latitude, ce point est le vrai lieu de la planète sur le globe céleste.

Si c'est une étoile déja marquée sur le globe dont on veuille connoître la longitude & la latitude, on fera tour-

ner le cercle de latitude autour du pole de l'écliptique, jusqu'à ce qu'il passe sur l'étoile, on verra le lieu où ce même cercle coupera l'écliptique, & ce sera la longitude ou le lieu de l'étoile sur l'écliptique; on comptera aussi le nombre des degrés de ce cercle mobile compris entre l'écliptique & l'étoile, & ce sera la latitude de l'étoile.

192. TROUVER *quelle est la hauteur d'un astre à un instant donné.*

On remarquera sur le globe le lieu du soleil dans l'écliptique pour le jour donné (171) & le lieu de l'astre dont on cherche la hauteur (191); on placera sous le méridien le lieu du soleil, & on mettra l'aiguille de la rosette sur le midi; ensuite on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille marque sur la rosette l'heure donnée pour laquelle on cherche la hauteur; alors approchant le vertical (185) de l'endroit où l'astre est marqué, on verra sur quel degré du vertical il répond, & l'on aura sa hauteur.

193. Comme la rosette des globes est ordinairement fort petite, & donneroit peu d'exactitude dans cette opération, on peut s'en passer par la méthode suivante. On convertira en degrés l'heure donnée, pour savoir de combien le soleil étoit éloigné du méridien; par exemple, à 9 heures du matin il s'en faut trois heures que le soleil ne soit dans le méridien; ces trois heures valent 45° de l'équateur, parce qu'elles font la sixième partie des 24 heures, comme les 45° font la sixième partie du cercle. On examinera quel étoit le point de l'équateur qui se trouvoit avec le soleil dans le méridien; on éloignera ce point-là de 45° du méridien, vers l'orient, parce que c'est le matin, en comptant ces 45° le long de l'équateur: le globe étant arrêté dans cette situation, on remarquera la place de l'étoile, on en approchera le cercle vertical, & l'on verra sur quel degré de hauteur elle répond.

Les astronomes eux-mêmes se servent quelquefois d'un globe céleste pour trouver la hauteur des astres à un instant donné, lorsqu'ils n'ont pas besoin d'une extrême précision; par exemple, quand il ne s'agit que de chercher un astre en plein jour par le moyen de sa hauteur,

ou de savoir quel est le petit accourcissement que la réfraction a pû produire sur la distance observée entre deux astres : on peut s'en servir aussi avec avantage pour chercher la position des étoiles dans des temps reculés, lorsqu'on trouve dans les Poëtes anciens des passages qui sont difficiles à comprendre sans ce secours.

194. On trouvera par la même méthode à quelle heure l'astre aura une hauteur donnée, en mettant le lieu de l'astre sur le degré du vertical, & regardant à quelle heure la rosette répond, pourvu que la rosette ait été sur le midi quand le lieu du soleil étoit au méridien. On cherche aussi par ce moyen le commencement & la fin du crépuscule (108), puisqu'il ne s'agit que de trouver à quelle heure le soleil sera de 18° au dessous de l'horizon, soit avant son lever, soit après son coucher (753).

195. On peut avec un globe savoir l'heure qu'il est au soleil, & cela de deux manières : 1°. par le moyen de la hauteur du soleil. Je suppose qu'on ait dirigé un quart de cercle (25) vers le soleil, & qu'on ait mesuré sa hauteur, ou qu'on se soit servi d'un gnomon (72) en mesurant son ombre : connoissant la hauteur du soleil, on élèvera sur le globe à pareille hauteur au-dessus de l'horizon, le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, & l'aiguille de la rosette, que je suppose avoir été mise sur midi comme dans le problême précédent (192) marquera l'heure qu'il est.

La seconde manière de trouver l'heure qu'il est, n'exige que l'inspection de l'ombre seule du globe ; je suppose qu'il soit orienté, ou dirigé de manière que son méridien soit aligné sur une méridienne (156, 227), & en plein soleil ; il y aura la moitié du globe qui sera lumineuse, & la moitié sera dans l'obscurité ; si les points de l'équateur où se joignent l'hémisphère obscur & l'hémisphère éclairé tombent dans l'horizon même, c'est une preuve qu'il est midi ; s'ils en sont à 15 degrés le long de l'équateur, c'est une preuve qu'il est une heure ; à 30°, il est deux heures, & ainsi de suite ; je suppose que le soleil est à l'occident, c'est-à-dire, que la partie éclairée s'éloigne du point de l'équateur, qui est à l'orient ; autrement c'est 11 heures du matin, 10 heures, &c.

196. TROUVER *l'heure de la culmination ou du passage d'une étoile par le méridien.*

1°. On marquera sur le globe le lieu du soleil & celui de l'étoile. 2°. On placera le soleil dans le méridien, & l'on mettra sur midi l'aiguille de la rosette. 3°. On amènera le lieu de l'étoile sous le méridien, & l'aiguille de la rosette marquera l'heure qu'il est, au moment où l'étoile passe par le méridien.

Si au lieu d'une étoile vous amenez sous le méridien le point équinoxial, vous aurez ce que les astronomes appellent l'heure du passage de l'équinoxe par le méridien, dont on trouvera une table ci-après (231).

197. On peut obtenir dans cette opération comme dans les suivantes, une exactitude plus grande qu'en y employant la petite rosette, car l'on y distingue à peine un quart-d'heure, tandis que sur un globe de 9 pouces de diamètre, on peut trouver, à 4 minutes près, l'heure du passage au méridien de même que le lever d'une étoile. Pour trouver le passage, on remarquera le point de l'équateur où répond le soleil placé dans le méridien, & ensuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à son tour dans le méridien; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, c'est-à-dire la différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile, & l'on aura un nombre de degrés, qui, converti en temps, à raison de 4 minutes de temps pour chaque degré, ou d'une heure pour 15°, donnera l'heure qu'il est, si c'est après midi: ou bien l'on aura ce qu'il s'en faut pour aller à midi, si l'étoile passe le matin, c'est-à-dire, si l'on voit que le soleil passe au méridien après l'étoile, en faisant tourner le globe toujours d'orient en occident.

198. TROUVER *quel jour une étoile se lève à une certaine heure.*

Ayant placé le pole à la hauteur du lieu, & l'étoile dans l'horizon oriental, on mettra l'aiguille sur l'heure donnée, vers l'orient si c'est une des heures du matin; ensuite faisant tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur le midi ou sur XII^h au haut de la rosette, on verra quel est le lieu de l'écliptique situé dans le méri

dien; l'on saura quel jour le soleil est dans ce point de l'écliptique; ce sera le jour où l'étoile devra se lever à l'heure donnée. Par exemple, si l'on suppose que *Sirius* se lève à 7 heures du soir à Paris, on trouvera le soleil à 11° du capricorne, ce qui répond au premier de Janvier; c'est le jour où Sirius se lève à 7 heures du soir à Paris.

199. Par la même raison, sachant quel est le lieu du soleil pour un jour donné, l'on trouvera quelle heure il est quand le soleil se leve: ayant placé le style ou l'aiguille sur midi quand le lieu du soleil étoit au méridien, on conduira l'étoile à l'horizon du côté de l'orient, & l'aiguille marquera l'heure qu'il est.

200. Le lever & le coucher des étoiles ou des planètes se trouveroit aussi sur le globe sans le secours de la rosette, en conduisant d'abord le lieu du soleil sous le méridien, & ensuite le lieu de l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel est le point de l'équateur qui passe alors au méridien.

EXEMPLE. Le 13 Octobre 1764, on veut trouver, par le moyen du globe, & plus exactement que par la rosette, à quelle heure Saturne doit passer au méridien, & à quelle heure il doit se coucher: on marquera sur le globe le lieu du soleil, qui est à 20° de la balance, après l'équinoxe d'automne; & conduisant le soleil sous le méridien, on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore sur le globe le lieu de Saturne, supposé connu par l'observation, par les tables astronomiques, par les éphémérides, ou par le moyen du livre de la *Connoissance des Temps*, que l'Académie des Sciences publie chaque année depuis 1679 pour l'utilité des astronomes & des navigateurs (*a*), on aura le lieu de Saturne à 50° de l'équinoxe du printemps, & 20½ au sud de l'écliptique; on conduira ce point du ciel sous le méridien, & l'on marquera sur le globe le point de l'équateur qui y répond; la distance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au soleil & l'autre à la planète, se trouve de 150° qui valent 10h, à raison

(*a*) J'en ai publié 15 volumes, depuis celui de 1760 jusqu'à celui de 1774 inclusivement. J'ai mis sous presse le septieme volume des *Ephémérides* de l'Académie, qui s'étend depuis 1775 jusqu'en 1784.

de 15° par heure; & comme Saturne passe alors au méridien avant le soleil, ainsi qu'on le verra en faisant tourner le globe vers l'occident, il s'ensuit qu'il étoit 2h du matin, lorsque Saturne a passé au méridien, parce qu'il s'en falloit 10h que le soleil n'y fût arrivé.

Conduisant ensuite Saturne à l'horizon du côté de l'orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment passe au méridien, & l'on verra qu'il est éloigné de celui où répond le soleil, d'environ 100°, celui du soleil étant le plus occidental des deux; ce qui fera voir que l'heure du lever de Saturne est à 6h 40' du soir; car 90° font 6h, & 10° font 40' de temps.

201. Cette pratique est fondée sur ce que les arcs de l'équateur sont la mesure la plus naturelle du temps: quand le soleil est éloigné du méridien de 15°, il est une heure; & quand il est éloigné de 100°, il est 6h 40'; parce que le mouvement diurne se faisant uniformément sur l'équateur, il passe régulièrement au méridien à chaque heure, la 24e partie de la circonférence entière de l'équateur: aussi le Temps vrai, ou l'heure vraie dans le sens précis & exact de l'astronomie, n'est autre chose que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, converti en temps à raison de 15° par heure. On verra dans la suite que le plus souvent, à la place de cet arc de l'équateur, on substitue l'angle au pole mesuré par cet arc, & qu'on appelle Angle horaire (366), & cet angle horaire à la place de l'heure même, c'est-à-dire, qu'au lieu d'une heure on met 15°, au lieu de deux heures 30°, &c.

202. Le mouvement diurne qui s'achève en 24 heures, & par lequel 360° de la sphère traversent le méridien, étant subdivisé en 24 parties; chacune vaut une heure, & répond à 15°, car 15° sont la 24e partie de 360; en continuant de subdiviser on pourra trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle; 1d vaudra 4' de temps; une minute de degré vaudra quatre secondes de temps. C'est ainsi que l'on trouve les longitudes en mer par le moyen de l'heure qu'il est sur le vaisseau, & de l'heure qu'il est dans le lieu du départ (54): je suppose qu'on ait une de ces montres marines qui dans deux mois de navigation ne

varient pas de deux minutes (a); l'ayant mise à l'heure en partant du port, on y voit tous les jours l'heure qu'il est dans ce port; on voit aussi par le soleil l'heure qu'il est sur le vaisseau; quand la différence est de 6 heures, on est assuré d'être à 90° du méridien d'où l'on est parti, & où la montre des longitudes a été mise à l'heure.

203. Les étoiles circompolaires dans leur révolution diurne, se rencontrent souvent dans le même vertical, c'est un problême d'une application utile, que de trouver à quelle heure elles doivent ainsi se trouver l'une au-dessous de l'autre; car en observant leur passage on a une maniere de trouver l'heure qu'il est: ce problême a même lieu pour d'autres étoiles remarquables, quoiqu'assez éloignées du pole, telles que *Arcturus* & *l'Epi de la Vierge*. Pour trouver l'heure où arrive ce passage, on place le globe à la hauteur du pole; on le tourne sur son axe jusqu'à ce que les deux étoiles proposées soient dans le vertical mobile dont je suppose que le globe est accompagné, & l'on voit par l'aiguille de la rosette, l'heure cherchée, en supposant toujours qu'elle ait été mise sur midi lorsque le lieu du soleil étoit dans le méridien.

204. Si l'on veut opérer plus exactement, on mettra le lieu du soleil dans le méridien, & l'on examinera sur l'équateur quelle est son ascension droite; on placera les deux étoiles dans le même vertical, & l'on remarquera l'ascension droite du milieu du ciel ou du point de l'équateur qui se trouvera dans le méridien, la différence des deux ascensions droites, convertie en temps à raison d'une heure pour 15 degrés, & de 4 minutes pour chaque degré, donnera l'heure cherchée. C'est ainsi qu'on peut construire une figure telle qu'on l'a vue long-temps pour Paris dans la connoissance des temps, qui sert à connoître l'heure qu'il est. On voit les principales étoiles circompolaires, & la quantité qu'il faut ajouter pour chaque étoile au passage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure qu'il est au moment où l'on voit l'étoile répondre perpendiculairement au-dessous de l'étoile polaire; par exemple, la derniere étoile de la queue de la grande ourse

(a) M. Harrison en Angleterre, M. Berthoud & M. le Roi en France, ont déja fait de ces montres, qui ont été éprouvées en mer avec le plus grand succès, & qui donnent la longitude du vaisseau à un demi-degré près au bout de deux mois de navigation.

marquée *a* dans la figure 1e, étant au-dessous de l'étoile polaire, il y a 1h 33' que l'équinoxe a passé par le méridien (196).

205. TROUVER *quel jour une Etoile cessera de paroître le soir, après le coucher du Soleil. C'est le jour de son coucher héliaque.*

Les anciens avoient déja remarqué qu'une étoile de la premiere grandeur, telle que *Sirius* ou le *Grand Chien*, peut s'appercevoir du côté du couchant, pourvu que le soleil soit à 10 ou 12 degrés au-dessous de l'horizon; on mettra donc l'étoile à l'horizon du côté du couchant, & l'on examinera quel est le point de l'écliptique situé verticalement à 10° sous l'horizon. Ce point de l'écliptique étant connu, l'on trouvera le jour où le soleil y étoit (79), & ce sera le jour du coucher héliaque ou de la disparition de l'étoile; le soleil étant plus près d'elle le lendemain, elle devra se trouver enveloppée dans la lumière du crépuscule, & dans les rayons du soleil, & l'on cessera de l'appercevoir.

206. Supposons que l'on cherche le coucher héliaque de *Sirius* sous la latitude de Paris en 1750; on placera le globe à 49° de hauteur, on mettra cette étoile à l'horizon du côté du couchant, on avancera le quart de cercle mobile jusqu'à ce qu'il coupe l'écliptique à 10° au-dessous de l'horizon, le point de l'écliptique abaissé de 10 degrés, ou celui que touchera le 10e degré du vertical, se trouvera être le 19e degré du taureau; c'est le degré qu'occupe le soleil le 5 de Mai; on saura donc que le coucher héliaque de Sirius arrive le 5 de Mai à Paris.

207. On trouvera de même quel jour l'étoile reparoîtra le matin avant le lever du soleil, c'est-à-dire son lever héliaque. Pour cela il faut mettre l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, & voir quel est le point de l'écliptique situé à 10° au-dessous de l'horizon le long du vertical; le jour où le soleil se trouvera dans ce point de l'écliptique sera le jour du lever héliaque de l'étoile. L'on faisoit autrefois un grand usage de ces sortes de phénomènes; mais le globe seul peut suffire dans bien des cas, sur-tout quand il ne s'agit que d'entendre les anciens auteurs; on peut par cette simple

opération éclaircir des passages qui seroient difficiles à entendre sans le secours du globe.

208. L'année cynique des Egyptiens commençoit au lever héliaque de Sirius ; mais pour ce qui est de leur année civile qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle, & tous les quatre ans le lever héliaque de Sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans que Censorinus appelle la grande année des Egyptiens, l'année naturelle se trouvoit commencer au même point de l'année civile ; ainsi l'an 1322 avant J. C. & l'an 138 après J. C. le lever de Sirius se trouva arriver le premier jour du mois *Thoth*, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit au 20 Juillet ; c'est cette période *caniculaire* ou *sothiaque* de 1460 ans dont on trouve des vestiges dans quelques anciens Auteurs.

Au lieu de 1460 années ce n'étoit réellement que 1425 années Egyptiennes, mais les Anciens n'avoient pas sur ces objets une aussi grande précision.

209. Lorsqu'on calcule le lever de Sirius pour l'année 138, où commence la période sothiaque, on trouve la longitude du soleil $3^s\ 24^\circ$ le premier jour où Sirius paroissant à l'horizon le matin, se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu : c'est la longitude que le soleil a maintenant le 16 de Juillet. On trouve cette longitude plus petite de $12^\circ\frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt, ou au commencement de la période précédente.

210. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les Anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres espèces de levers & de couchers (*Gemini elementa*) ; les modernes, à leur imitation, ont distingué le lever *cosmique* qu'on peut appeller le lever du matin ; & le coucher *cosmique* ou coucher du matin, aussi-bien que le lever & le coucher *acroniques*, qui sont le lever & le coucher du soir. Le moment du lever du soleil regle le lever ou le coucher *cosmique* : lorsque des étoiles se levent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit qu'elles se levent ou se couchent *cosmiquement* ; mais quand les étoiles se levent ou se couchent le soir au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le lever ou le coucher *acronique* ; d'où il suit que le coucher

acronique suit à 12 ou 15 jours près le coucher héliaque, du moins pour les étoiles voisines de l'écliptique, & que le lever cosmique précède de quelques jour le lever héliaque.

211. On trouve des exemples de ces sortes de levers dans les Poëtes latins, & sur-tout dans les Fastes d'Ovide. Il parle, par exemple, du lever héliaque de la constellation du Dauphin à l'époque du 9 de Janvier.

Interea Delphin clarum super æquora sidus
Tollitur & patriis exerit ora vadis. I. 457.

La constellation du Dauphin se levoit vers les six heures du matin dans cette saison-là, c'est-à-dire, assez long-temps avant le soleil pour pouvoir être observée le matin, & c'étoit à peu-près le commencement de son apparition, ou son lever héliaque. Au contraire, il place au 10 de Juin le lever acronique, en disant:

Navita puppe sedens, Delphina videbimus inquit
Humida cum pulso nox erit orta die. VI. 470.

212. Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier Avril au matin.

Dum loquor, elata metuendus acumine cauda
Scorpios, in virides præcipitatur aquas. IV. 163.

C'est cependant au 15 Avril qu'on le trouve par le calcul, au temps de César, pour l'étoile *Antarès*; mais on trouve dans les Auteurs latins de grandes variétés sur ces sortes de calculs, qu'ils empruntoient souvent de divers siècles & de divers pays.

213. Pour faire sur les planètes les opérations que nous avons faites dans tous les problêmes précédens sur les étoiles fixes, il faut supposer qu'on ait pris dans les Ephémérides ou dans la *Connoissance des Temps* (200) la longitude & la latitude de la planète, & qu'on l'ait marquée sur le globe à la place qui lui convient; on fera pour-lors sur la planète ce que nous avons expliqué pour les étoiles fixes.

Du Globe terrestre artificiel, & de ses usages.

214. LE GLOBE TERRESTRE artificiel, est fait pour représenter la terre, ses villes, ses continens & ses mers. On résout par le moyen de ce globe différens problêmes relatifs à la terre, comme nous en avons résolus pour les astres, dans les articles précédens.

En faisant tourner un globe on amène un lieu quelconque de la terre, comme Paris, sous le méridien universel fixe, de cuivre ou de carton, qui environne le globe, & dans lequel passent les pivots de l'axe; ce méridien est alors celui de Paris, & il répond à tous les pays qui ont midi ou minuit au même instant que Paris; midi si le soleil y est levé, minuit s'il est couché; mais si c'est un pays où le soleil ne se couche point, on peut appeller minuit l'heure du passage par le méridien au-dessous du pole. Il n'y a que les deux poles même pour lesquels il n'y a ni midi ni minuit, on ne peut y distinguer les heures, mais seulement les mois & les années.

215. Connoissant l'heure qu'il est à Paris, on peut trouver quelle heure il est dans un autre pays quelconque, par le moyen du globe terrestre artificiel; je suppose qu'il soit 9 heures du matin à Paris, je commence par mettre Paris sous le méridien du globe terrestre, & en même temps l'aiguille de la rosette sur 9 heures du matin, c'est-à-dire du côté de l'orient; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir soin d'écrire sur la rosette, orient & occident, comme il est écrit sur l'horizon; je fais tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple *Jérusalem*, soit sous le méridien; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la rosette, & je trouve 11 heures & un quart, ce qui m'apprend qu'il est 11 heures & un quart à Jérusalem lorsqu'il est 9 heures à Paris.

Toutes les villes d'Asie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui sont situées à l'occident, telles que les villes d'Amérique, comptent moins qu'à Paris; ainsi quand il est midi à Paris, il n'est que 5^h $16'$ du matin à Mexico, c'est-à-dire 6^h $44'$ de moins qu'à Paris; mais à Pékin il est déja 7^h $36'$ du soir.

216. Pour trouver la latitude d'un lieu sur le globe, on le place sous le méridien du globe, & l'on y voit sur ce méridien le degré de latitude cherché. A l'égard

de la longitude du lieu, elle est marquée par le point de l'équateur qui se trouve sous le méridien en même temps que ce lieu-là.

217. Quand on connoît la latitude d'un lieu de la terre, il faut placer le globe à la hauteur qui lui convient, c'est-à-dire, élever le pole au-dessus de l'horizon d'un nombre de degrés qui soit égal à la latitude du lieu, par exemple de 49° pour Paris; cela se fait par le moyen des degrés qui sont marqués sur le méridien, à commencer du pole jusqu'à l'équateur. Si le pays dont il s'agit est dans l'hémisphère austral, c'est le pole antarctique ou méridional qu'il faut élever sur l'horizon.

218. On trouve tous les pays de la terre qui ont la même latitude, & par conséquent la même température qu'un lieu donné, tel que Paris, en faisant faire un tour au globe terrestre, & remarquant tous les lieux qui passent successivement sous le point du méridien marqué 49, qui est la latitude de Paris; si l'on tient un crayon fixé sur ce point-là, il tracera sur le globe le parallèle de Paris, où sont tous les points que l'on cherche.

219. Pour trouver les pays de la terre qui peuvent avoir le soleil à leur zénit, & connoître les jours où cela doit arriver, on considérera que tous les pays qui ont moins de 23° ½ de latitude, ont le soleil verticalement deux fois l'année; quand on a choisi un lieu à volonté, & qu'on a examiné quelle est sa latitude, en le conduisant sous le méridien, on fait tourner le globe, & l'on voit quels sont les deux points de l'écliptique qui passent au même endroit du méridien; les jours où le soleil est dans l'un de ces points sont ceux où il paroît au zénit à l'instant du midi; l'un de ces deux jours est avant le solstice d'été, & l'autre après; la déclinaison du soleil, dans ces deux jours-là, étant égale à la latitude géographique ou terrestre du lieu dont il s'agit.

220. On trouvera de même pour chaque jour de l'année quels sont les pays qui ont le soleil au zénit; car ayant amené sous le méridien le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, on y verra sa déclinaison; & tous les pays qui auront une latitude égale à cette déclinaison, auront le soleil vertical dans le cours de la journée; tous les points de la terre qui passeront sous le point du méridien auquel le lieu du soleil répondoit en passant par le méridien, satisferont au probléme.

221. On trouvera encore pour chaque jour de l'année quels sont les pays où le soleil ne se couche point, c'est-à-dire, où son centre paroît à l'horizon à minuit, ensorte que ce soit le premier jour où le soleil ne se couche pas dans ce point-là. Pour cet effet, on marquera le point de l'écliptique où est le soleil au jour donné ; & la déclinaison de ce point sera le complément à 90 de la latitude des pays cherchés. Par exemple, le 11 Mai le soleil a 18° de déclinaison, & les pays qui ont 72° de latitude voient le centre du soleil raser l'horizon. En effet, le soleil étant à 18 degrés de l'équateur, il est à 72° du pole, c'est-à-dire aussi éloigné du pole que le pole l'est de l'horizon ; donc à minuit il doit être sous le pole & dans l'horizon même. Dans tous les jours suivans il restera sur l'horizon, & ne se couchera plus, puisqu'il s'éloignera de plus en plus de l'équateur jusqu'au premier Août, qu'il rasera de nouveau l'horizon de ce lieu-là, en se rapprochant de l'équateur.

222. Par la même raison, le premier jour où le soleil aura une déclinaison australe égale à 18°, ou au complément de la latitude boréale des mêmes pays, le soleil ne se levera plus, & ce sera le dernier jour où il paroîtra dans l'horizon. C'est le 13 de Novembre que le soleil disparoît ; & cela dure jusqu'au 28 Janvier suivant, que le centre du soleil recommence à se montrer dans l'horizon à midi, étant parvenu à 18° de déclinaison australe ou méridionale. Nous en avons déja parlé à l'article des zones glaciales (138).

223. Les pays qui sont dans la zone glaciale depuis 66° ½ de latitude jusqu'au pole, ont le soleil sur l'horizon pendant un nombre de jours qui est plus grand à mesure que la latitude augmente (138). Pour savoir à chaque latitude quel est ce nombre de jours, on élevera le pole de la quantité qui convient à cette latitude ; on le fera tourner ensuite en tenant un crayon dans l'horizon, au point du nord ; ce crayon tracera sur le globe un parallèle à l'équateur, qui coupera l'écliptique en deux points, & y fera deux segmens ; le plus petit segment indiquera l'arc de l'écliptique décrit par le soleil pendant tout le temps qu'il sera sans se coucher ou sans toucher l'horizon du lieu donné. En effet, les deux points que l'on a marqués sur l'écliptique par cette opération, sont ceux

où

où se trouvoit le soleil quand il passoit précisément à l'horizon du côté du nord, ou quand sa déclinaison étoit égale au complément de la hauteur du pole; ainsi dans tous les points de l'écliptique situés à une plus grande déclinaison, il n'y aura point de coucher du soleil pour le lieu proposé: c'est ainsi qu'on peut former la table des climats de mois dont nous avons parlé (134).

224. Si l'on place le crayon dans le point opposé de l'horizon, c'est-à-dire du côté du midi, il tracera une autre parallèle; celui-ci coupant aussi l'écliptique en deux points également éloignés du solstice d'hiver, marquera tout le chemin que le soleil doit faire sans se lever & sans paroître sur l'horizon du lieu proposé; ce nombre de degrés fera connoître le nombre de jours, en consultant la table où les jours du mois sont écrits vis-à-vis des degrés correspondans de l'écliptique: cette table se met ordinairement sur l'horizon des globes, comme nous l'avons déja remarqué (171).

225. On peut voir un bien plus grand nombre de questions & de problêmes relatifs à la situation des différens pays de la terre, aux heures, aux jours, aux mois, aux saisons, dans la Géographie générale de Varenius; ouvrage élémentaire qui fut fait en Hollande vers le milieu du dernier siècle; mais dont on a fait en Angleterre & en France plusieurs éditions différentes. On y trouve avec un long détail, tous les problêmes de la sphère qui regardent le mouvement diurne, le mouvement annuel, & la situation des différens pays. On en trouvera beaucoup aussi dans *l'Usage des Globes* de Bion.

226. Les globes d'une certaine grandeur ont sur leur pied une boussole qui sert à les orienter; mais pour cet effet il faut connoître la déclinaison de l'aiguille aimantée, pour le temps & pour le lieu donné. Cette déclinaison pour Paris fut en 1773 de 20° à l'ouest, & depuis deux ans elle parut constante; mais elle a augmenté jusqu'ici à Paris d'un degré tous les six ans. J'ai donné dans mon *Exposition du calcul astronomique*, une table de cette déclinaison pour les différens pays de la terre.

227. Sachant donc que la déclinaison de l'aiguille est de 20° à l'occident de la méridienne, il faut tourner le pied du globe jusqu'à ce que l'aiguille tombe sur le 20e degré de la boussole du côté du couchant, alors la ligne

principale de la boussole, marquée d'une fleur de lys, & qui doit être parallèle au méridien du globe, se trouvant dirigée exactement du nord au sud, & le globe étant supposé à la hauteur du pole, il sera orienté comme sa sphère; & c'est ainsi qu'il faudroit le placer pour trouver l'heure qu'il est (195).

228. Si l'on veut aussi le disposer comme il convient à une certaine heure, on placera sous le méridien le degré de l'écliptique où est le soleil pour le jour donné; on mettra l'aiguille de la rosette sur midi; on fera tourner le globe jusqu'à ce que cette aiguille soit sur l'heure donnée, & le globe sera disposé convenablement pour y reconnoître quelles sont les étoiles qui sont dans le méridien, ou celles qui se levent & qui se couchent dans le pays où l'on est, celles qu'on peut appercevoir & celles qui sont sous l'horizon.

DES CONSTELLATIONS.

229. Le nombre des étoiles qu'on apperçoit dans une belle nuit est si considérable, qu'on auroit peine à les distinguer & à les reconnoître sans une méthode qui aide la mémoire; c'est pourquoi l'on a divisé le ciel en plusieurs grandes parties ou constellations, telles que la grande ourse & les signes du zodiaque dont nous avons déja parlé (76).

Plusieurs causes contribuerent dans l'antiquité à faire diviser le ciel en différentes constellations; quelques ressemblances vagues purent y faire imaginer une couronne, un charriot, une croix, un triangle, &c. On eut besoin, pour les reconnoître, de faire une division méthodique des différentes parties du ciel. On voulut consacrer la mémoire des personnages célèbres. Enfin l'on crut reconnoître des propriétés, des influences, des rapports; ce furent autant de causes qui occasionnerent la formation des constellations, & qui en déterminerent les noms.

230. Les Grecs n'avoient formé que 48 constellations, qui comprenoient 1022 étoiles, & il paroît que leurs dénominations remontent à environ 1200 ans avant J. C. à l'exception peut-être des noms des douze signes du zodiaque, qui paroissent avoir une origine égyptienne & peuvent être plus anciens. Les modernes ont ajouté

diverſes conſtellations aux anciennes. Les catalogues de Flamſteed & de M. de la Caille raſſemblés, contiennent près de cinq mille étoiles. M. de la Caille, après avoir dreſſé ſon grand catalogue des étoiles auſtrales en 1751, a formé 14 nouvelles conſtellations, qui ne ſont point dans le catalogue Britannique de Flamſteed. Toutes ces conſtellations, au nombre de 100, ſe trouveront dans la Table ſuivante.

TABLE *des cent Conſtellations qu'on repréſente ſur les Globes céleſtes.*

12 Conſtellations du zodiaque.	*Suite des 23 Conſtellations boréales.*	*22 Conſtel. ajout. par Hevelius, le P. Anthelme, Halley, &c.*	*Suite des conſtellations auſtrales.*
Le Bélier.	Le Serpentaire ou Ophiucus.	La Giraffe, ou Caméléopard.	Le Phénix.
Le Taureau.	Le Serpent.	Le Fleuve du Jourd.	L'Ab. ou la Mouche.
Les Gemeaux.	Hercule.	Le Fleuve du Tygre.	Le Triangle auſtral.
L'Ecreviſſe.	L'Aigle.	Le Sceptre & la Fleur de lys.	L'oiſeau de Paradis.
Le Lion.	Antinous.	La Colombe.	Le Paon.
La Vierge.	La Flèche.	La Licorne ou *Monoceros.*	Le Toucan.
La Balance.	La Lyre.	La Croix.	L'Hydre mâle.
Le Scorpion.	Le Cygne.	Le Sextant d'Uranie.	La Dorade.
Le Sagittaire.	Le Dauphin.	Le Rhomboïde.	Le Poiſſon volant.
Le Capricorne.	*15 Conſtellations auſtrales des Anciens.*	Les Chiens de chaſſe.	Le Caméléon.
Le Verſeau.	Orion.	Le petit Lion.	*On y remarque encore* le grand Nuage & le petit Nuage.
Les Poiſſons.	La Baleine.	Le Linx.	*14 Conſtell. auſtral. de M. de la Caille.*
23 Conſtellations boréales des anciens.	L'Eridan.	Le Renard.	L'Attelier du Sculpt.
La grande Ourſe.	Le Lievre.	L'Oie.	Le Fourn. de Chym.
La petite Ourſe.	Le grand Chien.	L'Ecu de Sobieski.	L'Horloge aſtronom.
Le Dragon.	Le petit Chien.	Le petit Triangle.	Le Réticule Rhomb.
Céphée.	L'Hydre femelle.	Cerbere.	Le Burin du Grav.
Caſſiopée.	La Coupe.	Le Rameau.	Le Chev. du Peintre.
Andromède.	Le Corbeau.	Le Lézard. *Stellio.*	La Bouſſole.
Perſée.	Le Centaure.	Le Mont Ménale.	La Machine pneum.
Pégaſe.	Le Loup.	Le Cœur de Char. II.	L'Octant de réflex.
Le petit Cheval.	L'Autel.	Le Chêne de Ch. II.	Le Compas.
Le Triangle boréal.	Le Poiſſon auſtral.	*14 Conſtell. auſtral. de Theodori, Bayer.*	L'Equerre & la Règle
Le Cocher.	Le Navire.	L'Indien.	Le Teleſcope.
La Chévelure de Bérénice.	La Couronne auſtrale.	La Grue.	Le Microſcope.
Le Bouvier.			La Mont. de la Table.
La Couronne boréale			

231. Parmi le grand nombre d'étoiles qui compoſent ces 100 conſtellations, on diſtingue pluſieurs grandeurs, premiere, ſeconde, troiſieme, quatrieme, cinquieme, ſixieme, ſeptieme; mais les étoiles de ſeptieme grandeur ne s'apperçoivent pas ſans le ſecours des lunettes d'approche.

On compte ordinairement quinze étoiles de la premiere grandeur, *Sirius* ou la gueule du grand chien, l'*épaule d'Orion*, le pied d'Orion ou *Rigel*, l'œil du taureau *Aldébaran*, *la Chèvre*, *la Lyre*, *Arcturus*, le cœur du Scorpion ou *Antarès*, *l'Epi de la Vierge*, le cœur du Lion ou *Regulus*, *Procyon*, *Fomalhaut*; & deux que nous ne voyons jamais en Europe, *Canopus* & *Acharnar*. Il y a des astronomes qui mettent au même rang le cœur de l'Hydre, la queue du Lion & la queue du Cygne.

232. Pour apprendre à connoître les différentes constellations par leurs figures, leurs situations & leurs noms, le plus simple est d'employer un globe ou des cartes célestes, comme celles de Flamsteed, de Senex, d'Hevelius, du P. Pardies, ou les deux grands hémisphères de M. Robert de Vaugondi; mais voici une Table qui facilitera la connoissance des plus belles étoiles en montrant l'heure où elles passent au méridien le premier jour de chaque mois, & leur hauteur pour Paris.

La derniere colonne de cette table contient l'heure du passage de l'équinoxe au méridien (*a*), à laquelle on ajoute l'ascension droite d'une étoile quelconque, ou sa distance au point équinoxial, convertie en temps, pour avoir l'heure de son passage au méridien (365). La hauteur méridienne de chaque étoile se trouve en tête de la colonne, & au-dessous du nom de l'étoile.

233. EXEMPLE. Le premier Octobre je veux connoître dans le ciel l'étoile appellée *Sirius*, ou le grand Chien; je vois dans la table ci-jointe qu'elle passe au méridien le premier Octobre à 18h 2′, c'est-à-dire le 2 Octobre à 6h 2′ du matin, & que sa hauteur méridienne pour Paris est de 24° 45′; je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à 6h 2′ du matin, & je le mets à la hauteur de 24° ¾; j'apperçois à l'instant que ce quart-de-cercle est dirigé vers une belle étoile, & je reconnois que c'est-là Sirius.

(*a*) Je n'entends pas sous ce terme le vrai moment du passage; mais la quantité dont l'équinoxe est éloigné du méridien à midi, convertie en temps, à raison de 15° par heure, ou le complément de l'ascension droite du soleil; mais à l'égard des étoiles, c'est le véritable moment de leur passage que j'ai voulu calculer (365).

HEURES DU PASSAGE AU MERIDIEN

des principales Etoiles pour le premier jour de chaque mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris.

MOIS.	Aldébaran.	La Chèvre.	α d'Orion.	Sirius.	Procyon.	Régulus.
	Hauteur. $57^d\ 12'$	*Hauteur.* $86^d\ 54'$	*Hauteur.* $39^d\ 46'$	*Hauteur.* $24^d\ 45'$	*Hauteur.* $47^d.\ 3'$	*Hauteur.* $54^d\ 15'$
JANV.	$9^h\ 32'$	$10^h\ 9'$	$10^h\ 34'$	$11^h\ 44'$	$12^h\ 36'$	$15^h\ 4'$
FEVR.	7 20	7 57	8 22	9 32	10 25	12 53
MARS.	5 32	6 9	6 34	7 44	8 36	11 4
AVRIL.	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 11
MAI.	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 20
JUIN.	23 41	0 22	0 47	1 57	2 50	5 18
JUILL.	21 37	22 14	22 39	23 49	0 46	3 14
AOUT.	19 33	20 10	20 35	21 45	22 37	1 10
SEPT.	17 37	18 15	18 39	19 50	20 43	23 10
OCTOB.	15 50	16 27	16 51	18 2	18 54	21 22
NOV.	13 54	14 30	14 55	16 5	16 58	19 26
DEC.	11 50	12 27	12 51	14 2	14 54	17 22

	L'Epi.	Arcturus.	Antarès.	La Lyre.	Fomahant.	Passage de l'Equinoxe au méridien.
	Hauteur. $31^d\ 13'$	*Hauteur.* $61^d\ 34'$	*Hauteur.* $15^d\ 16'$	*Hauteur.* $79^d\ 45'$	*Hauteur.* $10^d\ 22'$	
JANV.	$18^h\ 21'$	$19^h\ 13'$	$21^d\ 23'$	$23^h\ 36'$	$3^h\ 55'$	$5^h\ 11'$
FÉVR.	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
MARS.	14 21	15 13	17 23	19 36	23 51	1 10
AVRIL.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 58	23 17
MAI.	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 25
JUIN.	8 34	9 26	11 36	13 50	18 5	19 23
JUILL.	6 30	7 22	9 32	11 46	16 1	17 18
AOUT.	4 26	5 18	7 28	9 41	13 56	15 14
SEPT.	2 30	3 22	5 32	7 46	12 1	13 18
OCTOB.	0 42	1 34	3 44	5 58	10 13	11 30
NOV.	22 43	23 34	1 48	4 2	8 17	9 33
DÉC.	20 38	21 30	23 40	1 58	6 13	7 29

J'ai choisi une année moyenne entre deux bissextiles, ensorte qu'il ne peut pas y avoir deux minutes de différence entre l'observation & la table, même en différentes années. Cette table servira de même à trouver l'heure qu'il est quand on aura appris à connoître les étoiles, & qu'on saura de quel côté est le méridien.

Les hauteurs que j'ai marquées au-dessus du nom de chaque étoile, diminuent quand on avance vers le nord, & augmentent si l'on s'éloigne vers le midi; ainsi chacun peut les réduire à la latitude du lieu qu'il habite par l'addition ou la soustraction de la différence entre cette latitude & celle de Paris, quarante-huit degrés cinquante minutes. Ainsi à Marseille, où il y a quarante-trois degrés dix-huit minutes de latitude, c'est-à-dire, cinq degrés de moins qu'à Paris, la hauteur d'Aldébaran, au lieu d'être de 57 degrés 12 min. devient 62 degrés 44 min.

234. Il faut observer que les temps marqués dans la table précédente, sont des temps comptés astronomiquement, c'est-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainsi quand on voit dans la première colonne que l'étoile *Aldébaran* passe au méridien le premier Juin à 23^{h} $41'$, cela veut dire dans l'usage ordinaire, le 2 Juin à 11^{h} $41'$ du matin, parce que le premier de Juin ne commence qu'à midi de ce jour-là, suivant les astronomes, & il ne finit, suivant eux, qu'à midi du lendemain, lorsque dans la société il y a déja 12 heures que l'on compte le 2 de Juin, temps civil.

235. Cette méthode pour reconnoître les étoiles de la premiere grandeur, pourroit s'appliquer à toutes les autres; mais elle est longue, & exige peut-être trop d'assujettissement, sur-tout en hiver. J'ai donc cru devoir indiquer ici quelques alignemens propres à faire reconnoître les principales constellations; ce sera un petit secours offert à la curiosité de ceux qui sont dépourvus de globes, de planisphères & d'instrumens. On doit être d'abord prévenu que ces alignemens ne sauroient avoir une exactitude & une précision bien rigoureuse; mais quand il ne s'agit que de reconnoître la forme d'une constellation, il suffit que les alignemens indiquent à peu-près le lieu où elle est, pour qu'on ne prenne jamais une constellation pour l'autre.



Méthode des Alignemens.

236. Je suppose que dans une soirée d'hiver, au mois de Janvier ou de Février, on soit dans un lieu dégagé vers les 7 ou 8 heures du soir, on verra du côté du midi, du moins en Europe, la grande constellation d'Orion; elle est formée de 3 étoiles de la seconde grandeur, qui sont fort près l'une de l'autre, sur une ligne droite, & dans le milieu d'un très-grand quadrilatère; on en voit la forme dans la figure 19, & sans avoir vu cette figure, il est impossible de méconnoître cette constellation après les caractères que je viens d'indiquer.

237. Ces trois étoiles, qu'on appelle le *Baudrier d'Orion*, vulgairement les *trois Rois* ou *le Rateau*, indiquent par leur direction d'un côté *Sirius*, & de l'autre les *Pléïades*. Sirius, la plus belle étoile du ciel, se fait remarquer par sa scintillation & son éclat; elle est du côté de l'orient ou du sud-est, par rapport à Orion.

238. Les Pléïades sont du côté de l'occident en tirant vers le nord; c'est un groupe d'étoiles qui se distingue facilement; il est d'ailleurs sur le prolongement de la ligne menée de Sirius par le milieu des étoiles du baudrier d'Orion; & la direction de ces trois étoiles du baudrier, qui tend presque vers les Pléïades, ou un peu plus au midi, les fera connoître aisément; elles sont sur le dos du Taureau.

239. Aldebaran, ou *Palilicium*, qui forme l'œil du Taureau, est une étoile de la première grandeur, située fort près des Pléïades, sur la ligne menée de l'épaule occidentale d'Orion aux Pléïades (*a*). Procyon ou le petit Chien, est une étoile de la première grandeur, située au nord de Sirius, & plus orientale qu'Orion; elle fait avec Sirius & le baudrier d'Orion, un triangle presqu'équilatéral, & cela suffit pour la distinguer.

240. Arcturus, qui est la principale étoile du Bouvier, est une étoile de la première grandeur, pour laquelle nous nous servirons de la grande Ourse (*fig.* 1.), plutôt que d'Orion; elle est presque désignée par la

(*a*) Tous les astronomes se servent de lettres grecques pour désigner les étoiles, d'après les cartes célestes ou l'*Uranométrie* de Bayer, publiée en 1603.

queue de la grande Ourſe (6), dont elle n'eſt éloignée que de 31°. Les 2 dernières étoiles de la grande Ourſe ζ & η (*fig.* 1.), forment une ligne qui va preſque ſe diriger vers Arcturus.

241. Les GÉMEAUX ſont deux étoiles de la ſeconde grandeur, aſſez proches l'une de l'autre, ſituées dans le milieu de l'eſpace qu'il y a entre Orion & la grande Ourſe. On les diſtinguera encore par le moyen d'Orion; car en tirant une ligne de Rigel ou β d'Orion, qui eſt la plus occidentale & la plus méridionale de ſon grand quadrilatère, par l'étoile ζ, qui eſt la troiſième ou la plus orientale des trois du baudrier, elle ſe dirige auſſi vers les deux têtes des Gémeaux. Enfin, les deux premieres étoiles de la queue de la grande Ourſe ζ, ε, (*fig.* 1.) avec la diagonale du carré menée par δ & β, forme une ligne qui va encore ſe diriger vers les deux têtes des Gémeaux, après avoir paſſé ſur une des pattes de la grande Ourſe.

242. Cette ligne prolongée au-delà des têtes des Gémeaux, paſſe ſur les pieds des Gémeaux, qui ſont quatre étoiles ſur une ligne droite perpendiculaire à la première. Enfin, cette même ligne tirée de la grande Ourſe aux Gémeaux, étant prolongée au-delà des pieds des Gémeaux, va aboutir à l'épaule orientale d'Orion, c'eſt-à-dire, à l'étoile α, qui eſt la plus orientale & la plus boréale du grand quadrilatère d'Orion (236).

243. La ligne menée de Rigel par l'épaule occidentale d'Orion γ, va rencontrer vers le nord la corne auſtrale du Taureau ζ, de troiſième grandeur, à même diſtance de γ d'Orion que celle-ci l'eſt de Rigel, c'eſt environ 14°. La corne boréale du Taureau β eſt de ſeconde grandeur; elle eſt ſur la ligne menée par l'épaule orientale α, & par la corne auſtrale ζ, à 8° de celle-ci. L'écliptique paſſe entre les deux cornes du Taureau.

244. La conſtellation du LION peut ſe reconnoître par les deux étoiles précédentes α & β du carré de la grande Ourſe (*fig.* 1.); car ces deux étoiles qui nous ont ſervi à trouver l'étoile polaire du côté du nord (6), indiquent par leur alignément le Lion du côté du midi à 45° de la grande Ourſe. Le Lion eſt un grand trapèze, où l'on remarque ſur-tout une étoile de la première grandeur, appellée *Régulus* ou le cœur du Lion.

245. Le cœur du Lion est sur la ligne menée de Rigel par Procyon, mais à 37° de celui-ci; ainsi l'on a une seconde manière de le reconnoître. La queue du Lion β est une étoile de la seconde grandeur, située un peu au midi de la ligne qui va de Régulus à Arcturus; elle est à 15° de Régulus vers l'orient.

246. Le CANCER ou l'Ecréviffe, est une constellation formée de petites étoiles qui sont difficiles à distinguer. La nébuleuse du Cancer est un amas d'étoiles, moins sensible que celui des Pléïades; on le rencontre à peu-près en allant du milieu des Gémeaux au cœur du Lion, ou de Procyon à la queue de la grande Ourse.

247. Au midi des trois étoiles du baudrier d'Orion, on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle *l'épée*, & la nébuleuse d'Orion (296): la direction de ces étoiles prolongée sur l'étoile ϵ, au milieu du Baudrier, va passer sur la corne australe ζ du Taureau, & ensuite sur le milieu de la constellation du COCHER; c'est un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus septentrionale a une étoile de la première grandeur, appellée la CHÈVRE. On rencontre aussi la Chèvre par le moyen d'une ligne menée sur les deux étoiles δ & α, les plus boréales du carré de la grande Ourse.

248. Le BÉLIER, la première des douze constellations du zodiaque, est formée principalement de deux étoiles de troisième grandeur, assez voisines l'une de l'autre, dont la plus occidentale β est accompagnée d'une plus petite étoile de 4e grandeur, appellée γ, ou *la première étoile du Bélier*, parce qu'elle étoit autrefois la plus près du point équinoxial; on reconnoît cette constellation par une ligne menée de *Procyon* à *Aldébaran*, qui va se diriger vers le Bélier, 36° plus loin qu'Aldébaran.

249. La Ceinture de PERSÉE est composée de 3 étoiles, dont une de la seconde grandeur, passe à peu-près au zénit de Paris. Elles forment comme un arc courbé vers la grande Ourse; la ligne tirée de l'étoile polaire aux Pléïades, passe sur la ceinture de Persée, & suffit pour la reconnoître, mais on y peut encore employer un autre alignement, celui des Gémeaux & de la Chèvre, dont la ligne se dirige vers la ceinture de Persée. La ligne menée du baudrier d'Orion par Aldébaran, va sur la tête de Méduse β, que Persée tient dans sa main.

250. Le CYGNE eſt une conſtellation fort remarquable, où il y a une étoile de la ſeconde grandeur; cette conſtellation a la forme d'une grande croix; la ligne menée des Gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le Cygne de l'autre côté, & à pareille diſtance de l'étoile polaire. Cette remarque ne ſert que dans les temps de l'année où on les voit en même temps ſur l'horizon. Nous donnerons ci-après un autre alignement pour le Cygne (256).

251. Le carré de PÉGASE eſt formé par quatre étoiles de ſeconde grandeur, la plus boréale des quatre de ce carré forme la *tête d'Andromède*: la ligne tirée des deux précédentes de la grande Ourſe β & α, par l'étoile polaire, va paſſer au-delà du pole, ſur le milieu du carré de Pégaſe. La ligne menée du baudrier d'Orion par le Bélier, va ſur la tête d'Andromède; la ligne menée des Pléïades par le Bélier, va ſur l'aîle de Pégaſe γ, ou *Algénib*, qui eſt une des quatre du carré, les deux autres ſont à l'occident; la plus boréale des deux occidentales eſt β, *Scheat*; la plus méridionale, α ou *Markab*.

252. CASSIOPÉE eſt une conſtellation directement oppoſée à la grande Ourſe par rapport à l'étoile polaire, enſorte que la ligne ou le cercle qui va du milieu de la grande Ourſe ou de l'étoile ε, par l'étoile polaire, va paſſer au milieu de Caſſiopée de l'autre côté du pole. Cette conſtellation eſt formée de ſix à ſept étoiles en forme d'un y, ou, ſi l'on veut, d'une chaiſe renverſée; cette forme eſt aſſez équivoque, mais les étoiles de Caſſiopée ſe font ſuffiſamment remarquer, pluſieurs étant de la ſeconde grandeur.

253. Céphée eſt une conſtellation compriſe entre l'étoile polaire, Caſſiopée & le Cygne. La ligne menée de l'étoile polaire à la queue du Cygne α, paſſe près des étoiles β & α de Céphée, l'une ſur le ventre & l'autre ſur l'épaule en les laiſſant toutes deux un peu du côté de Caſſiopée. Avant que d'arriver à β, on laiſſe plus loin du même côté l'étoile γ, qui eſt ſur la ligne menée des Gardes de la petite Ourſe par le milieu de Caſſiopée.

254. La PETITE-OURSE a preſque la même figure que la grande Ourſe, & lui eſt parallèle, mais dans une ſituation renverſée. L'étoile polaire (6), qui eſt de la troiſième grandeur, fait l'extrémité de la queue; les

quatre étoiles suivantes sont fort petites, n'étant que de la quatrième grandeur, mais les deux dernières du carré sont encore de troisième grandeur; on les appelle les *Gardes* de la petite Ourse; elles sont sur la ligne menée par le centre du carré de la grande Ourse, perpendiculairement à ses deux grands côtés.

255. Le DRAGON a une partie entre la Lyre & la petite Ourse, où les quatre étoiles de sa tête font un losange assez visible; sa queue est entre l'étoile polaire & le carré de la grande Ourse. La ligne menée par les deux Gardes de la petite Ourse β & γ, va se diriger vers l'étoile η du Dragon (qui est marquée par erreur ε dans le planisphère de Senex.) Cette étoile est entre θ, plus méridionale, & ζ plus boréale, sur une même ligne qui se dirige presque vers le pole de l'écliptique (281), & un peu plus loin vers δ & ε du Dragon, pour aller traverser ensuite la constellation de Céphée, entre β & α.

256. L'une des diagonales du carré de Pégase se dirige au nord-ouest vers la queue du Cygne α; l'autre diagonale du carré de Pégase se dirige au nord-est vers la ceinture de Persée; elle passe d'abord vers l'étoile β de la ceinture d'ANDROMÈDE, & ensuite vers l'étoile γ au pied d'Andromède. Ces deux étoiles β & γ, de seconde grandeur, divisent en trois parties égales l'espace compris entre la tête d'Andromède & la ceinture de Persée; la ligne qui les joint passe entre Cassiopée & le Bélier.

257. Les CONSTELLATIONS qui paroissent le soir en été n'ont pas de caractères aussi marqués que celles d'hiver; mais on les reconnoîtra par le moyen des précédentes. Quand le milieu de la queue de la grande Ourse, ou l'étoile ζ, est dans le méridien au-dessus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9h du soir à la fin de Mai, on voit l'*épi de la* VIERGE dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris; c'est une étoile de la première grandeur. La diagonale du carré de la grande Ourse menée par α & γ, va marquer aussi à peu-près cette étoile par sa direction, quoiqu'elle en soit éloignée de 68°. Enfin, cette étoile fait à peu-près un triangle équilatéral avec Arcturus & la queue du Lion, dont elle est éloignée d'environ 33° (244).

258. On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la Vierge, un trapèze formé par les 4 principales étoiles du CORBEAU, qui sont aussi sur la ligne menée par la Lyre & l'épi de la Vierge.

259. La ligne menée des dernières étoiles du carré de la grande Ourse δ & γ, par le cœur du Lion, *Regulus*, va rencontrer à 22° plus au midi, *le cœur de l'Hydre femelle*. Sa tête est au midi de l'Ecrevisse, entre Procyon & Régulus, ou un peu plus méridionale. L'Hydre s'étend depuis le petit Chien jusqu'au dessous de l'épi de la Vierge.

260. La COUPE est située entre l'Hydre & le Corbeau, à l'occident de celui-ci; le trapèze formé par les quatre principales étoiles de la coupe est assez remarquable.

261. La LYRE est une étoile de la première grandeur, l'une des plus brillantes de tout le ciel, qui fait presque un triangle rectangle avec Arcturus & l'étoile polaire, l'angle droit étant vers l'orient, à la Lyre.

262. La COURONNE est une petite constellation, située près d'Arcturus, sur la ligne menée d'Arcturus à la Lyre. On la reconnoît facilement par les sept étoiles en forme de demi-cercle dont elle est composée: il y en a une de la seconde grandeur. Les deux premières étoiles de la queue de la grande Ourse ε & ζ, forment une direction qui va rencontrer aussi la Couronne.

263. L'AIGLE contient une belle étoile de la seconde grandeur, qui est au midi de la Lyre & du Cygne; on la distingue facilement, parce qu'elle est entre deux autres étoiles β & γ, de troisième grandeur, qui forment une ligne droite avec la belle étoile, & qui en sont fort proches.

264. ANTINOUS est une petite constellation située au-dessous de l'Aigle.

265. La ligne ou le grand cercle qui passe par Régulus & l'épi de la Vierge, (c'est à peu-près l'écliptique) va rencontrer plus à l'orient la constellation du SCORPION, qui est fort remarquable; elle est composée de trois étoiles au front du Scorpion, dont une est de la seconde grandeur, qui forment un grand arc du nord au sud, & d'une étoile plus orientale, qui est comme le centre de l'arc; cette étoile est de la première grandeur, & s'appelle ANTARÈS ou le cœur du Scorpion.

Les étoiles du front, en commençant par le nord, sont β, δ, π, ρ.

266. La BALANCE contient deux étoiles de seconde grandeur, qui en forment les deux bassins; la ligne de ces deux étoiles est à peu-près perpendiculaire sur le milieu de celle qui est menée depuis Arcturus jusqu'au front du Scorpion, c'est-à-dire qu'elles sont placées dans le milieu de l'intervalle, quoiqu'un peu à l'occident de cette ligne. Le Bassin austral est entre l'épi de la Vierge & Antarès, toutes trois étant fort près de l'écliptique; il y a 21 degrés $\frac{1}{3}$ entre l'épi & le bassin austral, & 24 $\frac{2}{3}$ entre celle-ci & Antarès.

267. Le SAGITTAIRE est une constellation qui suit le Scorpion, c'est-à-dire, qui est un peu à l'orient; elle est sur la direction de l'épi de la Vierge & d'Antarès, qui suit à peu-près l'écliptique. Le Sagittaire contient plusieurs étoiles de troisième grandeur, qui forment un grand trapèze, & deux étoiles du trapèze en forment un plus petit, avec deux autres étoiles; mais ce second trapèze est dans un sens perpendiculaire au premier.

268. Cette constellation est aussi marquée par une ligne menée depuis le milieu du Cygne sur le milieu de l'Aigle, car le Sagittaire est environ 35° au midi de l'Aigle, comme le Cygne est au nord de l'Aigle. Le Sagittaire est encore indiqué par la diagonale du carré de Pégase, menée de la tête d'Andromède par α de Pégase, & prolongée du côté du midi; c'est cette diagonale, qui, prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de Persée (256).

269. Le cercle mené depuis Antarès jusqu'à l'étoile polaire, traverse d'abord la constellation d'OPHIUCUS ou du Serpentaire, & plus haut rencontre celle d'HERCULE. Ces deux constellations étant un peu difficiles à débrouiller, je vais les suivre avec quelque détail. La ligne menée depuis Antarès jusqu'à la Lyre, passe entre les deux têtes d'Hercule & d'Ophiucus, qui sont deux étoiles de seconde grandeur, fort proches l'une de l'autre, dont la ligne se dirige vers la Couronne. La plus méridionale & la plus orientale des deux est la tête d'Ophiucus.

270. La ligne menée par ces deux têtes va rencontrer γ d'Hercule 13° plus loin, & l'étoile β d'Hercule est à 3° au nord-est de γ. La ligne menée de γ à β d'Hercule, va rencontrer ϵ d'Hercule vers le nord, & α du

Serpent vers le midi, ou plutôt vers le sud-ouest; celle-ci forme aussi un triangle équilatéral avec la tête d'Hercule & la Couronne. La ligne tirée de la tête d'Ophiucus au bassin austral de la Balance, passe sur les étoiles ε & δ, l'une de la quatrième grandeur, l'autre de la troisième, qui sont à 1° $\frac{1}{3}$ l'une de l'autre, sur une direction perpendiculaire au milieu de cette ligne; l'étoile δ est la plus septentrionale & la plus occidentale. Ces étoiles se dirigent au sud-est vers ζ au genou occidental d'Hercule, qui est à 7° ½ de ε, & presque vers η au genou oriental, qui est 9° ½ plus loin que ζ, du côté du nord-ouest. Ces étoiles δ & ε se dirigent un peu au-dessous de α du Serpent; le groupe de ces deux étoiles δ & ε d'Ophiucus, fait à peu-près un triangle équilatéral avec β de la Balance ou le bassin boréal, & α du Serpent. Près de celle-ci est δ du Serpent, 4° ½ au nord-ouest, & ε qui est 2° au sud-est. La direction de ces trois étoiles indique encore δ & ε d'Ophiucus, qui sont à 10° de ε du Serpent.

271. Les étoiles β & γ, sur l'épaule orientale d'Ophiucus, sont sur la ligne menée de la tête d'Hercule à celle du Sagittaire (267), sur le même méridien que la tête d'Ophiucus; β est à 8°, & γ à 10° plus au midi que la tête d'Ophiucus; leur direction passe entre les deux têtes d'Ophiucus & d'Hercule.

272. La ligne menée de la tête d'Hercule à celle d'Ophiucus, se dirige vers θ, extrémité de la queue du Serpent, qui est à 21° de la tête d'Ophiucus, vers l'occident; c'est une étoile changeante (291), que nous désignerons encore ci-après (276).

273. La ligne menée des étoiles les plus orientales de la Couronne, qui regardent la Lyre, jusqu'à α du Serpent, passe sur la tête du Serpent entre γ & β de troisième grandeur: celle-ci est la plus occidentale des deux. Le pied occidental d'Ophiucus est entre Antarès & β, ou la boréale au front du Scorpion. Son pied oriental est entre Antarès & μ, qui est la supérieure & l'occidentale, ou précédente de l'arc du Sagittaire: ses deux pieds sont sur l'écliptique même.

274. Le CAPRICORNE est marqué par le prolongement de la ligne qui passe par la Lyre & l'Aigle; il y a deux étoiles de troisième grandeur α & β, à deux degrés l'une de l'autre, placées sur le prolongement de cette li-

gne, qui marquent la tête du Capricorne; & à 20° delà, du côté de l'orient, deux autres étoiles γ & δ, situées de l'orient à l'occident à 2° l'une de l'autre, marquent la queue du Capricorne.

275. FOMAHANT, ou la bouche du Poisson austral, étoile de la premiere grandeur, est indiquée par la ligne menée de l'Aigle à la queue du Capricorne, & prolongée 20° au-delà. Tycho l'appelle *Fomahant*. M. Hyde *Pham-Al-Hut*. Flamsteed l'appelle *Fomalhaut*.

276. Le DAUPHIN est une petite constellation située environ 15° à l'orient de l'Aigle, formée par un losange de quatre étoiles de la troisième grandeur. La ligne menée du Dauphin par le milieu des trois étoiles de l'Aigle, perpendiculairement à la ligne que forment ces étoiles, va passer vers θ, extrémité de la queue du Serpent, du côté de l'occident (272).

277. Le VERSEAU est désigné par une ligne menée de la Lyre sur le Dauphin, prolongée vers le midi, à la même distance du Dauphin que le Dauphin de l'Aigle, c'est-à-dire environ à 30°: le Verseau est un peu à l'orient de cette ligne. En allant du Dauphin à Fomahant, on traverse dans toute sa longueur la constellation du Verseau, & l'on passe d'abord entre les deux épaules α & β, qui sont deux étoiles de troisième grandeur, à 10° l'une de l'autre, les plus remarquables de toute cette constellation.

278. La BALEINE est une grande constellation, située au midi du Bélier, au-dessous de l'espace qui est entre les Pléïades & le carré de Pégase. La ligne menée de la ceinture d'Andromède entre les deux étoiles du Bélier, va passer sur l'étoile α à la mâchoire de la Baleine, qui est une étoile de la seconde grandeur, à 25° des deux cornes du Bélier. La ligne menée de la Chèvre par les Pléïades, va passer aussi vers α de la Baleine. La ligne menée par Aldébaran & la mâchoire de la Baleine, va passer sur la queue β de la Baleine, autre étoile de seconde grandeur, qui est à 42° plus loin, tout près de l'eau du Verseau.

279. Les POISSONS qui forment le douzième signe du zodiaque sont peu remarquables dans le ciel; l'un des poissons est placé le long du côté méridional du carré de Pégase (251), sous α & γ de Pégase; l'autre Poisson est placé à l'orient du carré de Pégase, entre la tête d'An-

dromède & la tête du Bélier. L'étoile α au nœud du lien des Poiſſons, qui eſt de la troiſième grandeur, eſt ſituée ſur la lignée menée du pied d'Andromède par la tête du Bélier, & ſur celle menée des pieds des Gémeaux par Aldébaran, à 40° à l'occident de celle-ci; elle fait auſſi un triangle-rectangle avec α de la Baleine & β ou γ du Bélier, au midi de celles-ci; c'eſt l'étoile la plus remarquable de la conſtellation des Poiſſons.

280. Je ne conduirai pas plus loin ce détail des conſtellations; les autres étant plus petites & moins remarquables, on aura beſoin des cartes céleſtes pour les bien diſtinguer (232).

281. Après avoir appris à connoître le pole du monde (5), on doit être curieux de diſtinguer auſſi le pole de l'écliptique, puiſque c'eſt un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique eſt ſitué dans la conſtellation du Dragon, ſur la ligne menée par les deux ſuivantes γ & δ de la grande Ourſe; il fait un triangle preſque équilatéral avec la Lyre & α du Cygne; il eſt auſſi ſur la ligne menée par les deux précédentes du carré de la grande Ourſe & par les gardes de la petite Ourſe (254), 3^d au-delà de l'étoile ε du Dragon, qui eſt à peu-près ſur la même ligne que les étoiles θ, η, ζ, ε, φ du Dragon, dont la direction s'étend d'Arcturus à Céphée & Caſſiopée. L'étoile η eſt celle vers laquelle ſe dirigent les Gardes de la petite Ourſe. Enfin, le pole de l'écliptique fait un triangle-rectangle & iſoſcèle avec l'étoile polaire & β de la petite Ourſe, qui eſt la plus ſeptentrionale des deux dernières de la petite Ourſe, l'angle droit eſt à l'étoile β.

282. Pour ſe mettre à portée d'eſtimer en degrés les diſtances des étoiles, il faut les meſurer ſur le globe, on y verra par exemple qu'Arcturus eſt éloigné de 30° 29′ de la dernière étoile η de la queue de la grande Ourſe; les deux extrêmes des 3 étoiles du baudrier d'Orion, ſont éloignées de 2° ½; les deux épaules ſont diſtantes de 7°; Aldébaran eſt éloigné de Sirius de 46°; d'ailleurs j'en ai indiqué pluſieurs dans les articles précédens.

Des

Des Etoiles Changeantes & des Nébuleuses.

283. L'HISTOIRE fait mention de plusieurs étoiles remarquables & nouvelles, qui ont paru, & disparu ensuite totalement; nous en connoissons encore actuellement qui disparoissent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent ensuite sensiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les anciens, comme des étoiles remarquables, & qui ne paroissent plus; d'autres enfin, qui paroissent constamment aujourd'hui, quoiqu'elles n'ayent pas été décrites par les anciens: mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du catalogue des anciens, qui ne nous a été conservé qu'avec beaucoup de fautes, dans l'Almageste de Ptolomée.

284. Les plus anciens auteurs, tels qu'Homère, Attalus & Géminus, ne comptoient que six Pléïades; Simonide, Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolomée dans le texe Grec, les mettent au nombre de sept, & l'on prétendit que la septième avoit paru avant l'embrasement de Troye; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les distinguer, & de les compter à la vue simple.

285. L'histoire raconte plus précisément des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque : (*Voyez* Pline, *L. II. c.* 24. 26); & au temps de l'Empereur Hadrien, 130 ans après J. C.

286. Fortunio Liceti, Médecin célèbre, mort à Padoue en 1656, a composé un Traité *de novis Astris*, où l'on peut trouver une ample érudition sur les étoiles nouvelles, dont les anciens ont parlé. Il rapporte page 259, que Cuspinianus observa une étoile nouvelle l'an 389, près de l'Aigle; qu'elle parut aussi brillante que Vénus pendant trois semaines, & disparut ensuite. Il en cite plusieurs autres de différens siècles.

287. Mais une des plus fameuses de toutes les étoiles nouvelles a été celle de 1572: elle fut remarquée au commencement de Novembre, faisant un rhombe parfait avec les étoiles α, β, γ, de la constellation de Cassiopée. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme si elle se fût formée tout-à-coup avec tout son éclat; elle surpassoit Sirius, la plus brillante des étoiles, & même Jupiter lorsqu'il est périgée: on l'ap-

paroissoit même pendant le jour. Dès le mois de Décembre 1572, elle commença à diminuer jusqu'au mois de Mars 1574, qu'on la perdit de vue. Elle n'avoit aucune parallaxe sensible (441) ni aucun mouvement propre apparent; d'où il est aisé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que Saturne, la plus éloignée de toutes les planètes; sans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle sensible; elle n'avoit point de chevelure comme les comètes, mais elle brilloit comme les étoiles fixes.

287. La nouvelle étoile du Serpentaire, qui parut le [illegible] Octobre 1604, fut à peu-près aussi brillante que celle de 1572. Képler assure qu'elle n'avoit aucune parallaxe ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles; d'où il paroît qu'elle étoit aussi beaucoup au-dessus de la sphère de Saturne; car la parallaxe annuelle produite par le mouvement de la terre, l'eût fait varier en apparence de plusieurs degrés, si elle eût été à la distance de Saturne (447).

288. On a observé dans le Cygne trois étoiles changeantes: la plus remarquable des trois est celle qui est appellée χ dans Bayer, & dont on observe encore les variations. M. Kirch remarqua en 1686 ces diversités de lumière. Dans la suite, M. Maraldi & M. Cassini ayant observé plusieurs fois cette étoile, trouverent la période de son plus grand éclat de 405 jours. Voici les temps où elle sera la plus brillante d'ici à quelques années; le 29 Avril 1773, 9 Juin 1774, 19 Juillet 1775, le 27 Août 1776, 7 Octobre 1777. (*Mém. Acad.* 1759. *p.* 247.) On doit observer que ces retours sont sujets à des inégalités physiques.

289. La deuxième changeante du Cygne est située près de l'étoile γ qui est dans la poitrine. Elle fut découverte par Képler en 1600; pendant 19 ans qu'il l'observa, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si grande que γ à la poitrine du Cygne, mais plus que celle qui est dans le bec. M. Cassini l'observa de nouveau en 1655; Hevelius en 1665; en 1677, [illegible] & en 1715, elle n'étoit que comme une étoile de [illegible] grandeur.

290. La troisième changeante du Cygne fut découverte le 20 Juin 1670 par le P. Anthelme, près la tête du Cygne au côté de la flèche: elle étoit de 3e grandeur;

mais le 10 Août elle n'étoit plus que de 6e. Il la revit le 17 Mars 1671, & la jugea de 4e grandeur. M. Cassini y remarqua cette année-là plusieurs variations. Elle n'a pas reparu depuis 1672.

M. Cassini le fils a parlé de plusieurs autres étoiles, ou qui sont perdues, ou qui paroissent changeantes ou nouvelles, telles que des étoiles de Cassiopée, de l'Eridan, de la Baleine, &c. (*Elém. d'Astron. p.* 73.)

292. Il est difficile de se former une idée nette de la cause qui peut faire changer & disparoître les étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Le P. Riccioli croyoit que peut-être il y avoit des étoiles qui n'étoient pas lumineuses dans toute leur étendue, & dont la partie obscure pouvoit se tourner vers nous, plus ou moins par une rotation des étoiles (931).

M. de Maupertuis, dans son *Discours sur les différ. figur. des astres*, publié à Paris en 1732, ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un astre sur son axe peut produire dans cet astre un aplatissement considérable, s'en sert pour expliquer le phénomène des étoiles nouvelles. Si quelqu'une de ces étoiles aplaties a autour d'elle quelque grosse planète dans une orbite fort excentrique, & inclinée au plan de l'équateur de l'étoile, l'attraction de la planète, lorsqu'elle approchera de son périhélie, changera l'inclinaison de l'étoile plate, qui par-là nous paroîtra plus ou moins lumineuse. Une étoile que nous n'appercevrions point, parce qu'elle nous présentoit le tranchant, peut être visible quand elle nous présentera une partie de son disque; c'est ainsi qu'on peut rendre raison du changement de grandeur qu'on a observé dans quelques étoiles, de leurs disparitions, de leurs retours, quoique l'hypothèse d'abord paroisse peu vraisemblable.

293. LA VOIE LACTÉE est une blancheur irréguliere qui semble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a appellée Cercle de Junon, Chemin de S. Jacques, &c. Démocrite jugea autrefois que la blancheur de cette trace céleste devoit être produite par une multitude d'étoiles trop petites pour être apperçues distinctement; c'étoit le sentiment de Manilius. Si cela est probable, il faut convenir au moins que cela n'est pas démontré; on voit avec les télescopes des étoiles dans toutes les parties du ciel, à peu-près comme dans la voie

lactée. On trouvera la voie lactée tracée sur mon nouveau globe céleste, plus exactement qu'elle ne l'avoit été jusqu'à présent.

294. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve aussi dans d'autres parties, où la voie lactée ne s'étend point, de petites blancheurs qui, à la vûe simple, ressemblent à des étoiles peu lumineuses, & qui dans le télescope font une blancheur large & irrégulière, dans laquelle on ne trouve point d'étoiles, ou des especes mêlés de cette blancheur & de petites étoiles; c'est ce qu'on appelle proprement NÉBULEUSES; car il y en a quelques-unes qui, dans la lunette, ne paroissent autre chose que des amas de petites étoiles.

295. La premiere nébuleuse proprement dite qu'on découvrit après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromède, remarquée en 1612 par Simon Marius: elle ne paroît à la vûe simple que comme un nuage; mais dans la lunette, elle paroissoit formée par trois rayons, blancs, pâles, irréguliers, qui étoient plus clairs en approchant du centre. M. le Gentil dit qu'elle change de forme. (*Mém.* 1759. p. 445. 465.) Elle occupe environ un quart de dégré. Boulliaud est persuadé qu'elle avoit été vue plus de 600 ans auparavant.

296. La nébuleuse d'Orion est au-dessous du Baudrier ou des trois Rois (247). C'est la plus remarquable de toutes les nébuleuses. Cependant M. Huygens fut le premier qui l'observa, par hasard, en 1656; elle est d'une figure irrégulière, alongée & courbe; sa blancheur est vive dans la lunette, & l'on n'y distingue cependant que sept petites étoiles dans une clarté pâle, mais uniforme. Il y a encore plusieurs autres nébuleuses: celles du Sagittaire, d'Antinoüs, d'Hercule, du Centaure, d'Andromède, du Serpentaire, du Sagittaire, &c. M. l'Abbé de la Caille, en travaillant à son catalogue des étoiles australes qu'il a observées au Cap de Bonne-Espérance, en a remarqué 42 dont il a donné la position; & M. Messier en a observé plusieurs dans l'hémisphère boréal.

297. LA LUMIERE ZODIACALE que M. de Mairan compare à celle des nébuleuses, est une clarté ou une blancheur souvent assez semblable à celle de la voie lactée.

On l'apperçoit après le coucher du soleil, sur-tout au commencement de Mars, en forme de pyramide ou de fuseau dont le soleil est la base; elle a plus de 100° de longueur: il paroît que cette lumière n'est que l'atmosphère du soleil; elle a une situation semblable à celle de l'équateur solaire (959), & paroît en forme de sphéroïde applati comme l'exige la rotation du soleil (945). Cette lumière zodiacale est amplement décrite dans le *Traité des Aurores boréales* par M. de Mairan, imprimé en 1751 & en 1754.

298. Les AURORES BORÉALES, qui sont le sujet principal de cet ouvrage, sont un phénomène lumineux, ainsi nommé parce qu'il a coutume de paroître du côté du nord ou de la partie boréale du ciel, & que sa lumière, lorsqu'elle est proche de l'horizon, ressemble à celle du point du jour ou à l'aurore.

On voit souvent de ces Aurores boréales dans les pays du nord; on en observe rarement en Italie. On en vit une fameuse le 19 Octobre 1726 à Paris, qui fut suivie de plusieurs autres: elles porterent M. de Mairan à rechercher la cause de ces phénomènes, & il pensa l'avoir trouvée dans la lumière zodiacale (297) ou atmosphère du soleil, qui venant à rencontrer les parties supérieures de notre air, y dépose quelques particules lumineuses qui tombent dans l'atmosphère terrestre, à plus ou moins de profondeur, selon que sa pesanteur spécifique est plus ou moins grande.

299. Mais les Aurores boréales me semblent avoir bien plus de rapport avec les phénomènes électriques; elles font varier sensiblement la direction de l'aiguille aimantée; elles électrisent des pointes isolées, placées dans de grands tubes de verre: on assure même avoir entendu dans les Aurores boréales un pétillement semblable à celui des étincelles électriques. Suivant les rapports qu'on observe entre la matière de l'aiman & celle de l'électricité, je ne serois point étonné que la matière électrique se portât vers le nord, & sortît par les poles de la terre, vers les parties sur-tout où il y a le plus de minéraux; dans ce cas, elle pourroit produire les aurores boréales, qui sont en effet presque continuelles dans les régions septentrionales, comme on le voit dans la *Figure de la terre de MM. de Maupertuis, &c.*

Nous n'avons renfermé dans ce Ier livre que les premiers principes de la sphère & la connoissance la plus simple des constellations & des étoiles fixes; le détail de leurs mouvemens, soit réels soit apparens, se trouvera dans le livre VII, à peu-près dans l'ordre des temps où l'on s'en est occupé, ou de la difficulté qu'on doit trouver à en suivre les détails.

LIVRE SECOND.

FONDEMENS DE L'ASTRONOMIE, ET SYSTEMES DU MONDE.

300. Les premiers fondemens de l'astronomie sont ceux dont l'application doit être la plus générale, & influer le plus sur tout le reste de cet ouvrage. J'ai renfermé sous ce titre, 1°. la recherche des mouvemens du soleil, auquel nous sommes obligés de rapporter tous les autres mouvemens; 2°. les positions des étoiles fixes qui servent à connoître exactement celles de tous les autres astres; 3°. la mesure du temps, ses inégalités, & son équation, qui est un préliminaire de tout calcul astronomique; 4°. la manière de trouver l'heure du passage au méridien, du lever & du coucher d'un astre; enfin, j'y ai joint, à mesure que l'occasion s'en est présentée, les problêmes qui sont les plus usités dans l'Astronomie sphérique.

301. Il sembleroit qu'on ne peut lire cette partie sans connoître un peu les règles de la trigonométrie sphérique, ou savoir du moins les employer, c'est-à-dire, faire une règle de trois par le moyen des sinus & des logarithmes; mais on peut avoir une idée assez complette de l'astronomie, sans en exécuter les calculs, & l'on peut encore les exécuter même sans connoître les démonstrations de la trigonométrie sphérique. On les trouvera dans les traités de M. de Parcieux, de M. Mauduit, d'Ozanam, de Rivard, de la Caille & de M. Bezout, comme dans mon grand ouvrage d'astronomie; & après

une premiere lecture des principes de cette science, on pourra s'exercer sur la trigonométrie sphérique pour relire l'astronomie avec plus de fruit, sur-tout dans le cas où l'on se proposeroit d'approfondir cette science & d'en faire des applications.

302. Il importe seulement de bien remarquer trois choses avant que d'entrer en matière. 1°. Les angles sphériques dans le ciel sont formés par la rencontre de deux grands cercles, & sont mesurés par un autre arc de grand cercle, qui auroit son pole dans le sommet de l'angle que l'on mesure; ainsi l'angle ♈, (*fig.* 18.) formé par l'équateur ♈ *Q*, & par l'écliptique ♈ *C*, est de la même quantité que l'arc *CQ* décrit à 90° du sommet ♈; l'arc est la mesure de l'angle. 2°. Les arcs perpendiculaires à un grand cercle vont tous se rencontrer au pole de ce cercle. 3°. Dans tout triangle sphérique, dont on connoît trois choses prises à volonté parmi les trois côtés ou les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les règles de la trigonométrie sphérique. Ces notions suffisent pour entendre ce que nous avons à dire dans ce livre; je n'ai pas voulu embarrasser les commencemens de ce traité par un détail ennuyeux de formules & de calculs.

Du mouvement & des inégalités du Soleil.

303. L'Observateur qui veut lui seul former un cours d'observations, & suivre les progrès des anciens astronomes dans leurs recherches, doit commencer par déterminer la hauteur du pole, ou la latitude du lieu où il est (33); il reconnoîtra la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le soleil en un an; enfin il reconnoîtra les points où l'écliptique coupe l'équateur (66), l'angle qu'elle fait avec ce cercle, ou la quantité dont elle s'éloigne de l'équateur dans les points solstitiaux (79); il sera pour-lors en état de déterminer le progrès du soleil dans l'écliptique, & les points où il se trouve chaque jour; c'est la première espèce d'observations dont il ait besoin.

Soit *EQ* (*fig.* 21.) l'équateur, *HO* l'horizon, *ES* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ sur l'équateur; *S* le soleil à midi au moment qu'il passe par le meridien *SAB*; si j'observe (art. 23.), de combien de degrés est sa hau-

teur au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire que je mesure l'arc *SB*, & que j'en retranche la hauteur *AB* de l'équateur, qui est toujours la même, (à Paris de 41 deg. 10') je connoîtrai *SA*, distance du soleil à l'équateur, que l'on appelle *Déclinaison du soleil* (91); or, dans le triangle sphérique *SEA*, formé par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle *E* de 23° ½, & le côté opposé *SA*, qui est la déclinaison du soleil, avec l'angle *A* qui est droit, parce que les méridiens sont nécessairement perpendiculaires à l'équateur (21); on trouvera par la trigonométrie sphérique l'hypothénuse *ES*, qui est la longitude du soleil, c'est-à-dire, sa distance au point équinoxial *E*, mesurée le long de l'écliptique.

304. EXEMPLE. Le 22 Mars 1752, à l'observatoire royal de Berlin, avec un quart-de-cercle de 5 pieds de rayon, j'observai la hauteur du bord du soleil, & je conclus de mon observation, que la hauteur vraie du centre du soleil étoit de 38° 22′ 27″; j'avois déterminé précédemment la hauteur de l'équateur de 37° 28′ 30″; celle-ci étant ôtée de celle du soleil, il reste 0° 53′ 57″ pour la déclinaison vraie du soleil, & supposant pour l'obliquité de l'écliptique 23° 28′ 11″, j'ai fait cette proportion pour résoudre le triangle sphérique *ESA*: le sinus de 23° 28′ 11″, ou de l'angle *E*, est au sinus de 53′ 57″, qui est le côté *AS*, comme le sinus total, qui est toujours l'unité, est au sinus de l'hypothénuse *ES*, ou de la longitude du soleil, qui s'est trouvée par cette proportion être de 2° 14′ 47″.

305. Le côté *ES* trouvé par cette proportion n'est que la distance à l'équinoxe le plus prochain *E*; si l'observation avoit été faite au mois de Septembre, dans le temps que le soleil se rapproche de l'équateur & que sa déclinaison va en diminuant, le résultat de notre proportion seroit seulement la distance à l'équinoxe d'automne mesurée le long de l'écliptique. Soit ♈ *DKCB* ♎ *NR*, *fig.* 22, l'équateur développé en ligne droite, ♈ *H* ♎ ♑ l'écliptique dont la première moitié ♈ *H* ♎ étant au-dessus ou au nord de l'équateur, a une déclinaison boréale, tandis que les six derniers signes ♎ ♑ *R* ont une déclinaison australe; si le soleil étoit en *G* avec une déclinaison *BG*, la règle précédente auroit fait trouver l'hypothénuse *G* ♎, & son supplément à six signes,

♈ *SHG* ſeroit la longitude du ſoleil. Si la déclinaiſon du ſoleil étoit auſtrale, telle que *AF*, ſa hauteur ſeroit moindre que la hauteur de l'équateur, du moins dans nos régions ſeptentrionales; il faudroit retrancher la hauteur obſervée de la hauteur de l'équateur pour avoir la déclinaiſon: l'hypothénuſe trouvée par l'analogie précédente ſeroit ♎ *A* diſtance à l'équinoxe d'automne, & il faudroit y ajouter 180° ou le demi-cercle entier ♈ *H* ♎ pour avoir la longitude du ſoleil comptée depuis l'équinoxe du printemps ou depuis le Bélier, c'eſt-à-dire l'arc ♈ *H* ♎ *A*.

Enfin, ſi la déclinaiſon du ſoleil étant encore auſtrale étoit comme *PQ*, entre le ſolſtice d'hiver ♑ & l'équinoxe du printemps *R*, on ne trouveroit par notre règle que l'hypothénuſe *PR*, & il faudroit prendre ſon complément à 12 ſignes ou à 360° pour avoir la longitude entière ♈ *SHGAP* comptée d'occident en orient depuis le point d'où l'on étoit parti pour compter les longitudes.

306. Telle eſt la méthode dont les anciens aſtronomes ſe ſont ſervis pour trouver chaque jour la longitude du ſoleil, par le moyen de ſa hauteur & de ſa déclinaiſon, (Copernic, *liv. II. c.* 14). Les aſtronomes modernes ont cherché le moyen de ſupprimer dans cette méthode la néceſſité de connoître la hauteur de l'équateur, & par conſéquent la déclinaiſon du ſoleil; ſuivant la méthode de Flamſteed ſuivie par M. de la Caille & par tous les aſtronomes, on compare le ſoleil à une étoile *E* ou *L* (*fig.* 22) lorſqu'il eſt dans le même parallèle que l'étoile, ou du moins qu'il en eſt également éloigné; par ces deux obſervations faites à 4 ou 5 mois l'une de l'autre, on a ces différences d'aſcenſions droites *BC* & *CD*, c'eſt-à-dire le mouvement total *BD* dont la moitié *BK* eſt le complément de *B* ♎ ou ♈ *D*, c'eſt-à-dire de l'aſcenſion droite du ſoleil.

C'eſt ainſi qu'on détermine le lieu du ſoleil, & par conſéquent ſes inégalités: connoiſſant la durée de l'année ſolaire (80), c'eſt-à-dire le temps qu'il emploie à décrire 360°, il eſt aiſé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année, & de voir ſi cela eſt d'accord avec les degrés de la vraie longitude obſervée de jour à autre. On dut trouver bientôt qu'en effet le ſoleil étoit quelquefois plus avancé d'environ

2° qu'il n'auroit dû l'être, en suivant cette longitude moyenne, égale ou uniforme, distribuée proportionnellement sur tous les jours de l'année, & que six mois après la longitude vraie étoit au contraire moins avancée, ou plus petite de 2° que la longitude moyenne.

307. Lorsqu'on partage 360° ou 1296000″ en 365 ¼ parties, on trouve que le soleil doit faire 59′ 8″ & $\frac{1}{10}$ par jour; ainsi en additionnant cette quantité 365 fois de suite, il est aisé de trouver par chaque jour combien de degrés & de minutes doit avoir la longitude du soleil, en supposant qu'elle croisse réguliérement & d'une maniere uniforme, c'est-à-dire, tous les jours d'une même quantité: la longitude ainsi trouvée pour chaque jour, par l'addition successive du mouvement diurne ou de 59′ 8″, s'appellera désormais LONGITUDE MOYENNE.

308. Lorsque les astronomes eurent observé pendant une année de suite, en suivant la méthode précédente (303), le lieu vrai du soleil dans l'écliptique tous les jours à midi, ils virent que cette longitude vraie observée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour: la longitude vraie du soleil n'est égale à la longitude moyenne que vers le commencement de Janvier & de Juillet; elle est plus grande au mois d'Avril d'environ 2°, ou plus exactement 1° 55′ 31″, c'est-à-dire, que le premier Avril le soleil est réellement au point où il devroit être le 3, ou deux jours après, s'il avoit avancé uniformément dans l'écliptique depuis le premier de Janvier, & si sa longitude vraie étoit toujours égale à sa longitude moyenne; au contraire, vers le commencement d'Octobre, la longitude vraie est moins avancée de la même quantité que n'est la longitude moyenne: cette inégalité du soleil, ou cette différence s'appelle ÉQUATION DE L'ORBITE ou *équation du centre*.

309. La premiere idée que l'on dut avoir de la cause de cette inégalité, fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil, disoient les premiers Philosophes, doit décrire un cercle, puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures, & il doit le décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de tous; mais si la terre où nous sommes placés, n'est pas le centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous, paroissent plus petites que

les portions les plus voisines, & le mouvement du soleil nous paroît plus lent dans les parties les plus éloignées. Soit *E* (*fig.* 23.) le centre du cercle *NAPB* que décrit le soleil chaque année, & *F* un autre point où la terre soit placée; le soleil étant en *N*, sera plus éloigné de nous que lorsqu'il sera en *P*, les espaces qu'il parcourt chaque jour nous paroîtront plus petits, & le soleil sera plus long-temps à parcourir la portion *BA* que la partie *CD*, quoique l'une & l'autre nous paroisse être de 90°; étant mesurées par des angles droits *BFA*, *CFD*.

Si l'on tire par le centre *E* les lignes *GE*, *HE*, qui fassent aussi des angles droits, on verra bien que le quart de la révolution moyenne s'acheve de *G* en *H*, quoique le quart de la révolution vraie n'ait lieu que de *A* en *B*, les arcs *BH* & *AG* marquent l'inégalité du soleil.

310. Le point *N* du grand orbe qui est le plus éloigné de la terre, s'appelle Apogée (*a*), & le point opposé *P*, où il est le plus près de nous, se nomme Périgée (*b*); la quantité *EF*, ou la distance entre le centre de l'orbite & le point où est supposé l'observateur, s'appelle l'Excentricité du soleil; la distance du soleil à son apogée s'appelle l'Anomalie (*c*), c'est par exemple l'arc *AN* lorsque le soleil est en *A*. Quand nous aurons démontré dans le livre suivant que c'est véritablement la terre qui décrit une orbite semblable autour du soleil, nous appellerons Aphélie (*d*), le point *N* où la terre sera la plus éloignée du soleil *F*, & Perihélie le point *P* qui en sera le plus près.

On donne aussi en général le nom d'Apsides (*e*) aux deux points extrêmes *N* & *P* d'une orbite, lorsqu'on les considere relativement au point *F* où l'observateur est placé, & autour duquel se fait le mouvement.

(*a*) Απω, *longè*, *procul*.

(*b*) Περὶ, *propter*. Γῆ, *Terra*.

(*c*) Α'νώμαλος, *inequalis*: *Anomalie* signifie proprement en astronomie, l'*indication* ou l'*argument* de l'*inégalité*.

(*d*) Α'πὸ, *longè*; περὶ, *propè*; Ἥλιος, *sol*.

(*e*) *Apside* vient de Α'ψις, *curvatura in rotam*, qui signifie aussi une tortue, parce que les Apsides sont les points où l'orbite se replie, pour ainsi dire, en changeant de direction.

311. Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer tout de même par un cercle *homocentrique*, c'est-à-dire dont le centre répond au centre même de la terre, chargé d'un épicycle. Soit *F* (*fig.* 24.), le centre du cercle *ABL* que le soleil est supposé décrire autour de la terre placée au centre; *GHK* un petit cercle appellé épicycle, dont le centre *B* parcourt uniformément la circonférence *ABL* d'occident en orient, tandis que le soleil lui-même parcourt l'épicycle en sens contraire de *G* en *H*, ou d'orient en occident. On suppose que le point *G* de l'épicycle qu'on appelle l'apogée, parce qu'il est le plus éloigné de la terre, se soit trouvé sur le rayon *FA* au commencement du mouvement; on prend l'arc *GH* du même nombre de degrés que l'arc *AB*, & le point *H* est le lieu où l'on suppose le soleil, tandis que le point *B* est le centre de l'épicycle. Si nous prenons ensuite *FE* parallèle & égale à *BH*, & que du point *E*, comme centre, nous décrivions un autre cercle *NHPC*, dont le rayon *EH* soit égal à *FB* ou *FA*; ce cercle *NHC* sera précisément la même chose que l'excentrique décrit par le soleil dans l'hypothèse précédent (309), tel que le supposoit Ptolomée; l'angle *NEH* est le même dans les deux cas, c'est le mouvement vrai & uniforme du soleil égal à l'arc *NH*, tandis que le mouvement vu du point *F*, est plus petit, parce que la distance *FN* du soleil dans l'apogée est plus grande que la distance *FP* dans le Périgée; l'arc *NH* décrit sur l'excentrique dans la première hypothèse, est le même que l'arc *AB* décrit par le centre de l'épicycle dans la seconde hypothèse; l'un & l'autre est proportionel au temps, c'est-à-dire, augmente de 59′ 8″ par jour: l'inégalité dans la première hypothèse consiste en ce que l'arc *NH* est vu du point *F*, au lieu d'être vu de son centre *E*; & dans l'hypothèse des épicycles, c'est toujours la quantité *NH* vue du point *F*, qui est le véritable arc décrit par le soleil, puisqu'il étoit en *N* au commencement du mouvement, & qu'il se trouve parvenu en *H*. Ainsi l'on expliquoit également dans ces deux hypothèses l'inégalité apparente du soleil, vue de la terre, en supposant le mouvement du soleil circulaire & uniforme.

312. Cette inégalité du soleil, que tous les anciens expliquoient par le moyen d'une orbite excentrique, ou d'un épicycle, fut également observée dans les planètes, qui toutes ont en effet des orbites excentriques; mais ce n'est que dans le temps de leurs conjonctions & de leurs oppositions au soleil, c'est-à-dire quand elles sont du même côté que le soleil ou directement opposées, que l'on peut mesurer cette inégalité. Toutes les fois qu'elles sont à droite ou à gauche du soleil, & qu'elles ne sont pas, par rapport à nous, dans la même ligne que cet astre, les planètes ont pour nous une autre inégalité, encore plus considérable: elle vient de ce que nous ne sommes point dans le soleil, auquel se rapportent réellement leurs orbites, & autour duquel elles tournent; mais les anciens, qui ne connoissoient pas cette explication, & qui ne comprenoient rien à la cause de cette *seconde inégalité*, se contentoient de l'expliquer par un second épicycle, ou bien par un cercle excentrique qu'ils chargeoient d'un épicycle (380).

313. La hauteur méridienne du soleil qui a servi à déterminer sa longitude (303), peut servir également à trouver son ascension droite: lorsqu'on connoît la déclinaison *AS* (*fig.* 21.), on peut dans le triangle *SEA*, où l'on connoît trois choses, trouver également le côté *AE*, qui est la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur, & l'angle *S* formé par l'écliptique *ES* & par le cercle de déclinaison *SA*; le complément de ce dernier angle est l'angle du cercle de latitude & du cercle de déclinaison, que l'on appelle *angle de position*.

314. Quand on connoît tous les jours ou la longitude ou l'ascension droite du soleil, il est aisé de voir le jour & l'heure où arrive l'équinoxe, c'est-à-dire où le soleil a zéro pour longitude, & où son ascension droite & sa déclinaison sont également nulles. Les anciens observoient les équinoxes par le moyen d'un cercle ou anneau de bronze qui étoit incliné comme l'équateur, & dont la concavité cessoit d'être éclairée le jour que le soleil étoit dans le plan de l'équateur.

315. La durée de l'année est encore une suite de la détermination des équinoxes, car l'intervalle entre un équinoxe & celui de l'année suivante est la durée de l'*année solaire* ou du retour des saisons. Si l'on prend deux équinoxes observés à mille ans l'un de l'autre, &

qu'on partage l'intervalle total en mille parties, on aura plus exactement la longueur de l'année; c'est ainsi que je l'ai trouvée de 365 jours 5^{h} $48'$ $45''$. Nous parlerons ci-après de l'année sydérale qui se rapporte aux étoiles & non aux équinoxes, ce qui fait une petite différence pour les retours du soleil (321).

316. L'ascension droite du soleil trouvée immédiatement par la méthode précédente, sert à trouver celles des étoiles, & à former nos catalogues. En effet, pour connoître la longitude d'une étoile ou d'un astre quelconque, il faut en observer d'abord l'ascension droite & la déclinaison. Pour connoître l'ascension droite d'un astre, il suffit de le comparer avec le soleil, dont l'ascension droite peut être connue tous les jours par la méthode de l'art. 313, ou bien avec une des étoiles qu'on a déterminées en même temps. Ainsi le problême se réduit à trouver l'ascension droite du soleil; c'est ici le terme fixe donné par la nature, d'où il faut absolument partir, & auquel on doit tout rapporter. En effet les longitudes se comptent d'un point qui n'est donné & connu que par le mouvement du soleil, (puisque c'est l'intersection de la route du soleil avec l'équateur); ce point n'est pas marqué dans le ciel, c'est le soleil qui nous en indique la place: ce n'est donc que par le moyen du soleil qu'on peut déterminer la distance d'un astre au point équinoxial, en déterminant séparément la distance de l'astre au soleil, & celle du soleil à l'équinoxe.

317. Quand on connoît exactement l'ascension droite du soleil ou d'une étoile, on observe la différence entre son passage au méridien & celui des autres étoiles, & l'on en conclut l'ascension droite de chacune. Pour avoir l'heure du passage au méridien d'une étoile, ou la différence entre le temps de son passage & celui d'une autre étoile, on pourroit se servir d'une méridienne sur laquelle on auroit élevé des fils à plomb; mais on se sert actuellement de la méthode des hauteurs correspondantes (322) ou bien d'une lunette méridienne qui tourne autour d'un axe horizontal, sans quitter le plan du méridien.

Pour avoir la déclinaison d'une étoile, il suffit d'observer sa hauteur méridienne, & de prendre la différence

entre cette hauteur & celle de l'équateur, ainsi que nous l'avons fait pour le soleil (303).

318. Connoissant l'ascension droite & la déclinaison d'un astre, on trouvera sa longitude & sa latitude par la trigonométrie sphérique; mais à cause de l'usage des sinus, il faut avoir soin de prendre, au lieu de l'ascension droite donnée, la distance au plus prochain équinoxe (305).

Soit *AE* (*fig.* 25.) l'ascension droite d'un astre quelconque, ou sa distance au plus prochain équinoxe, comptée sur l'équateur & moindre que 90°; *AS* la déclinaison du même astre, ou sa distance à l'équateur, *EC* l'écliptique, *SB* la latitude cherchée de l'astre *S*, mesurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & *EB* sa longitude, ou plutôt sa distance à l'équinoxe le plus prochain, comptée sur l'écliptique; on imaginera un grand cercle *ES*, allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle sphérique *SEA*, rectangle en *A*, avec l'ascension droite & la déclinaison de l'astre; & un autre triangle sphérique *SBE* rectangle en *B* avec la longitude & la latitude du même astre. On résoudra d'abord le triangle *SAE*, rectangle en *A*, dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle *SEA* & l'hypothénuse *SE*. Par le moyen de l'angle *SEA* & de l'angle *BEA*, qui est l'obliquité de l'écliptique de 23°½, on formera l'angle *SEB*, qui sera leur différence, si le point *S* & le point *B* sont tous les deux au-dessus ou tous les deux au-dessous de l'équateur *EA*; au contraire, l'angle *SEB* sera la somme de l'angle *SEA* & de l'obliquité *AEB*, si l'astre *S* & le point *B* de l'écliptique qui lui répond, sont l'un au nord & l'autre au midi de l'équateur, comme dans la fig. 26. Lorsqu'on aura formé l'angle *SEB*, on s'en servira avec l'hypothénuse *SE* pour connoître la longitude *EB* & la latitude *BS*, d'une étoile rapportée à l'écliptique: c'est ainsi que l'on a construit les catalogues d'étoiles où sont marquées les longitudes & les latitudes de chacune, en signes, degrés, minutes & secondes. Les plus considérables sont le catalogue Britannique de *Flamsteed*, & celui des étoiles australes de *la Caille*.

En même temps qu'on calcule la longitude d'une étoile, il est facile de calculer l'angle de position *BSA* ou *BSF*, formé par le cercle de latitude *BS* & le cercle

de déclinaison *SA*. On le trouveroit également par la figure 27, en supposant que *PZ* soit le colure des solstices, *P* le pole du monde & *Z* le pole de l'écliptique, l'angle *P* le complément de l'ascension droite, l'angle *Z* le complément de la longitude, *PS* le complément de la déclinaison, *ZS* le complément de la latitude; ainsi l'on peut prendre trois de ces quantités pour trouver l'angle de position *PSZ*.

319. Lorsqu'on eut ainsi déterminé les positions des différentes étoiles, on ne tarda pas à reconnoître que leurs longitudes augmentoient peu à peu. Hipparque de Rhodes, le plus célèbre des anciens astronomes, reconnut 128 ans avant l'ère vulgaire, que les longitudes des étoiles, par rapport aux équinoxes, étoient plus grandes que suivant les observations de Tymocharès & d'Aristylle, 294 ans avant J. C. & suivant la sphère d'Eudoxe, qui avoit écrit 400 ans avant J. C. mais dont la sphère se rapportoit à des siècles encore plus éloignés. Ce changement des étoiles en longitude est bien plus sensible aujourd'hui, quand on compare le catalogue de Ptolémée avec les nôtres, ou les observations qu'il rapporte avec celles que nous faisons.

L'épi de la Vierge, suivant les observations d'Hipparque, 128 ans avant J. C. précédoit de 6 degrés l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, que sa longitude étoit de . . . . $5^s\ 24^d\ 0^m$.

Mais on trouve pour 1750 cette longitude. $6^s\ 20^d\ 21^m$.

La différence ou l'augmentation est de . . . $26^d\ 21^m$.

320. Après un grand nombre de comparaisons semblables, je trouve que le changement des étoiles, ou la précession des équinoxes, est de $1^d\ 23'\ 10''$ par siècle, & que la révolution totale des étoiles, ou plutôt celle des équinoxes par rapport aux étoiles, est de 25972 ans. Cette quantité n'est pas parfaitement uniforme, on trouve quelque différence d'un siècle à l'autre (758).

321. Les étoiles n'étant pas toujours à la même distance des équinoxes, & s'en éloignant chaque année de $50''$, le soleil ne revient aux mêmes étoiles que $20'$ plus tard qu'aux équinoxes, parce qu'il lui faut $20'$ pour faire $50''$; ce retour est ce qu'on appelle l'*année sydérale*, & sa durée est de $365^j\ 6^h\ 9'\ 11''$, tandis que le retour

tour des saisons, qu'on appelle aussi *année tropique*, n'est que de 365j 5h 48′ 45″½; c'est cette année tropique dont on se sert pour former les années civiles, qui sont de 365 jours, & quelquefois de 366.

De la Méthode des Hauteurs correspondantes.

322. Les différences d'ascension droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du soleil & des étoiles fixes (316), il est nécessaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle & la plus exacte qu'on ait pour déterminer ces différences d'ascension droite, ou les différences des passages au méridien entre deux astres, c'est-à-dire, pour déterminer le moment où chacun des deux astres a passé par le méridien.

On a vu, à l'occasion de la manière de tracer une méridienne (155), que les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; ainsi pour avoir rigoureusement le temps où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'est trouvé à une certaine hauteur vers l'orient en montant & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le temps où il se trouve à une hauteur égale en descendant vers le couchant après le passage au méridien: le milieu entre ces deux instans à l'horloge, sera le temps que l'horloge marquoit quand l'astre a été dans le méridien.

323. Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart-de-cercle, dont nous donnerons bientôt la description, & qu'on ait trouvé sa hauteur de 21° lorsque l'horloge marquoit 8h 50′ 10″; supposons que plusieurs heures après, & le soleil ayant passé au méridien, on retrouve encore sa hauteur de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque 2h 50′ 30″; il s'agit de savoir combien il y a de temps écoulé entre 8h 50′ 10″ du matin, & 2h 50′ 30″ du soir; on prendra le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fût bien à l'heure, ou qu'elle n'y fût pas.

324. Pour prendre le milieu entre ces deux instans, il faut, suivant une règle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, & prendre la moitié

de la somme; mais au lieu de 2 heures après midi il faut écrire 14 heures, parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 heures jusqu'à 14, au lieu que dans le fait & par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12 pour recommencer 1, 2, &c. Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul, si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin,	8h 50′ 10″
Heure où le bord étoit à 21° le soir . .	14 50 30
Somme des deux nombres	23h 40′ 40″
Moitié de la somme	11 50 20

Ainsi quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande hauteur, & à distances égales des deux hauteurs observées, l'horloge marquoit 11h 50′ 20″; c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de 9′ 40″. Les astronomes s'inquiètent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvu qu'ils connoissent exactement la quantité de l'avancement ou du retard, & ils la connoissent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de 8h 50′ 10″ à 11h 50′ 20″, il y a 3h 0′ 10″ d'intervalle, & qu'il y a la même distance entre 11h 50′ 20″ & 2h 50′ 30″ du soir.

325. On ne se contente pas ordinairement de prendre une seule fois le matin la hauteur du bord du soleil, & une fois le soir, pour déterminer l'instant du midi; on en prend huit ou dix le matin & autant le soir sur le même bord du soleil & sur les mêmes degrés correspondans, on compare chaque hauteur du matin avec celle du soir, qui a été prise au même degré, & l'on a autant de résultats différens qu'il y a de degrés ou de hauteurs comparées. Si l'on avoit rigoureusement bien opéré, on trouveroit par chacune le même résultat; mais il est rare qu'il n'y ait pas de différence d'une seconde, alors on prend le milieu entre tous les résultats, en les additionnant ensemble & divisant la somme par le nombre des résultats.

326. L'OPÉRATION précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallèle, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis neuf heures du

matin jusqu'à trois heures du soir, à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire (201) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, car le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ 1 degré, il s'approche ou s'éloigne nécessairement un peu de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

327. On a vu (119) que l'arc diurne du parallèle que décrit un astre dans la sphere oblique, est d'autant plus grand que l'astre est plus près du pole élevé, c'est-à-dire par rapport à nous, plus septentrional; il en est de même de l'arc SEMI-DIURNE, c'est-à-dire de l'arc du parallèle compris entre le méridien & l'horizon: si le soleil en se couchant est plus près du pôle qu'il ne l'étoit en se levant, l'arc semi-diurne du soir est plus grand que l'arc semi-diurne du matin, c'est-à-dire, qu'il y a eu plus de temps depuis le midi jusqu'à son coucher, qu'il n'y en avoit eu depuis le lever jusqu'à midi; ainsi le midi vrai ne s'est pas trouvé à égales distances entre le lever & le coucher; il ne suffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever & le coucher du soleil, pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu, l'on feroit la même chose que si l'on ajoutoit ensemble les deux arcs semi-diurnes exprimés en temps, & que l'on prît la moitié de la somme, comme nous venons de le faire (324). Mais s'il y a dans le vrai un des deux nombres plus grand que l'autre de 40″, la demi-somme devra être plus grande de 20″ que le premier nombre, & l'on aura dans le résultat 20″ de trop; il faudroit donc ôter 20″ (dans le cas où le soleil s'est rapproché du pole élevé), de la demi-somme, ou du milieu trouvé entre le lever & le coucher, pour avoir le moment du vrai midi. Le milieu pris entre les deux instans approche également du lever & du coucher; il en est à des distances égales, puisqu'on a pris exactement un milieu; mais le méridien est plus près du soleil levant, le soleil est donc arrivé au méridien plutôt qu'il n'est arrivé au point qui tient le milieu entre le lever & le coucher, il faut donc retrancher quelque chose de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

328. Ce que nous venons de dire du lever & du coucher du soleil, il le faut dire d'une hauteur quelcon-

que, par exemple, d'un cercle parallèle à l'horizon imaginé à 21^d de hauteur; le temps qu'emploiera le soleil à aller depuis ce cercle de 21^d parallèle à l'horizon jusqu'au méridien, sera moindre que le temps employé à aller depuis le méridien jusqu'au même cercle du côté du soir, si le soleil dans cet intervalle s'est rapproché du pole élevé : au lieu des arcs semi-diurnes, dont nous venons de parler, ce seront ici les angles horaires (204) qui augmenteront; ainsi il faudra ôter quelque chose du milieu pris entre les temps de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce seroit le contraire si le soleil, au lieu de s'être rapproché du nord, s'en étoit éloigné du matin au soir, l'angle horaire du soir seroit plus petit que celui du matin, & il faudroit ajouter une petite quantité à l'instant du milieu pour avoir celui du midi.

329. Soit *P* le pole élevé (*fig.* 27.), *Z* le zénit, *S* le soleil, *ASBC*, un cercle parallèle à l'horizon, ensorte que le point *B* & le point *S* soient à la même hauteur; *PS* la distance du soleil au pole le matin, *PB* sa distance au pole devenue plus petite le soir. Au moment où le soleil sera parvenu le soir au point *B*, que je suppose élevé de 21°, comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir *ZPB*, ou la distance du soleil & de son cercle horaire *PB* au méridien *PZA*, sera plus grand que l'angle horaire du matin *ZPS*; on a donc deux triangles *ZPS*, *ZPB*, qui ont chacun le côté commun *PZ* & les côtés égaux *ZS*, *ZB*, tous les deux de 69°, puisqu'ils sont le complément de la hauteur, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés *PS* & *PB* sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs; si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires *ZPS*, *ZPB*, on les trouvera différens; la moitié de leur différence réduite en temps à raison de 15^d par heure, sera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu des deux hauteurs égales pour avoir le véritable instant du midi.

330. Par exemple, au commencement de Mars, où le soleil change de déclinaison de 22′ 53″ par jour, si l'on prend des hauteurs à 9 heures du matin & à 3 heures du soir, on trouvera 20″ à ôter de l'heure trouvée par les hauteurs correspondantes. Il y a des formules pour trouver cette équation du midi sans résoudre les

deux triangles; mais il suffit d'avoir indiqué la méthode la plus facile à comprendre.

Description du Quart-de-cercle mobile.

331. Le principal instrument d'astronomie & celui qui sert pour les hauteurs correspondantes dont nous venons de parler, est le quart-de-cercle mobile; c'est de tous nos instrumens celui dont l'usage est le plus ancien, le plus général, le plus indispensable, le plus commode: c'est pourquoi je vais en donner ici la description; on a déja vu la manière dont il faut concevoir l'usage du quart-de-cercle pour mesurer des hauteurs (23): il ne s'agit plus que des détails de l'instrument, porté à sa dernière perfection.

Je suppose un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, *CBA* (*planche V. fig.* 33). Le limbe qui forme la circonférence *ADB*, est assemblé avec le centre *C* par trois règles de fer *CA*, *CD*, *CB*, de deux pouces de large, fortifiées chacune par derrière d'une règle de champ qui en empêche la flexion. Vers le centre de gravité *X* de la masse entière du quart-de-cercle, est fixé un axe ou cylindre de deux pouces de diamètre sur 5 à 6 pouces de long, perpendiculairement au plan de l'instrument; ce cylindre entre dans une douille, c'est-à-dire dans un cylindre creux *E* représenté séparément en *EE* (*fig.* 37.); cette pièce qu'on appelle *le genou*, est composée non-seulement d'une douille horizontale *EE*, mais d'un autre cylindre *e*, fondu tout d'une pièce avec la douille, & que l'on place verticalement en *n* sur le pied de l'instrument sur lequel il tourne librement. Pour empêcher que le quart-de-cercle ne sorte de sa place, on applique derrière la douille ou le canon *E* (*fig.* 35.) une plaque de fer qui recouvre le tout; cette plaque est arrêtée par une forte vis, qui pénètre dans l'axe du quart-de-cercle, & qui tourne avec cet axe sans lui permettre de sortir de la douille.

Le double genou représenté en *VST* (*fig.* 37.) ne sert que dans les cas où l'on veut placer le quart-de-cercle horizontalement, ou l'incliner à l'horizon pour prendre des angles sur le terrein.

Il y a des vis de pression au-dessus de la douille horizontale *E*, & à côté de la douille verticale *F*, comme on le voit au-dessous de *p*, avec lesquelles on presse le canon dans la douille lorsqu'on veut fixer le quart-de-cercle à une hauteur donnée, ou dans un vertical déterminé, & l'empêcher de tourner.

332. Vers l'un des rayons *CB* du quart-de-cercle, on fixe une lunette *GM*; c'est une découverte importante que M. Picard fit en 1667 pour les quarts-de-cercles: cette lunette passe dans une douille de cuivre, fixée en *G* par des rebords ou empattemens, où passent de fortes vis qui l'assujettissent inébranlablement sur la carcasse de l'instrument; à l'autre extrémité *M* est la boîte du micromètre (534), fixée aussi par des empattemens. A l'égard du tuyau qui s'étend de *G* en *M*, il n'importe de quelle manière il soit fait, ce n'est que pour donner de l'obscurité dans la lunette: la solidité en est indifférente; mais celle des deux pièces *G*, *M*, qui portent les verres, est essentielle, parce que leur solidité assure celle de l'axe optique de la lunette, qui doit être exactement parallèle au plan de l'instrument, & au premier rayon qui passe par le point *B* de 90°.

333. Au centre *C* de l'instrument, est un cylindre de cuivre exactement tourné, qui porte à son centre un point très-délicat & très-fin. Dans ce point, on place la pointe d'une aiguille, sur laquelle on fait passer la boucle du fil à plomb; on voit séparément en *AA* (*fig*. 34.) le cylindre, ainsi que l'aiguille placée au centre, qui y est supportée par une pièce d'acier *a* recourbée, & percée d'un trou, au travers duquel passe l'aiguille pour aller se loger au centre du cylindre. Quand elle y est bien placée, on a soin de la serrer dans le trou de la pièce *a* avec une vis de pression qui paroît au-dessus de *a*. Autour de l'aiguille *a*, l'on fait une boucle avec un cheveu ou un fil d'argent très-fin; à cette boucle placée tout contre le cylindre du centre, on suspend le fil-à-plomb chargé d'un poids que l'on voit en *q* (*fig*. 33.); ce fil marque sur la division du limbe le degré de la hauteur à laquelle est dirigée la lunette *MG*. L'extrémité du cylindre *AA* (*fig*. 34.), qui porte le point du centre & la pointe de l'aiguille, doit être un peu arrondie ou convexe, pour que le fil n'y éprouve pas un trop grand frottement. On peut aussi mettre à la place de l'ai-

guille *a* une vis qui se termine en une pointe très-fine, & qui tourne dans la pièce *a*, comme dans une espèce de pont.

334. Autour du cylindre qui porte le centre du quart-de-cercle, il y a une plaque de cuivre plus large, ronde, fixée sur la charpente de l'instrument. Sur cette pièce est suspendu le *garde-filet CH* (*fig.* 33.); c'est une longue boîte de cuivre, mince, soutenue vers le centre, autour duquel elle tourne pour se mettre toujours d'à-plomb, & contenir le fil à-plomb ou le cheveu qui pend du centre pour marquer la division. Ce garde-filet a une longue porte qui se ferme avec deux petits crochets, pour garantir mieux le fil de l'agitation de l'air; on la voit ouverte sur la gauche. A la partie inférieure *H* est une boîte plus large: il y a des astronomes qui y placent un vase d'eau où trempe le poids du fil à-plomb, afin que la résistance de l'eau diminue les oscillations & en abrege la durée. La boîte inférieure a une porte *Z* où est attaché un microscope & une lampe à deux meches; la lampe sert à éclairer le limbe & le fil à-plomb, pour voir sur quelle division il répond; le microscope sert à grossir les points, pour mettre facilement & exactement le fil du quart-de-cercle sur le point que l'on veut.

335. La verge de conduite ou *verge de rappel LKI* est une addition utile introduite pour mettre le fil sur tel point du limbe que l'on veut; on la voit représentée séparément en *IL* (*fig.* 35 & 36.), avec tous ses détails; mais il faut supposer que la partie *L* (*fig.* 35.), est placée au-dessus & sur le prolongement de la partie *I* (*fig.* 36.) La tringle a trois pieds de long, elle est logée par ses deux bouts dans deux boîtes de cuivre *I*, *L*. Quand elle est arrêtée en *I* (*fig.* 33.), au moyen de la vis de pression *c* qui l'empêche de glisser dans la boîte *I*, l'extrémité inférieure sert de point d'appui: en tournant l'écrou qui est en *B*, l'on fait monter la boîte *L*, qui est fixée par une pièce ou mâchoire *r*, derrière le quart-de-cercle, à la règle de champ du limbe, par le moyen d'une cheville qui traverse & la mâchoire & la règle de champ; en faisant mouvoir ainsi la boîte *L*, on fait avancer le quart-de-cercle.

336. La manière dont l'écrou *B* est tenu sur la boîte *L*, paroît assez dans la fig. 35. Cette boîte est évidée par en haut; à sa base supérieure est pratiquée une

râinure dans laquelle tourne un écrou, qui y eſt retenu par le moyen d'un collet, ou qui eſt ſeulement rivé pardeſſous au dedans de la boîte. Cet écrou, qui tient néceſſairement à la boîte, avance quand on le tourne ſur la vis *B* qui eſt à l'extrémité de la verge, parce que celle-ci eſt fixée par ſon autre extrémité; l'écrou fait avancer auſſi le quart-de-cercle qui eſt obligé de ſuivre la boîte *L*, fixée par la partie *r* ſur l'inſtrument.

337. A l'extrémité inférieure *I* de la verge de rappel, on a pratiqué un ſemblable mouvement, pour que l'obſervateur qui eſt occupé à regarder le fil à-plomb en *q*, puiſſe faire tourner le quart-de-cercle d'une petite quantité, & le mettre exactement ſur celui des points de la diviſion qui approche le plus de la hauteur de l'aſtre qu'on ſe propoſe d'obſerver. Pour cet effet, la boîte *I* (*fig.* 36.), eſt fixée ſur une pièce coudée de fer ou de cuivre *f*, qui paſſe dans une autre boîte *g*, & ſe termine par une autre vis *m*, qui eſt priſe dans un écrou, arrêté par un collet ſur la baſe de la boîte *g* dans laquelle il tourne librement; en faiſant tourner l'écrou *m*, on fait avancer la vis, la pièce *f* & la boîte *I*, dans laquelle eſt ſerrée la verge de rappel, par une vis de preſſion *c*: cette verge eſt obligée d'avancer & de faire mouvoir avec elle le quart-de-cercle.

338. Le montant *ON* ou pied du quart-de-cercle eſt un arbre de fer de deux pouces de diamètre ſur 3 pieds & demi de hauteur, il ſe termine par un carré, qui paſſe au travers des barres *P*, *P*, qui font les traverſes du pied. Dans ce carré l'on paſſe une clavette au-deſſous de *Q*; auſſi-tôt que les quatre arcs-boutans *R* ont été mis en place, on ſerre cette clavette *Q* à coups de marteau, cela fait deſcendre l'arbre *NO* ſur les arcs-boutans, & forme un aſſemblage ferme & invariable de l'arbre avec ſes arcs-boutans *R* & ſes traverſes *PP*.

339. Pour caler l'inſtrument ou le mettre droit, on employe les 4 vis que l'on voit aux extrémités *P*, *P*, des traverſes du pied; elles ſont de cuivre, & ont un pouce de diamètre; elles ſervent à ſoutenir le pied de l'inſtrument, à l'incliner, à rendre ſon arbre *ON* exactement vertical, de manière qu'on puiſſe faire tourner le quart-de-cercle ſur ſon pied ſans que le plan ceſſe d'être vertical, du moins ſenſiblement. Ces vis portent ſur des coquilles de fer, qui ſervent par leur frottement à em-

pêcher que le quart-de-cercle ne change de place quand on tourne la vis.

340. Le cercle azimutal *p b*, a 6 pouces de diamètre ; il est fixé à une douille de cuivre qui est attachée sur le pied de l'instrument ; le canon *F* du genou porte à son extrémité inférieure une alidade *k*, qui tourne avec le quart-de-cercle, tandis que la plaque azimutale est fixe ; l'alidade marque par son mouvement le degré d'azimut, ou le point de l'horizon auquel le plan est dirigé, du moins à peu-près.

341. Le limbe *ADB* du quart-de-cercle est la pièce la plus essentielle, il a deux pouces de large, son épaisseur qui est de quatre lignes est formée de deux lames ; une de fer & l'autre de cuivre ; il est important que le limbe de cuivre soit bien dressé, & que toutes ses parties soient dans un seul & même plan avec le point du centre. Pour parvenir à cette opération difficile, on se sert d'une règle qu'on fait tourner autour d'un grand axe, & l'on voit si, malgré son mouvement, l'extrémité de la règle est toujours également proche du limbe dans tous ses points. On peut aussi reconnoître si le limbe d'un instrument est dans un seul & unique plan, en établissant un canal plein d'eau qui parte du centre, & touche la circonférence ; on y place une espèce de petite barque, dont le mât est un fil de fer recourbé, & qui touchant presque le centre & le limbe, indique par sa distance en divers points si tous sont dans le même plan ; c'est ainsi que l'on nivelle les grandes méridiennes.

342. Les divisions les plus ordinaires consistent en des points très-fins marqués de dix en dix minutes, mais que je n'ai pu indiquer que de deux en deux degrés dans la figure. Le fil du micromètre *M* suffit pour tenir lieu des minutes intermédiaires. Lorsqu'on n'a point de micromètre, on divise le limbe en minutes par des *transversales* que l'on voit dans la figure 38, l'arc *AB* & l'arc *CD* étant chacun de dix minutes, & la ligne *AC* étant divisée en dix parties égales, si l'on tire une transversale *AD* avec dix cercles concentriques dans l'intervalle *AC*, le fil à plomb *AC* marquera une minute, six minutes, &c. suivant qu'il tombera sur la première intersection *a* ou sur la sixième *f*.

343. En Angleterre les quarts-de-cercles mobiles ont une alidade ou lunette mobile ; ensorte que le limbe du

quart-de-cercle ne change point, & que la lunette seule tourne autour du centre, comme dans un quart-de-cercle mural (c'est-à-dire fixé contre un mur), dont les astronomes font aussi un usage fréquent. On se contente alors d'employer un fil à plomb, qui pend sur le dernier point de la division, ou du moins qui est parallèle au rayon vertical de 90°; quelquefois même on n'y employe qu'un niveau, dont l'usage est plus commode que celui du fil à plomb, sans être moins exact quand le niveau est bien fait: dans ce cas-là on est obligé d'employer un *vernier*.

344. Cette division fut imaginée en 1631 à l'imitation d'une autre division donnée par Nonnius en 1542. L'auteur fut Pierre Vernier, dont on donne le nom à cette partie de nos instrumens. Le vernier est une alidade ou pièce de cuivre *AB* (*fig.* 39.) qui glisse sur le limbe d'un quart-de-cercle, & dont les divisions en nombres pairs correspondent à un nombre impair de la division du limbe: si le vernier est divisé en 20 parties égales, il sera placé sous une portion de 21 parties du quart-de-cercle, il procurera le moyen de diviser chacune de celles-ci en 20 parties: en effet si l'on pousse l'alidade d'un vingtième de division, l'on verra concourir la seconde division du vernier avec une division du limbe; & si l'on voit concourir la troisième, on sera certain d'avoir avancé l'alidade de deux parties ou de deux vingtièmes de division.

De la Mesure du Temps.

345. LE soleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les siècles & chez tous les peuples du monde, pour la mesure naturelle du temps; les jours marqués par ses apparitions ont été les premières portions de temps qu'on ait entrepris de compter. Dans la suite les mois lunaires, & enfin les années solaires, ont servi à compter les temps éloignés, comme les heures ont été introduites pour subdiviser les jours, & exprimer les petits intervalles de temps.

Tous ces intervalles sont supposés d'abord égaux entre eux: les 24 heures du jour sont 24 intervalles égaux, les heures d'aujourd'hui doivent être égales à celles

d'hier, & le mouvement diurne du soleil autour de la terre, qui se partage en 24 parties égales, doit être supposé uniforme pour former tous les jours 24 portions égales, dont chacune répond à 15°. de l'équateur ou de l'angle au pole (202).

Ce changement diurne est produit, comme nous le ferons voir bientôt, par la rotation de la terre autour de son axe; rotation qui est supposée uniforme, parce que l'on n'a point encore apperçu de phénomènes qui puissent y dénoter quelque inégalité; on la suppose même parfaitement égale, soit pour le temps où nous sommes, soit pour les siècles passés.

346. Le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, avance tous les jours d'environ un degré ou 59′, 8″, par rapport aux étoiles fixes (61, 307.); ainsi quand une étoile qui avoit passé au méridien à midi & avec le soleil, paroît avoir fait le tour du ciel, & qu'elle est revenue au méridien le jour suivant, le soleil n'y est pas encore, ayant avancé d'un degré vers l'orient; il est éloigné de l'étoile, & par conséquent du méridien d'un degré, & comme il lui faut environ 4 minutes de temps pour parcourir un degré (202), par le mouvement diurne, le soleil passera par notre méridien 4′ plus tard que l'étoile, ou si l'on veut, l'étoile y passera 4′ plutôt que le soleil; car le soleil étant l'objet le plus frappant, c'est à lui que nous rapportons tout, c'est son retour qui fait nos 24h; & nous disons que les étoiles reviennent au méridien en 23h 56′, tandis que le soleil y revient au bout de 24 heures. Les horloges à pendule, qu'on appelle souvent par abréviation *des Pendules*, & dont on se sert dans la société, sont réglées sur le moyen mouvement du soleil, marquent les heures solaires moyennes, c'est-à-dire, qu'au bout de chaque année ces horloges doivent se retrouver d'accord avec le soleil, comme elles l'étoient au commencement de l'année, & tous les jours marquer 23h 56′, dans l'intervalle du passage d'une étoile par le méridien au passage suivant. La plupart des astronomes règlent les leurs de même, afin que l'horloge puisse indiquer toujours à peu-près l'heure qu'il est, pour les usages de la société, & donner à peu-près le temps vrai des différentes observations qu'ils ont à faire. Cependant les étoiles étant fixes, tandis que le soleil avance ou paroît avancer tous les jours

d'un degré, plus ou moins, le retour de l'étoile au méridien seroit une mesure bien plus fixe, bien plus égale que le retour du soleil; c'est le retour de l'étoile qui nous indique le mouvement entier de la sphère & la rotation complete de la terre; aussi y a-t-il eu des astronomes célèbres, tels que M. de l'Isle, M. de la Caille, qui régloient leurs horloges sur les étoiles, & qui pour cela les faisoient avancer de 4′ tous les jours sur le soleil. Ils y trouvoient un avantage, c'est que quand il s'est écoulé une heure sur cette horloge, on est sûr qu'il a passé par le méridien 15ᵈ de la sphère étoilée, & l'on a ainsi les différences d'ascension droite entre les astres qu'on observe, en convertissant à raison de 15° par heure les temps qu'on a observés entre leurs passages; c'est ce que nous appellons le *temps du premier mobile*, dont une heure fait toujours 15° du ciel par le mouvement diurne & commun, qu'on appelloit autrefois le *Premier mobile.*

347. LES HEURES SOLAIRES sont plus longues que les heures du premier mobile, puisque le soleil emploie 4′ de plus qu'une étoile à revenir au méridien; parlons d'abord des heures solaires moyennes, c'est-à-dire de celles que le soleil indique quand on fait abstraction des inégalités de son mouvement (308); nous parlerons bientôt aussi des heures solaires vraies, qui n'ont pas la même uniformité (362).

348. Les 24 heures répondent à 360° 59′ 8″, puisqu'en 24 heures solaires moyennes, non-seulement l'étoile revient au méridien, ce qui complette les 360°; mais le soleil lui-même, qui avoit fait 59′ 8″ en sens contraire, y arrive à son tour, ce qui termine les 24 heures solaires moyennes. Une horloge réglée sur les 24 heures n'indique plus 15° par heure, mais 15° 2′ 8″, qui est la 24e partie de 360° 59′ 8″, & ainsi des autres parties du temps; c'est ce qu'on appelle *convertir les heures solaires moyennes en degrés;* on trouve une table pour cet effet dans la *Connoissance des Temps* de chaque année, & elle est d'un usage continuel pour les astronomes dont les horloges suivent les heures solaires moyennes; car ils observent les différences d'ascension droite d'un astre à l'autre, en prenant pour chaque heure de leur horloge 15° 2′ 8″ de la sphère étoilée.

349. Les horloges reglées sur les heures du premier mobile, & qui suivent le mouvement diurne des étoiles,

ou la rotation véritable de la terre (346), avancent tous les jours de 3′ 56″ à midi moyen, sur le moyen mouvement du soleil, & ne marquent jamais l'heure du soleil, si ce n'est le jour de l'équinoxe: on trouve un avantage dans cette manière de régler une horloge, c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, au lieu qu'elles y passoient 3′ 56″ plutôt sur les autres horloges, mais ce *plutôt* étoit relatif au soleil, sur lequel l'on a coutume de régler les horloges ordinaires; c'est une extrême facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles au méridien, que d'appercevoir d'un coup d'œil sur l'horloge quelle est l'ascension droite de l'étoile qui va passer; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une règle de trois pour savoir quel est le temps vrai de chaque observation, & pour se préparer à observer le passage du soleil & de chaque planète au méridien.

350. L'ACCÉLÉRATION diurne des étoiles fixes est la quantité dont une étoile précède chaque jour le soleil, comptée en temps solaire moyen, à l'instant où l'étoile passe au méridien; c'est la quantité dont il s'en faut alors que le soleil ne soit arrivé au méridien, ou le temps qu'il lui faut pour parcourir encore les 59′ 8″ dont il avance vers l'orient, par rapport à l'étoile en 24 heures solaires moyennes. Cette accélération se trouve en faisant cette proportion: 360° 59′ 8″ $\frac{1}{7}$ sont à 24h, comme 360° sont à 23h 56′ 4″, 098 (*a*); temps que l'étoile emploie à décrire les 360° ou à revenir au méridien; pour aller à 24h, il reste 3′ 55″ 902, c'est l'accélération diurne des étoiles. Les 59′ 8″ que je viens d'employer pour le mouvement diurne du soleil sont moindres de 0″, 1264, que le mouvement qu'on emploie dans les tables astronomiques de 59′ 8″ 3305, par rapport aux équinoxes, parce que dans le calcul de l'accélération, c'est le mouvement par rapport aux étoiles dont on doit faire usage, & celui-ci est plus petit, parce qu'il est la différence entre le mouvement du soleil & celui des étoiles (320).

(*a*) Les chiffres que nous plaçons quelquefois après les secondes sont des fractions décimales, dixièmes, centièmes, millièmes, &c. de secondes.

351. L'horloge réglée ſur les étoiles fixes ou ſur le premier mobile, marque toujours 0h 0′ 0″ au moment où l'équinoxe paſſe au méridien, & marque toujours l'aſcenſion droite du POINT CULMINANT (177), c'eſt-à-dire, du point de l'écliptique qui eſt dans le méridien, réduite en temps à raiſon de 15d par heure; ainſi au moment que le ſoleil eſt dans le méridien, l'horloge des étoiles marque l'aſcenſion droite du ſoleil en temps, & il ſuffit, pour ſavoir quelle heure elle marquera chaque jour à midi, de convertir en temps l'aſcenſion droite du ſoleil pour ce jour-là. On trouve chaque année dans le Livre de la *Connoiſſance des Temps*, une colonne qui a pour titre, *Diſtance de l'équinoxe au ſoleil*, & qui n'eſt autre choſe que le complément à 24 heures de l'aſcenſion droite du ſoleil; il ſuffira donc à ceux qui auront ce livre entre les mains, de prendre chaque jour le complément à 24 heures de la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, & ce ſera l'heure de l'horloge à midi. Ainſi, le premier Janvier la diſtance de l'équinoxe au ſoleil eſt 5h 11′ (233), ſon complément eſt 18h 49′, c'eſt l'heure que l'horloge doit marquer à midi, ou plutôt 6h 49′, puiſque dans l'uſage on ne met que 12 heures ſur les cadrans.

352. Les heures ſolaires vraies diffèrent auſſi des heures ſolaires moyennes, mais la différence ne va jamais au-delà de 30 ſecondes; nous en parlerons après avoir expliqué la différence qu'il y a entre le temps moyen & le temps vrai (362).

Trouver le Temps vrai d'une Obſervation.

353. APRÈS avoir vu le moyen de chercher l'heure vraie du midi, par des hauteurs correſpondantes du ſoleil (322), l'on aura aiſément l'heure vraie de toute autre obſervation: je ſuppoſe que l'on ait trouvé par cette méthode que le premier Janvier une horloge marquoit à midi 0h 3′ 57″, & que le lendemain ou le 2 Janvier on ait encore trouvé par la même méthode, que l'horloge marquoit 0h 4′ 45″ à midi, c'eſt-à-dire 48″ de plus que la veille; dans ce cas-là on voit que l'horloge avançoit de 48″ par jour ſur le ſoleil, elle faiſoit 24h & 48″, tandis qu'elle ne devoit faire que 24h 0′ 0″ juſte, par rapport au temps vrai. Suppoſons actuellement qu'on ait obſervé le ſoir un phénomène céleſte, par exemple, le

commencement d'une éclipse, lorsque l'horloge marquoit 9h 30′ 57″, il s'agit de savoir quel est le temps vrai qui répond à cette heure de l'horloge ; on prendra d'abord la différence entre 0h 3′ 57″ & 9h 30′ 57″, & l'on trouvera que l'éclipse est arrivée 9h 27′ 0″ plus tard sur l'horloge que le midi vrai. Mais puisque l'horloge avance de 48″ par jour ou pendant qu'elle marque 24h 0′ 48″, on fera cette règle de trois : 24h 0′ 48″ sont à 48″, comme 9h 27′ 0″, dont l'observation est arrivée plus tard sur l'horloge que le midi de l'horloge, sont à 19″, quantité dont elle a dû avancer entre midi & l'observation dont il s'agit ; on ajoutera ces 19″ avec 0h 3′ 57″ que marquoit l'horloge à midi, puisque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, & l'on aura 0h 4′ 16″, quantité dont l'horloge avançoit à l'heure de l'observation ; c'est ce qu'il faut ôter de l'heure qu'elle marquoit au moment de l'observation ; c'est-à-dire, 9h 30′ 57″ ; & il reste 9h 26′ 41″ pour le temps vrai cherché.

354. Il est indifférent pour les astronomes que l'horloge soit à l'heure ou n'y soit pas, que les heures en soient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du soleil ; que l'horloge marque l'heure qu'il est, ou qu'elle ne la marque pas ; la méthode que nous venons d'indiquer, fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'observation, & les astronomes n'ont pas besoin d'autre chose. Tout ce qu'on suppose nécessairement dans ce calcul, c'est l'uniformité du mouvement de l'horloge ; si dans 24 heures elle avance de 48″, il faut que dans 12 heures elle avance de 24″, sans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, & son mouvement ne pourroit plus servir à mesurer le mouvement diurne des astres qui est uniforme, ou du moins que l'on suppose tel (345).

De l'Equation du Temps.

355. Jusqu'ici nous n'avons parlé que du temps vrai ou temps apparent que nous observons par des hauteurs correspondantes, du temps qui est marqué par le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, & qui s'emploie dans les différens usages de la société, aussi-bien que dans l'astronomie. Nous avons supposé que le soleil revenoit au méridien au bout de 24h, & qu'il employoit

… midi au suivant, que … astronomes dûrent … supposition; mais en obser… remarqua bientôt que le soleil … (308), & que le temps … inégale, ne pouvoit pas … le soleil n'est pas, à propre… mesure du temps, & l'heure vraie … pas servir à mesurer le temps dont … mais le temps vrai ayant l'avanta… observé en tout temps, nous nous …, pour trouver ensuite un *temps* … qui puisse être employé dans nos …

… moyen ou égal, est celui que marque… une horloge absolument parfaite, … d'une année, auroit continué de mar… inégalité, en marquant midi le premier … jour de l'année, au même instant où le so… le méridien: cette horloge n'a pas dû mar… midi à tous les autres jours intermédiai… le soleil, car il faudroit pour cela que le so… été tous les jours avec la même vîtesse, ce qui … point (308).

Quand le soleil quitte le méridien, & y retourne le lendemain, il a décrit 360° en apparence, mais véritablement il a parcouru non-seulement les 360°, qui font une révolution entière de tout le ciel étoilé, mais encore un degré de plus, qui est la quantité dont le soleil s'est avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de son retour au méridien, & qu'il a parcouru de plus pour arriver au méridien (61, 346).

357. Pour que tous les retours du soleil au méridien fussent égaux, il faudroit que ce mouvement propre du soleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'est-à-dire, de 59′ 8″; mais à cause des inégalités dont nous avons parlé, il arrive qu'au commencement de Juillet le soleil ne fait que 57′ 11″ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de Janvier il fait 61′ 11″, c'est-à-dire, 4′ de plus qu'au mois de Juillet, le long de l'écliptique par son mouvement propre. Telle est la premiere cause qui rend les jours inégaux; l'on compte toujours 24 heures d'un midi à l'autre, mais ces

ces 24 heures seront plus longues quand le soleil aura fait 61′ 11″, que quand il n'aura fait que 57′ 11″ vers l'orient, parce qu'il sera obligé de parcourir 4′ de plus par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

358. A cette premiere cause qui dépend de l'inégalité du mouvement solaire dans l'écliptique: il s'enjoint une autre qui dépend de la situation de l'écliptique: il ne suffit pas que le mouvement propre du soleil sur l'écliptique soit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement soit égal par rapport à l'équateur & par rapport au méridien où il s'observe; la durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le soleil avance chaque jour vers l'orient; mais cette quantité devroit être mesurée sur l'équateur, parce que c'est autour de l'équateur que se comptent les heures; ce n'est donc pas seulement son mouvement propre qu'il faut considérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'est ce mouvement rapporté à l'équateur; & si le soleil avoit un mouvement tel qu'il continua de répondre perpendiculairement au même endroit de l'équateur, l'équation du temps n'existeroit point, puisque les retours au méridien seroient égaux.

359. Soit *O* le soleil (*fig.* 21.), *SB* le méridien auquel le soleil doit arriver lorsque le point *O* sera plus avancé, & que le point *Q* de l'équateur sera arrivé au point *A* du méridien, ensorte que *OQ* soit un cercle horaire qui à midi sera confondu sur le méridien *SA*; quelle que soit la longueur de l'arc *OS* de l'écliptique, cet arc n'emploira à passer que le temps qui est mesuré par l'arc *AQ* de l'équateur, c'est-à-dire, que si l'arc *AQ* est d'un degré, il faudra quatre minutes à l'arc *SO*, grand ou petit, pour traverser le méridien; sa situation oblique ou inclinée, peut rendre sa longueur *OS* plus grande que celle de l'arc *AQ*; sa distance à l'équateur peut aussi faire que l'arc *OS* soit plus petit que l'arc *AQ*, parce qu'il est compris entre deux cercles de déclinaison *SA* & *OQ*, qui sont perpendiculaires à l'équateur *EAQ*; & qui vont se rencontrer au pole, ensorte que leur distance est moindre vers *O* que vers *Q*; mais c'est toujours l'arc *AQ* de l'équateur qui règle le temps employé par le soleil à venir du point *O* jusqu'au méridien *SAB*.

ur combiner ensemble ces deux causes qui t gaux les retours du soleil au méridien, conce- un soleil moyen & uniforme qui tourne dans l'é- ur, de manière à faire chaque jour 59′ 8″ (307), 360° en même temps que le soleil par son mouve- r e, c'est-à-dire, dans l'espace d'un an, & qu'il part équinoxe du printemps au moment où la longi- tude nne du soleil est zéro; toutes les fois que ce n arrivera au méridien, nous dirons qu'il est n, & si le soleil vrai se trouve plus ou moins sorte qu'il soit plus ou moins de midi, nous la différence ÉQUATION DU TEMPS.

nne du soleil se trouve le lieu de ce il moyen qui tourne uni- ans l'équateur; cension droite vraie du l, c qui est marquée r le cercle de déclinaison qui passe le vrai lieu du soleil, peut différer de plus de 4 de de la moyenne, par les deux causes dont nous avons parlé (357, 358); le soleil vrai peut passer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le soleil moyen; l'équation du temps va même jusqu'à $0^h\ 16'\ 10''$, ou à peu-près, le premier de Novembre.

Il suit de ces principes que la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil & son ascension droite vraie, convertie en temps, donnera l'équation du temps; mais l'ascension droite moyenne est nécessairement de la même quantité que la longitude moyenne, puisque l'une & l'autre commencent & finissent à l'équinoxe, sont toujours proportionnelles au temps, & augmentent chaque jour de 59′ 8″, ainsi *l'équation du temps est la différence entre la longitude moyenne & l'ascension droite vraie du soleil, convertie en temps.*

Mais comme nous ne pouvons dans la pratique trouver cette différence que par une double opération, & d'après deux principes différens (357, 358), il s'ensuit que l'équation du temps a deux parties; la première est la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, ou l'équation de l'orbite (308, 497) convertie en temps; la seconde est la différence entre la longitude vraie & l'ascension droite vraie, aussi convertie en temps: on trouve des tables de l'une & de l'autre partie jointes à toutes les tables du soleil.

360. La première partie, ou la première table qui a pour argument l'anomalie du soleil, ou sa distance à l'apogée, va jusqu'à 7' 42'' de temps lorsque le soleil est dans ses moyennes distances, c'est-à-dire, à 3 & à 9 signes d'anomalie moyenne; cette partie est chaque année la même, parce que l'équation du centre est toujours de 1d 55' 31'', 6; mais le temps de l'année où elle arrive n'est pas toujours le même, parce que le soleil arrive chaque année un peu plus tard à son apogée, à cause du mouvement de cet apogée (914).

La seconde partie de l'équation du temps qui a pour argument la longitude vraie du soleil, va jusqu'à 9' 53'', 7, lorsque le soleil est vers 46° ½ des équinoxes; mais comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique dont la quantité diminue peu à peu, cette partie de l'équation du temps diminue de 0'', 014 pour chaque seconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait 1'' de temps dans l'espace d'environ 71 ans; il seroit aisé de s'en assurer en calculant la différence entre *ES* & *EA* (*fig.* 21.), lorsque *ES* de 46° ½; car cette différence est alors de 2d 28' 24'', 8; en supposant l'angle *E* de 23° 28' 20'', ce qui fait 9' 53'', 7 de temps; on aura une équation plus petite quand on diminuera l'angle *E*.

La combinaison de ces deux causes d'équation, qui s'augmentent ou se détruisent réciproquement, forme *l'équation du temps*, qui ne passe jamais 16' 12'', & qui est nulle quatre fois l'année.

Cette équation du temps, qui change quelquefois de 30'' par jour, fait que les 24 heures solaires vraies different des 24 heures solaires moyennes, tantôt en plus, tantôt en moins, les heures solaires vraies sont plus longues à la fin de Décembre qu'à la fin de Mars de 2 secondes chacune.

Des Passages au Méridien, du lever & du coucher des Astres.

363. Le Passage d'une étoile au méridien se calcule par le moyen de sa différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile: en effet, pour trouver l'heure où l'étoile doit passer, il suffit de savoir de combien elle a suivi le soleil, ou de combien son ascension droite surpasse celle du soleil; si cette différence est de

15° au moment où elle passe dans le méridien, on est sûr qu'il est une heure de temps vrai, qu'il y a une heure que le soleil a passé au méridien, c'est-à-dire que l'étoile passe à une heure; tel est l'esprit de la méthode générale, à laquelle il est nécessaire d'ajouter quelques considérations.

Toutes les ascensions droites qu'on trouve dans le catalogue des étoiles, & qui y sont exprimées en degrés, minutes & secondes de degrés, étant converties en temps, si l'on en retranche l'ascension droite du soleil, aussi convertie en temps, pour un jour donné l'on aura l'heure du passage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vu en quoi consiste la conversion des degrés en temps (202).

364. Soit ♈ (*fig.* 29.) l'équinoxe du printemps, que je mets toujours à l'occident ou à la droite dans toutes mes figures, *M* une étoile dans le méridien, ♈ *M* l'ascension droite de l'étoile en *M* comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi; ♈☉ l'ascension droite du soleil; *M*☉ leur différence, ou l'ascension droite de l'étoile moins celle du soleil; cette distance *M*☉ du soleil au méridien marque toujours l'heure, ou le temps vrai (201); cette distance est de 15° à une heure, de 30° à deux heures. La figure fait voir que pour avoir l'heure du passage au méridien, il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil pour le même instant de celle de l'étoile, la différence *M*☉, distance du soleil au méridien, étant convertie en temps, est l'heure cherchée. Pour éviter les conversions de temps en degrés & de degrés en temps, les astronomes ont coutume d'employer ces ascensions droites du soleil & des étoiles déja réduites en temps.

365. On demande le passage de la Lyre au méridien le premier Mai 1760, compté astronomiquement, c'est-à-dire, le passage qui suivra le midi du premier Mai dans l'espace de 24 heures. Je suppose l'ascension droite apparente de la Lyre pour ce jour-là 277° 12′ 17″, qui convertie en temps est de 18h 28′ 49″; la distance de l'équinoxe au soleil le 1er Mai à midi, tirée des éphémérides, ou le complément de l'ascension droite du soleil, de 21h 23′ 51″: j'ajoute l'ascension droite de la Lyre avec la distance de l'équinoxe, la somme est

39h 53′; j'en retranche 24h qui font un jour entier, & j'ai 15h 53′ pour l'heure cherchée. Cette première règle d'approximation pourroit être défectueuse de 4′ si l'étoile passoit à 23h, parce que la différence d'ascension droite a été prise pour midi, & non pour 23 heures; c'est à l'heure même où l'étoile est dans le méridien, que la différence d'ascension droite donne le temps vrai; mais le changement n'est pas considérable dans l'espace de quelques heures, si ce n'est pour la lune; dans ce cas on en est quitte pour refaire le calcul une seconde fois, afin de corriger l'erreur de la première opération.

On se fait quelquefois de ce calcul une idée qui n'est pas exacte: on dit, par exemple, l'équinoxe passoit au méridien le 1er Mai à 21h 24′, la Lyre passoit 18h 29′ plus tard, donc elle passoit le 2 Mai à 15h 53′. Cela seroit juste, si tous ces temps-là étoient des temps solaires vrais; mais comme ce temps solaire est trop inégal en différens mois de l'année, on préfere de convertir les ascensions droites en temps du premier mobile, & dès-lors il n'est pas exact de dire que l'équinoxe passoit au méridien à 21h 24′, & que la Lyre y passoit 18h 29′ après; il y a quelques minutes de différence, & l'on lève tous les embarras en calculant la différence des ascensions droites pour l'heure même où l'étoile est dans le méridien, comme je l'ai expliqué. Il est vrai que dès-lors on suppose connue la chose même qu'on veut chercher, c'est-à-dire l'heure du passage; mais on la suppose connue à-peu-près, & on la cherche exactement; or pour la connoître à peu-près, on n'a pas besoin des considérations que je viens de détailler, il ne faut qu'ajouter la distance de l'équinoxe au soleil, & l'ascension droite de l'étoile.

366. L'ANGLE HORAIRE d'un astre est l'angle au pole formé par le méridien du lieu de l'observateur & le cercle de déclinaison qui passe par l'astre dont il s'agit; c'est encore, si l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire de l'astre; c'est la distance de l'astre au méridien. Cet angle horaire est essentiel dans les calculs astronomiques pour trouver la hauteur d'un astre à un moment donné, son azimut & son angle parallactique.

Soit *QEM* l'équateur (*fig.* 30.), *MCD* le méridien, *M* le milieu du ciel, *ME* l'arc de l'équateur qui mesure

l'angle horaire, ou la distance d'une étoile au méridien, comptée d'un passage par le méridien à l'autre, c'est-à-dire d'orient en occident jusqu'à 360°; ♈⊙ est l'ascension droite du soleil, ⊙*M* est l'angle horaire du soleil mesuré par le temps vrai donné; on les ajoutera pour avoir ♈*M* ascension droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'ascension droite ♈*E* de l'étoile, & l'on aura l'arc *ME*, qui mesure l'angle horaire de l'étoile d'où résulte la règle suivante: *le temps vrai réduit en degrés, moins la différence des ascensions droites (qui est celle de l'astre moins celle du soleil) sera l'angle horaire de l'astre, compté jusqu'à 24 heures, & d'orient vers l'occident.* Cela revient au même que d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le temps vrai réduit en degrés, & d'en ôter l'ascension droite de l'astre, pour avoir l'angle horaire.

367. Lorsqu'une planète ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire (366) s'appelle *arc semi-diurne*, & c'est la première chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher des astres (171). Soit *HZO* (*fig.* 31.) la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horizon, *EQ* la moitié de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénit; *L* un astre placé à l'horizon au moment de son lever; *ZL* sa distance au zénit qui est de 90°; j'entends sa distance apparente, car la distance au zénit nous paroît augmentée par la parallaxe, & diminuée par la réfraction, dont nous parlerons dans la suite; *PL* est la distance vraie de l'astre au pole boréal du monde; c'est le complément de sa distance à l'équateur, ou de sa déclinaison *LA*, si elle est boréale; mais c'est la somme de 90° & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc *PZ* est la distance du pole au zénit dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latit. *ZE* ou de la hauteur du pole *PO*; les trois côtés *PL*, *PZ* & *ZL* du triangle *PZL* étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle *P* par les règles de la trigonométrie sphérique; cet angle *P* ou *ZPL* est l'angle horaire de l'astre; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se lève, ou son arc sémi-diurne; quand l'arc sémi-diurne du soleil est de 8^h, on est sûr que le soleil se levera à 4^h du matin. De même pour trouver l'heure du coucher du soleil, il suffit d'avoir l'arc semi-diurne du soir, c'est l'heure même du coucher du soleil; car si l'arc semi-diurne est de $4^h\ 5'$, com-

me cela arrive le 21 Décembre à Paris, on est sûr que le soleil se couchera à $4^h\ 5'$; la raison est évidente: puisque le soleil étant en *L* dans l'horizon, l'arc semi-diurne *EA* de l'équateur ou l'arc *ML* du parallèle mesure l'angle horaire *P*; ce même angle *P* marque aussi le temps vrai, donc l'arc semi-diurne est lui-même le temps vrai du coucher du soleil. Ainsi pour calculer exactement le lever du soleil, il suffit d'avoir sa déclinaison pour le moment où il se leve, & de faire le côté *ZL* de $90°\ 32'\frac{1}{2}$, parce que la réfraction horizontale fait paroître le soleil trop élevé de $32\frac{1}{2}$ (744). Sa parallaxe n'étant que $8''\ 5$ peut ici se négliger. A l'égard des planètes & des autres étoiles fixes, il faut connoître l'heure du passage au méridien (363) aussi-bien que la déclinaison de la planète; & quand on a trouvé l'arc semi-diurne, on l'ajoute avec le passage au méridien pour savoir l'heure du coucher de la planète ou de l'étoile; on le retranche pour avoir le lever.

368. Les calculs des éclipses, & ceux de beaucoup d'observations, exigent que l'on connoisse la HAUTEUR d'un astre au-dessus de l'horizon pour un moment donné; on la trouve en supposant également connues les quantités suivantes, 1°, la distance du pole au zénit, ou le complément de la latitude du lieu; 2°, la distance de l'astre au pole, égale à 90° plus ou moins la déclinaison; 3°, l'angle horaire formé au pole du monde par le méridien du lieu, & par le cercle de déclinaison qui passe par l'astre; cet angle horaire, quand il s'agit du soleil pour l'après-midi, est égal à l'heure donnée, convertie à raison de 15° par heure; mais pour le matin, c'est son complément à 12^h, converti également en degrés. Quand il s'agit d'une étoile, c'est l'ascension droite du soleil, moins celle de l'étoile, ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés (366). Il faut alors résoudre le triangle *PZS* (*fig.* 31.), dans lequel on connoît deux côtés & l'angle compris, savoir le côté *PZ*, complément de la latitude du lieu, *PS* complément de la déclinaison de l'astre, & l'angle *P* compris entre ces côtés, ou l'angle horaire, on trouvera le côté *ZS* opposé à l'angle connu, dont le complément a 90°, est la hauteur *SL* de l'astre au-dessus de l'horizon.

369. L'angle formé par le vertical & par le cercle de déclinaison, ou cercle horaire d'un astre, s'appelle quel-

quefois *angle parallactique*, parce qu'il sert principalement à calculer les parallaxes, tel est l'angle *PSZ* (*fig.* 31). On peut le trouver en résolvant le triangle *PZS* avec les mêmes données.

Dans le même triangle *PZS*, connoissant l'angle horaire *P* & les deux côtés adjacens *PZ* & *PS*, on trouvera l'angle *PZS* ou l'angle *HZL*, qui est l'*azimut*; il est égal à l'arc *LH* de l'horizon compris entre le point du midi *H* & le point *L* de l'horizon auquel l'astre répond perpendiculairement.

L'AMPLITUDE est l'arc de l'horizon *QL*, compris entre le vrai point d'orient *Q* & le point où se leve l'astre *L* (175); cette amplitude se trouve de même que l'azimut, puisqu'elle est la différence ou la somme de 90°, & de l'azimut d'un astre qui est dans l'horizon.

DU SYSTEME DU MONDE.

370. La question du mouvement de la terre est un des objets qui ont été les plus discutés parmi les astronomes; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables Physiciens: mais la peine que les esprits ont toujours à s'élever au-dessus de leurs anciens préjugés, ensuite le scrupule mal-entendu des Théologiens, ont retardé long-temps le progrès de la lumière; enfin depuis environ un siècle il n'y a pas eu d'astronome un peu distingué, qui se soit refusé à l'évidence du *systême de Copernic*; c'est donc celui-là que j'appellerai le *systême du monde*, & je ne parlerai des autres, que parce que l'histoire des progrès de l'esprit est toujours lié avec l'histoire de ses erreurs.

371. Le systême du monde (*a*) comprend les planètes principales, les satellites & les comètes: les planètes principales sont, 1°, le soleil, ou la terre à la place du soleil dans le systême de Copernic; 2°, Mercure; 3°, Vénus; 4°, Mars; 5°, Jupiter; 6°, Saturne: leurs élemens particuliers, ou les détails de chacun, feront la matière du livre suivant; il ne s'agit ici que de leur dis-

(*a*) Σύστημα, *Constitutio*, *Collectio*, c'est-à-dire l'arrangement & l'assemblage des corps célestes.

position générale. La lune est réputée un satellite par rapport à la terre; & comme elle a des inégalités d'une espèce toute différente, elle fera seule la matière du livre IV. La théorie des satellites de Jupiter & de Saturne sera expliquée dans le IXe livre, & celle des comètes dans le Xe.

372. Mais avant que de parler de la véritable situation des orbites planétaires, qui pour être connue exigeoit des observations & des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent & de plus simple à concevoir, & d'abord de l'hypothèse ancienne, imaginée pour représenter le mouvement annuel du soleil; c'est le systême suivant lequel Ptolomée & plusieurs anciens astronomes expliquoient la disposition générale du monde; nous viendrons ensuite au systême de Copernic, & nous donnerons les preuves des mouvemens réels de la terre, dont il importe au Lecteur d'être bien convaincu, avant que de passer à la théorie des planètes. Le systême de Tycho-Brahé, postérieur à celui de Copernic, se trouvera réfuté par les preuves même de celui-ci; enfin, les phénomènes qui résultent du mouvement de la terre, viendront naturellement à la suite des preuves de ce mouvement.

373. Les anciens philosophes qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planètes, n'avoient pas de moyens évidens pour connoître la véritable disposition de leurs orbites, & ils varierent beaucoup sur ce sujet. Pythagore & quelques-uns de ses disciples supposerent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun est porté à le croire avant que d'avoir discuté les preuves du contraire; il est vrai que dans la suite, plusieurs disciples de Pythagore s'écarterent de ce sentiment, firent de la terre une planète, & placerent le soleil immobile au centre du monde. Mais Platon fit revivre le systême de l'immobilité de la terre; Eudoxe, Calippus, Aristote, Archimède, Hipparque, Sosigènes, Cicéron, Vitruve, Pline, Macrobe & Ptolomée suivirent ce sentiment, (Riccioli, *Almagestum*, t. II. p. 276, 279.) On peut voir dans Pline, (*lib. II. c.* 22.) & dans Censorinus, (*de die natali*, *cap.* 13.) la manière dont Pythagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des distances des planètes à la terre.

374. Ptolomée qui écrivit environ l'an 140 de J. C. ou vers les premières années de l'Empereur Antonin, est celui qui a donné son nom à ce systême, parce que son Almageste est le seul livre détaillé qui nous soit parvenu de l'ancienne astronomie : il essaie de prouver dans deux chapitres de cet ouvrage que la terre est véritablement immobile au centre du monde, & il place les autres planètes autour d'elle dans l'ordre suivant : la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne ; sa principale raison pour placer Mercure & Vénus au-dessous du Soleil, étoit de suivre en cela le systême le plus ancien, & de placer le Soleil au milieu des planètes, enfin de le placer entre celles qui ne s'en écartent jamais que jusqu'à un certain point (Mercure & Vénus,) & celles qui lui paroissent quelquefois opposées. Pour ce qui est de l'ordre des trois autres planètes, il pensa qu'elles devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient en moins de temps ; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune, qui tournant beaucoup plus vîte que le soleil, étoit évidemment plus près de nous, puisqu'elle éclipsoit si souvent le soleil : il voyoit aussi que Saturne étoit la moins lumineuse de toutes les planètes, ce qui la faisoit présumer la plus éloignée, en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'est à cela que je réduis les neuf raisons apportées par le P. Riccioli dans son *Almagestum novum*, (*T. II. pag.* 279.) en faveur de cette partie du systême de Ptolomée.

Le systême de Ptolomée est représenté dans la figure 40, d'après le IXe livre de l'Almageste de Ptolomée ; chaque planète y est marquée sur son orbite par le signe qui lui convient (83) ; ensorte que cette figure n'a besoin d'aucune explication.

375. Platon avoit changé quelque chose au systême de Pythagore ; plusieurs auteurs disent qu'il mettoit Mercure & Vénus au-delà du Soleil ; sa raison, disent ils, étoit que Vénus & Mercure n'avoient jamais éclipsé le soleil ; ce qui devoit arriver si ces planètes étoient, aussi bien que la lune, plus basses que le soleil. Ce systême fut soutenu par *Théon* dans son Commentaire sur l'Almageste, & ensuite par *Géber*, le seul, entre les auteurs Arabes, qui se soit écarté du systême de Ptolomée.

376. Les premiers observateurs remarquerent certainement que Vénus ne s'écartoit jamais du soleil que d'environ 45°, mais il étoit très-naturel de croire que si elle eût tourné comme le soleil autour de la terre, elle auroit paru très-souvent opposée au soleil, ou éloignée de lui de 180°; aussi les Egyptiens imaginerent que Vénus devoit tourner autour du soleil comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroissoit plus ou moins brillante dans certains temps, sans jamais cesser d'accompagner le soleil, & il en étoit de même de Mercure. C'est Macrobe qui raconte avec éloge ce sentiment des anciens Egyptiens, (*Somn. Scip. lib. I. cap.* 19).

377. Cicéron, en faisant parler Scipion sur le systême du monde, paroît dire que les orbites de Vénus & de Mercure accompagnent & suivent le soleil; *hunc ut comites sequuntur Veneris alter, alter Mercurii cursus* (*Somn. Scip.*).

Vitruve dit formellement que Mercure & Vénus entourent le soleil, & tournent autour de son centre, ce qui produit leurs stations & leurs rétrogradations apparentes (*Archit. lib. IX. c.* 4); ensorte qu'on peut le regarder comme un des anciens qui ont soutenu ce systême des Egyptiens.

378. Martianus Capella, auteur que l'on croit avoir vécu dans le cinquième siècle, développe encore mieux ce systême, & il y a un chapitre exprès de ses mélanges, dont voici le titre: *Quod tellus non sit centrum omnibus planetis;* il explique très-bien dans ce chapitre que les orbites de Vénus & de Mercure n'environnent point la terre, mais seulement le soleil qui est au centre de leurs cercles; que ces planètes sont quelquefois au-delà du soleil, quelquefois en-deçà; que dans le premier cas Mercure est moins éloigné de nous que Vénus; que dans l'autre il est plus loin de nous. Ce systême des Egyptiens fut le principe des belles idées de Copernic sur le systême général du monde: indépendamment de la preuve tirée de la proximité constante de Vénus au soleil, on y trouvoit l'avantage de rendre raison de ces inégalités appellées *stations* & *rétrogradations*, sans la ressource absurde des épicycles.

Le systême des Egyptiens est représenté dans la figure 41, tel que nous venons de le décrire; la terre

eſt placée au centre de la figure, elle eſt environnée par les orbites de la lune & du ſoleil; le globe du ſoleil en décrivant ſon orbité, eſt environné & accompagné des orbites de Mercure & de Vénus. Au-deſſus du ſoleil ſont les trois autres orbites, placées comme dans le ſyſtême de Ptolomée (374), & déſignées par les caractères dont nous avons donné l'explication (83).

379. L'hypothèſe des Egyptiens ſatisfaiſoit aux inégalités les plus remarquables de Mercure & de Vénus: à l'égard de Mars, Jupiter & Saturne, il reſtoit dans ces planètes des inégalités bien étranges à expliquer, ſoit dans le ſyſtême de Ptolomée, ſoit dans celui des Egyptiens. Toutes les fois que ces planètes approchent de leur conjonction avec le ſoleil, ou qu'elles ſont dans la même région du ciel, elles ont un mouvement propre (85), prompt & direct, c'eſt-à-dire vers l'orient, elles paroiſſent petites & fort éloignées de nous; lorſqu'elles ſont oppoſées au ſoleil ou à 180° de cet aſtre, elles paroiſſent plus groſſes, plus brillantes, elles paroiſſent reculer vers l'occident, & leur mouvement propre paroît *rétrograde* (392). Dans les temps intermédiaires, elles ſont *ſtationnaires*, paroiſſent immobiles dans le ciel, & d'une grandeur moyenne. Ces inégalités revenant toujours les mêmes toutes les fois que les planètes paroiſſoient à même diſtance du ſoleil, il ſembloit à quelques philoſophes que les aſpects & les rayons du ſoleil avoient une force ou une influence qui produiſoient dans les planètes toutes ces alternatives, qui étoient en effet toujours les mêmes quand les planètes étoient à même aſpect, à même élongation ou diſtance apparente par rapport au ſoleil; c'eſt ce qu'ils appelloient la deuxième inégalité, la première étant de même eſpèce que celle du ſoleil, & n'ayant lieu toute ſeule que dans les oppoſitions.

380. Pour que le lecteur pût comparer la ſimplicité du ſyſtême de Copernic avec l'abſurde complication du ſyſtême de Ptolomée, il faudroit rapporter l'hypothèſe de la ſeconde inégalité des planètes ſelon Ptolomée, au moyen de l'épicycle porté ſur un excentrique; mais il vaut mieux paſſer à des choſes plus ſatisfaiſantes; il ſuffira de dire que chaque planète étant en conjonction avec le lieu moyen du ſoleil, étoit ſuppoſée partir du ſommet ou de l'apogée de ſon épicycle; elle employoit

à parcourir cet épicycle tout le temps qui s'observe entre une conjonction moyenne & la suivante, c'est-à-dire le temps d'une révolution synodique (454); Saturne un an & 13 jours, suivant les anciens; Jupiter, un an & 34 jours; Mars, deux ans & 59 jours; Vénus, un an & 219 jours; Mercure; 116 jours, tandis que chaque épicycle parcouroit le cercle appellé pour-lors déférent pendant la durée de la révolution périodique de la planète (85, 454).

Je ne parlerai pas des exceptions que ces règles éprouvoient, des suppositions qu'il falloit y ajouter pour expliquer le mouvement des apsides; on trouveroit tout cela, si l'on en étoit curieux, dans le premier tome de l'Almageste du P. Riccioli, expliqué avec un détail immense & une extrême exactitude.

381. Copernic, qui préféroit les cercles concentriques aux excentriques, se servoit d'un premier épicyle pour la première inégalité, & en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier, il auroit pu exprimer la seconde inégalité; mais on va voir avec quel succès il rejetta celle-ci sur le mouvement de la terre.

Toutes les planètes décrivoient leurs épicycles, suivant les anciens, précisément dans l'intervalle de temps qu'il leur falloit pour revenir en conjonction avec le soleil. La *seconde inégalité* paroissoit donc dépendre du soleil; ainsi elle dut inspirer l'idée d'examiner si un œil placé dans le soleil ne pourroit pas voir les choses dans un ordre plus simple, & si le soleil ne seroit pas le véritable centre de tous ces mouvemens, qui avoient tant de rapport avec lui; on avoit eu recours à cet expédient pour sauver les inégalités de Mercure & de Vénus, il étoit naturel d'y recourir pour les autres planètes.

Du Systême de Copernic.

382. Ce fut l'embarras que trouva Copernic dans les hypothèses des anciens pour expliquer la seconde inégalité des planètes (380), qui lui fit souhaiter de pouvoir les simplifier, ou en imaginer une qui fût moins absurde & moins compliquée; il nous apprend dans la préface de son livre *de Revolutionibus Orbium*, que dans cette intention il avoit commencé par lire tout ce qu'il avoit pu

trouver là-dessus dans les anciens philosophes, pour savoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la sphère d'autres mouvemens que ceux dont on parloit depuis si long-temps dans les écoles; voici ce qu'il y trouva de plus remarquable.

Cicéron dit que *Nicetas* de Syracuse, au rapport de Théophraste, avoit pensé que le ciel, le soleil, la lune, les étoiles, ne tournoient point chaque jour autour de la terre, mais que la terre seule tournant sur son axe avec une très-grande vitesse, faisoit paroître tout le reste en mouvement. Plutarque raconte aussi que *Philolaüs* le Pythagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du soleil dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au soleil. *Héraclide* de Pont, & *Ecphantus* Pythagoricien, attribuoient, à la vérité, un mouvement à la terre, mais seulement sur son axe, semblable à celui d'une roue. Héraclide & les autres Pythagoriciens soutenoient que chaque étoile étoit un monde qui avoit, comme le nôtre, une terre, une atmosphère & une étendue immense de matière éthérée: Aristote (*de cœlo, lib. II. cap.* 13.) dit aussi que les philosophes d'Italie appellés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planètes qui tournoient autour du soleil comme leur centre commun.

583. Diogène Laërce dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la première idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Nicetas: Philolaüs avoit été disciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. On peut ajouter à ces idées sublimes des plus anciens philosophes, les passages où Sénèque explique de la manière la plus philosophique, les rétrogradations des planètes; « il s'est trouvé des » philosophes qui nous ont dit, vous vous trompez, en » croyant qu'il y ait des astres qui rétrogradent & qui » s'arrêtent, cette bisarrerie ne peut avoir lieu dans les » corps célestes; ils vont du côté où ils ont été jettés; » ils ne suspendent jamais leur cours, ils ne changent ja» mais leur direction; pourquoi donc paroissent-ils quel» quefois retourner en arrière, c'est le soleil qui en est » cause: leurs orbes ou leurs cercles sont placés de » manière à nous tromper dans certains temps; tout » ainsi qu'on croit souvent immobile un vaisseau qui va



» pourtant à pleines voiles ". (*Sen. quæst. nat. l. VII. c.* 25 & 26.)

Des autorités si positives donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre sur son axe; ce simple mouvement retranchoit de la physique des centaines de mouvemens à chaque jour; la simplicité de cette hypothèse suffisoit pour la rendre vraisemblable, & c'est une véritable démonstration pour tout homme qui veut s'affranchir des préjugés de son enfance.

384. En effet, quand on voit cette concavité immense de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles, qui sont toutes à des distances prodigieuses de nous, des planètes qui ont toutes des mouvemens contraires à ce mouvement de tous les jours; quand on réfléchit à la petitesse de la terre, en comparaison de toutes ces énormes distances, il devient impossible de concevoir que tout cela puisse tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & constant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre. Non-seulement le mouvement diurne de tous les astres en 24 heures autour de la terre est une chose peu vraisemblable, j'ose dire qu'elle est absurde, & qu'il faut être aveuglé par le préjugé ou l'ignorance pour pouvoir se prêter à cette idée. Toutes ces planètes qui sont à des distances si différentes, & dont les mouvemens propres sont si différens les uns des autres: toutes ces comètes qui semblent n'avoir presque aucune ressemblance avec les autres corps célestes; toutes ces étoiles fixes que les lunettes nous font voir par millions dans toutes les parties du ciel; tous ces corps, dis-je, qui n'ont aucun rapport les uns avec les autres, qui different tout autant que le ciel & la terre, qui sont indépendans l'un de l'autre, & à des distances que l'imagination a peine à concevoir, se réuniroient donc pour tourner chaque jour tous ensemble, & comme tout d'une pièce, autour d'un axe ou essieu, lequel même change de place. Cette égalité dans le mouvement de tant de corps, si inégaux d'ailleurs à tous égards, devoit seule indiquer aux philosophes qu'il n'y avoit rien de réel dans les mouvemens diurnes, & quand on y réfléchit, elle prouve la rotation de la terre d'une manière qui ne laisse point de soupçon, & à laquelle il n'y a point de replique.

Enfin, depuis qu'à l'aide des lunettes, nous voyons ſans aucune eſpèce d'incertitude le Soleil & Jupiter tourner ſur leur axe (970), il eſt encore plus difficile de révoquer en doute la rotation de la terre, qui eſt inconteſtablement moins groſſe que le ſoleil.

385. Les anciens étoient obligés de ſuppoſer des ſphères ſolides & tranſparentes comme le cryſtal, où ils enchâſſoient tous les aſtres, & ils faiſoient tourner ces calottes ſphériques les unes dans les autres; le P. Riccioli même eſt obligé d'y avoir recours (*Almag. nov. II.* 288.) Mais depuis qu'on a vu les planètes ſe rapprocher viſiblement de nous, & s'en éloigner enſuite; depuis qu'on a vu des comètes deſcendre ſi près de la terre, & remonter enſuite à perte de vue, les cieux ſolides ſont une abſurdité démontrée; il devient donc également abſurde de ſuppoſer que le ſoleil entier puiſſe tourner tous les jours & tout à la fois, tandis qu'il eſt compoſé de tant de milliers de pièces détachées, ſans qu'aucune paroiſſe jamais recevoir plus ou moins de mouvement que les autres, même en décrivant des cercles qui ſont tous de grandeurs différentes, à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, occupées ſans ceſſe à empêcher l'effet des loix du mouvement qui ſont établies d'ailleurs dans toute la nature.

386. Le P. Riccioli oppoſe à tout cela des paſſages de l'Ecriture-Sainte, où il eſt dit que le ſoleil ſe leve & ſe couche (410). Il propoſe enſuite 77 argumens contre le mouvement de la terre, & réfute 49 argumens qu'il ſuppoſe que l'on peut faire en faveur du ſyſtême de Copernic: de toutes les preuves qu'il produit contre le mouvement de la terre, les ſeules qui me paroiſſent mériter quelque conſidération, ſe réduiſent toutes à l'argument de Ptolomée, (*Almag. lib. I.*) que Buchanan a exprimé dans les vers ſuivans;

Ipſæ etiam volucres tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine terræ
Abreptas gemerent ſylvas, nidoſque tenellâ
Cum ſobole, & carâ forſan cum conjuge; nec ſe
Auderet zephiro ſolus committere turtur. *Sphæra. L. I.*

» Les oiſeaux dans les airs, verroient la terre & les
» forêts fuir ſous leurs pieds; ils verroient leurs nids,
» leurs

„ leurs petits, & peut-être leurs femelles, entraînés par „ le mouvement diurne de la terre vers l'orient; la tour- „ terelle n'oſeroit jamais s'éloigner de la ſurface de la „ terre par la crainte de perdre ſa demeure".

387. Copernic, (*L. I. c.* 8.), Képler, Ptolomée lui-même, y avoient déja répondu; il eſt impoſſible que des corps terreſtres, & que l'atmoſphère de la terre, qui depuis tant de ſiècles tiennent à la terre, & tournent avec elle, n'en aient pas reçu un mouvement commun, une impreſſion & une direction communes; la terre tourne avec tout ce qui lui appartient, & tout ſe paſſe ſur la terre mobile comme ſi elle étoit en repos. Il eſt étonnant que Tycho, le P. Riccioli, & tous ceux qui ont répété le même argument ſous tant de formes différentes, n'aient pas ſçu que lorſqu'on joue aux boules ou au billard dans le vaiſſeau qui va le plus vîte, le choc des corps s'y fait avec la même force dans un ſens que dans l'autre, & que lorſqu'on jette une pierre du haut du mât d'un vaiſſeau en mouvement, elle tombe directement au pied du mât, comme quand le vaiſſeau étoit en repos: le mouvement du vaiſſeau eſt communiqué d'avance au mât, à la pierre, & à tout ce qui exiſte dans le vaiſſeau, enſorte que tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile: il n'y a que le choc des obſtacles étrangers qui fait qu'on en apperçoit le mouvement lorsqu'on eſt dans le navire; mais comme la terre ne rencontre aucun obſtacle étranger, il n'y a abſolument rien dans la Nature, ni ſur la terre, qui puiſſe par ſa réſiſtance, par ſon mouvement, ou par ſon choc, nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement eſt commun à tous les corps terreſtres; ils ont beau s'élever en l'air, ils ont reçu d'avance l'impreſſion du mouvement de la terre, ſa direction & ſa vîteſſe, & lors même qu'ils ſont au plus haut de l'atmoſphère, ils continuent à ſe mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui ſeroit lancé perpendiculairement vers le zénit, retomberoit dans la bouche du canon, quoique pendant le temps que le boulet étoit en l'air, le canon ait avancé vers l'orient avec la terre de pluſieurs lieues; (il doit faire ſix lieues & un quart par minute, ſous l'équateur): la raiſon en eſt évidente; ce boulet en s'élevant en l'air, n'a rien perdu de la vîteſſe que le mouvement de la terre lui a communiquée; ces deux impreſſions ne ſont point

contraires; il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait six vers l'orient; son mouvement dans l'espace absolu est la diagonale d'un parallélogramme, dont un côté a une lieue, & l'autre six, il retombera par sa pesanteur naturelle, en suivant une autre diagonale, & il retrouvera le canon qui n'a point cessé d'être situé, aussi bien que le boulet, sur la ligne qui va du centre de la terre jusqu'au sommet de la ligne où il a été lancé.

388. Pour que le boulet restât en l'air sur une même ligne perpendiculaire au point d'où il étoit parti, sans tourner avec la terre, il faudroit qu'il y eût une cause en l'air qui détruisît l'impression générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre; mais nous n'en connoissons aucune; le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre, lors même qu'il s'en éloigne par l'impulsion de la poudre: la première & la plus générale des loix du mouvement, est qu'un corps déterminé une fois à se mouvoir dans une direction, continue uniformément & sur la même ligne, s'il n'y a pas de cause qui retarde ou anéantisse son mouvement; cette loi s'observe & se vérifie par-tout; il n'est donc pas étonnant que les oiseaux, les nuages, les boulets, continuent d'avoir le même mouvement que la terre, lors même qu'ils s'en éloignent.

389. Mais si les corps terrestres ne peuvent décéler le mouvement de la terre, tout ce qui est éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement: nous sommes sur un vaisseau qui se meut paisiblement sans que nous nous en appercevions, mais celui qui est sur le vaisseau voit les côtes & les villes s'éloigner de lui, *provehimur portu, terræque urbesque recedunt*; nous voyons de même les planètes, les étoiles & tout le ciel sans aucune exception, se mouvoir du même sens, & tout ce qui est hors de la terre nous avertit de notre mouvement.

390. Tandis que l'on ne voit contre le systême de Copernic aucune espèce d'argument, nous avons au contraire une preuve bien physique & bien démonstrative de sa rotation diurne, par la diminution de pesanteur des corps qui sont sous l'équateur; diminution qui est proportionnelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre, (816, 1011) & qui produit la figure aplatie de la terre, qui est encore une autre preuve du mouvement diurne. L'aberration des étoiles (783), & l'at-

traction universelle dont nous donnerons tant de preuves dans le livre XII. sont encore des démonstrations physiques & positives du mouvement de la terre.

391. Le mouvement diurne de la terre sur son axe une fois admis, il devenoit plus facile d'admettre un second mouvement de la terre dans l'écliptique; celui-ci étoit indiqué par le phénomène des stations & des rétrogradations des planètes (380), qui deviennent de pures apparences, quand on admet le mouvement de la terre, & qui sont des singularités inexplicables dans chaque planète, lorsqu'on suppose la terre immobile.

392. C'est un phénomène observé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planètes, qu'après avoir paru se mouvoir quelque temps d'occident en orient, suivant l'ordre des signes, elles s'arrêtent peu-à-peu & rétrogradent ensuite (379). La rétrogradation de Saturne dure environ 136 ou 140 jours sur une année, ou plutôt sur un retour à sa conjonction; celle de Jupiter 118 ou 122; celle de Mars, entre 59 & 79; celle de Vénus 42 ou 44; celle de Mercure 22 jours sur 115 que dure sa révolution synodique. L'arc de rétrogradation est de 6 à 7°. pour Saturne, de 10° pour Jupiter; il va de 10 à 19° pour Mars, il est de 16° pour Vénus, il est entre 9 & 16° pour Mercure. Ces rétrogradations reviennent toutes les fois que les planètes se trouvent en conjonction avec le soleil, c'est-à-dire, qu'elles dépendent du mouvement annuel du soleil. Pour les expliquer dans le systême de Ptolomée, il falloit faire mouvoir chaque planète dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, & qui étoit différent de chaque planète (380). Toute cette complication disparoît dans le systême de Copernic; ainsi cet astronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pythagoriciens, qui ne connoissoient pas ces inégalités des planètes; & ce fut en effet la première raison qu'eut Copernic de chercher vers l'an 1507 d'autres hypothèses que celles de Ptolomée, pour expliquer les mouvemens planétaires: son livre parut en 1543, & dès le temps de Galilée & de Képler, en 1600, tout ce qu'il y avoit de plus habile dans l'astronomie, étoit du même sentiment que Copernic, & ne doutoit plus du mouvement de la terre: tous les progrès que l'on a fait ensuite dans l'astronomie ont produit sur cette matière de nouvelles démon-

strations ; il n'y a plus aucune raison de douter, ni aucune objection raisonnable à faire contre le mouvement de la terre.

393. Le système de Copernic est représenté dans la figure 42 ; le soleil est au centre du monde ; les planètes tournent autour de lui dans l'ordre suivant ; Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne, à des distances du soleil qui sont entr'elles, comme les nombres 4, 7, 10, 15, 52 & 95, quoiqu'on n'ait pas observé ces proportions dans la figure. Ces nombres, qui sont les plus simples & les plus faciles à retenir, sont tels que chaque unité vaut un peu plus de trois millions de lieues, de 25 au degré, ou de 2263 toises chacune ; on verra bientôt la maniere de trouver ces distances (490). On voit dans la même figure que la terre est environnée par l'orbite de la lune qu'elle entraîne avec elle, ainsi que Jupiter est entouré par les 4 orbites de ses satellites, & Saturne par 5 autres satellites, dont nous parlerons dans le IXe livre.

Je parlerai de l'explication des phénomènes qui résultent de ce système (412), après que celui de Tycho m'aura donné l'occasion de démontrer encore mieux la vérité du système de Copernic, qui sera la base de tout le reste de cet ouvrage.

Du Système de Tycho-Brahé.

394. Nous ne parlons du système de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic, pour suivre l'ordre des temps & celui des ouvrages qui ont été faits là-dessus. Il est vrai que le système de Tycho a du rapport avec celui de Ptolemée, puisque l'un & l'autre admettent le mouvement du soleil, & supposent la terre immobile ; mais il a encore plus de rapport avec le système de Copernic, puisque dans tous les deux les cinq planètes tournent autour du soleil, & que Tycho s'est conformé à cet égard aux démonstrations de Copernic, sans lequel il ne se seroit point élevé aussi haut.

395. Le système de Tycho est représenté dans la figure 43 tel qu'il est dans son ouvrage sur la comète de 1577, imprimé à la suite de ses Lettres astronomiques, & qui est intitulé : *Tychonis Brahe Dani de mundi ætherei recentioribus phænomenis, liber secundus.* La terre *T* est placée

au centre de la figure; elle est environnée d'abord par l'orbite de la lune, & ensuite par celle du soleil. Autour du soleil *S*, comme centre, sont décrits cinq autres cercles pour représenter les orbites de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter & de Saturne; & le soleil accompagné de toutes ces orbites, est supposé tourner autour de la terre *T*, qui est cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de Jupiter & de Saturne. Je n'ai point représenté dans cette figure les satellites de Jupiter & de Saturne, de même que je n'ai point observé les proportions qui ont lieu dans les grandeurs des orbites, pour ne pas faire une trop grande figure.

395. Le systême de Tycho-Brahé avoit été déja soutenu, du moins en partie, par les Egyptiens (376). Tycho ayant reconnu comme eux que Vénus & Mercure tournoient évidemment autour du soleil, crut qu'il en pouvoit être de même des trois autres planètes; la conclusion étoit assez naturelle, elle rendoit uniforme les hypothèses de toutes les planètes, & supprimoit tous les épicycles de la seconde inégalité, par le seul mouvement du soleil.

Tycho-Brahé avoit une raison de plus pour soutenir ce systême; Copernic avoit démontré 50 ans avant lui, que l'on expliquoit de la manière la plus naturelle & la plus simple les phénomènes bizarres & singuliers des stations & rétrogradations de toutes les planètes, en les faisant tourner toutes autour du soleil; Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la simplicité, & par conséquent la vérité de ce systême; mais son respect pour quelques passages de l'écriture qu'il interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre; enfin, il avoit à peine à concevoir ce déplacement de notre globe; accoutumé avec le vulgaire à le considérer comme la base éternelle & le fondement immobile de toute stabilité; il conserva donc tout ce qu'il put du systême de Copernic, c'est-à-dire le mouvement de toutes les planètes autour du soleil, mais il fit tourner le soleil lui-même, accompagné de toutes ces planètes autour de la terre.

396. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le systême de Copernic pour former le sien: voici à quelle occasion il dit l'avoir imaginé, il observa soigneusement en 1582 Mars en opposi-

terre, il jugea qu'il étoit plus près de nous que le soleil, & dès-lors les hypothèses de Ptolomée ne pouvoient plus avoir lieu, car suivant Ptolomée, Mars devoit être plus loin que le soleil. D'un autre côté, Tycho crut reconnoître que les comètes observées en opposition par rapport au soleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre, comme cela devoit arriver dans le système de Copernic; cela lui fit rejetter l'hypothèse de Copernic, & dès-lors il ne resta plus d'autres moyens d'expliquer la proximité de Mars à la terre, si ce n'est par le système qu'il proposa.

Dans l'ouvrage qu'il fit à l'occasion de la comète de 1577, Tycho parle fort au long de son systême, imaginé vers 1582. « J'avois remarqué, dit-il, que l'ancien systême de Ptolomée n'étoit point naturel; la multitude des épicycles dont il se sert pour expliquer les mouvemens des planètes par rapport au soleil, leurs stations & leurs rétrogradations, & une partie de leurs inégalités apparentes, est superflue; ces hypothèses même pêchent contre les principes de l'art, en supposant ces mouvemens égaux, non autour de leur centre propre & naturel, mais autour d'un point étranger, c'est-à-dire, d'un autre cercle excentrique, qu'on appelle l'*équant*. Mais aussi je n'approuvois pas cette nouveauté introduite par le grand Copernic, à l'exemple d'Aristarque de Samos, dont parle Archimède dans son livre *de Arenæ numero*, adressé à Gédion, Roi de Sicile; quoiqu'elle corrige de la manière la plus savante tout ce qu'il y a d'inutile & de défectueux dans le systême de Ptolomée, & qu'elle ne renferme rien qui soit contre les principes des mathématiques: cette lourde masse de la terre, si peu propre au mouvement, ne sauroit être ainsi déplacée & agitée d'une triple manière, comme le seroient ces corps célestes, sans choquer les principes de la physique; l'autorité des Saintes Ecritures s'y oppose; je parlerai ailleurs de ces divers inconvéniens, comme aussi de celui qu'il y auroit à supposer un espace immense entre l'orbite de Saturne & la huitième sphère, qui ne seroit occupé par aucun astre. Je voyois donc que des deux côtés il y avoit des absurdités; je me mis à examiner séparément s'il y avoit quelqu'hypothèse qui fût parfaitement d'accord avec les phénomènes & les princi-

» pes mathématiques, sans répugner à la physique, & » sans encourir les censures de la théologie; je réussis » au-delà de mes espérances, & je trouvai enfin une ma- » nière de disposer les révolutions célestes, qui remédie » à tous les inconvéniens, & dont je vais faire part aux » amateurs de la physique céleste.

» Je pense d'abord qu'il faut décidément & sans aucun » doute, placer la terre immobile au centre du monde, » en suivant le sentiment des anciens astronomes ou phy- » siciens, & le témoignage de l'Ecriture: je n'admets » point avec Ptolomée & les anciens, que la terre soit » le centre des orbes du second mobile; mais je pense » que les mouvemens célestes sont disposés de manière » que la lune & le soleil seulement, avec la huitième » sphère, la plus éloignée de toutes, & qui renferme » toutes les autres, aient le centre de leur mouvement » vers la terre; les cinq autres planètes tourneront au- » tour du soleil comme autour de leur chef & de leur » Roi, & le soleil sera sans cesse au milieu de leurs or- » bes, qui l'accompagneront dans son mouvement an- » nuel...... Ainsi le soleil sera la règle & le terme de » toutes ces révolutions; & comme Apollon au milieu » des Muses, il réglera seul toute l'harmonie céleste de » ces mouvemens dont il est environné".

397. En même temps que Tycho regardoit le mouvement de la terre comme un paradoxe de théologie & de physique, il reconnoissoit son utilité en astronomie, comme on peut en juger par ce qu'il en dit dans ses progymnasmes, (*T. I. p.* 661): » J'avoue, dit-il, que les » révolutions des cinq planètes que les anciens attri- » buoient à des épicycles, s'expliquent aisément & à peu » de frais, par le simple mouvement de la terre; que » les anciens mathématiciens ont adopté bien des absur- » dités & des contradictions que Copernic a sauvées, & » qu'il satisfait même un peu plus exactement aux appa- » rences célestes". Mais on voit ensuite que Tycho regardoit le témoignage de l'Ecriture-Sainte comme le plus grand obstacle au systême de Copernic.

398. On voit encore dans une lettre de Tycho à Rothmann, mathématicien du Landgrave, en date du 21 Février 1589, ce que pensoit Tycho du systême de Copernic: » Lorsque je traiterai, dit-il, *ex professo*, des » mouvemens célestes, je ferai voir que mes hypothèses

„ satisfont exactement aux apparences célestes, qu'elles
„ sont de beaucoup préférables à celles de Ptolomée &
„ de Copernic, & s'accordent mieux avec la vérité;
„ mais si elles vous déplaisent si fort, si vous aimez
„ mieux faire tourner la terre & les mers accompagnées
„ de la lune, par un mouvement annuel, & donner un
„ triple mouvement à un corps simple & unique; si vous
„ voulez que cette terre, quoique si peu propre au mou-
„ vement, & si fort au-dessous des astres, soit cepen-
„ dant portée elle-même comme un astre dans la région
„ éthérée, vous êtes bien le maître.... Mais n'est-ce
„ pas confondre les choses d'ici-bas avec les choses cé-
„ lestes, & renverser de fond en comble tout l'ordre de
„ la nature? Ne vous y trompez pas cependant, en cro-
„ yant que Copernic ait suffisamment répondu aux ab-
„ surdités physiques qui résultent de son hypothèse: je
„ vous démontrerai quelque jour que tout ce que vous
„ dites pour le défendre, ne suffit pas pour mettre la
„ chose hors de doute; vous êtes encore moins receva-
„ ble dans l'interprétation que vous donnez des passages
„ de l'Ecriture qui sont contraires à votre systême, &c."
(*Epist. astron. pag.* 147). Tycho s'efforce alors de prouver à son ami que l'Ecriture-Sainte est incompatible avec le systême de Copernic.

399. Longomontanus, astronome célèbre qui vécut pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg, dont Tycho fait mention d'une manière honorable, & qui contribua à l'édition de ses Oeuvres, ne put se résoudre à admettre tout-à-fait le sentiment de Tycho; il admit le mouvement de rotation, (*Astronomia Danica pag.* 161. 220.), pour éviter de donner à toute la machine céleste cette vîtesse incroyable du mouvement diurne, qui par sa force centrifuge disperseroit bientôt les étoiles & les planètes, à moins qu'on ne supposât les cieux solides (385), comme le P. Riccioli est obligé de le faire (*Almag. novum II.* 288), ou des intelligences conductrices. Il en est de même d'Origan dans l'Epître dédicatoire de ses Ephémérides, & d'Argoli dans son *Pandosium*, c. 3. Il y a moins de difficulté à proposer contre ce systême, que contre celui de Tycho-Brahé; mais on a vu que le mouvement annuel est aussi évident que le mouvement diurne (392).

Objections contre le systême de Copernic.

400. Tous les motifs tirés de la simplicité de l'élégance du systême de Copernic, & du parfait accord qu'on trouve dans toute l'astronomie en l'adoptant, équivalent à une démonstration pour tout physicien qui n'est pas prévenu d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement, & dès-lors il ne restera presque rien à desirer pour nos preuves; elles ne formeront peut-être pas une démonstration mathématique, mais bien un corps de preuves physiques équivalentes à une démonstration, sur-tout quand on y ajoutera les preuves directes que l'on a du mouvement de la terre (384. 390. 409.)

Je réponds sur-tout avec plaisir aux objections de Tycho-Brahé contre le systême de Copernic, parce que son témoignage est d'un si grand poids, sa réputation en astronomie mérite tant de respect, qu'il nous importe pour le systême de Copernic de montrer que si Tycho avoit eu moins de préjugés, & s'il eût été instruit de ce qu'on a observé depuis sa mort, il ne seroit demeuré presque aucune des objections qu'il faisoit contre ce systême.

401. Il demande à Rothmann (*Epist. astron. pag.* 167), comment il se peut faire qu'un boulet jetté du haut d'une tour, tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour; si la terre a un mouvement diurne, la tour doit avancer vers l'orient, & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il soit arrivé au bas de la tour: mais on sçait aujourd'hui, par les premiers principes de la mécanique & par l'expérience des vaisseaux, que le boulet ne doit point quitter la tour (387).

402. On ne peut imaginer, dira-t-on, que la terre se renverse tous les jours, & que dans douze heures nous aurons la tête en-bas; mais il est démontré par l'expérience des voyageurs que nous avons des antipodes, qui ont les pieds tournés vers les nôtres (147); ainsi nous serons placés dans douze heures comme ils le sont actuellement; l'un n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre.

403. La terre, disoit Tycho (398) est une masse lourde, inerte, vile & grossière, peu propre au mouvement,

qui ne semble faite que pour être le fondement inébranlable de toute stabilité ; vous voulez en faire un astre & la promener dans les airs, c'est une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de solide dans ce raisonnement de Tycho ? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une manière populaire pour les idées qu'il a reçues dans son enfance ? Pourquoi la terre qui est beaucoup plus petite que le soleil, suivant les observations & les démonstrations même de Tycho, seroit-elle moins propre au mouvement que le soleil ? Pourquoi seroit-elle plus vile & plus grossière que les planètes, qui sont opaques & obscures comme la terre, quand le soleil ne les éclaire pas, qui sont la plupart au moins aussi grosses que la terre, de l'aveu même de Tycho, & qui sont rondes comme la terre.

404. Tycho étoit choqué de la distance énorme à laquelle doivent se trouver les étoiles dans le systême de Copernic, pour que l'orbe annuel de la terre y paroisse comme insensible (768) : il n'est pas vraisemblable, dit-il, que l'espace compris depuis le soleil jusqu'à Saturne, soit 700 fois plus petit que la distance des étoiles fixes, sans qu'il y ait d'autres astres dans l'intervalle ; c'est cependant ce qu'il faut supposer : d'ailleurs les étoiles de la troisième grandeur, dont le diamètre apparent est d'une minute, seroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier, si elles ont seulement une parallaxe annuelle, d'une demi-minute : que sera-ce des étoiles de la première grandeur qui ont 2 ou 3 minutes de diamètre apparent ?

Ces objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce siècle-ci ; il auroit appris que les comètes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de Saturne, remplissent une partie de cet espace immense dont le vide lui paroissoit inconcevable ; il auroit su par la découverte des lunettes, que le diamètre apparent des étoiles de la première grandeur n'est pas d'une seconde (769), & qu'ainsi l'on n'est point obligé de les supposer d'une grandeur si prodigieuse. Mais quand il faudroit admettre un intervalle immense vide d'étoiles & de planètes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, sont incomparablement plus grosses que le soleil, je ne vois pas qu'il en résultât rien de positif contre le systême de Copernic ; les étoiles plus rapprochées & plus petites dans le systême de Tycho, sont une chose

trop indifférente pour former une preuve en sa faveur, puisque nous n'avons d'ailleurs aucune idée de leur grandeur réelle, non plus que de leur distance.

405. Tycho demande encore comment on peut concevoir le mouvement du parallélisme de l'axe de la terre, & comment un seul & même corps peut avoir ainsi deux mouvemens différens, l'un qui transporte le centre du globe, & l'autre qui change la position de son axe. Mais le parallélisme de l'axe de la terre n'est point un mouvement particulier, comme le suppose Tycho, qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troisième mouvement de la terre;* c'est une situation de l'axe, qui ne change point, parce qu'il n'y a aucune cause qui la fasse changer; il suffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé (417), quoique la terre ait un mouvement annuel suivant une certaine direction: il n'y a aucune raison physique ni mathématique, d'où l'on puisse conclure que l'axe du mouvement diurne se dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel: il n'y a entre ces deux mouvemens aucune connexion ni dépendance; dans le temps que toutes les parties de la terre sont lancées du même côté par un mouvement de projection, elles acquierent toutes des vîtesses & des directions parallèles & égales; cela ne change donc rien à la situation qu'elles ont l'une par rapport à l'autre, & à celle qu'elles doivent continuer d'avoir. Ainsi l'on peut supposer que la terre, (qui d'abord auroit tourné autour d'un axe immobile), soit lancée dans une direction quelconque; toutes les parties recevant la même impression, il y a une compensation entiere des parties supérieures aux parties inférieures, & elles conservent toutes le mouvement de rotation qu'elles avoient auparavant, c'est-à-dire, que chaque particule se meut dans une direction parallèle à celle qu'elle suivoit d'abord quand la terre étoit fixe. Lorsqu'une toupie tourne sur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé, cette table peut être transportée, & même lancée de haut en bas, de droite à gauche, obliquement, circulairement, sans qu'il en résulte aucune différence dans le mouvement de la toupie; on peut lancer cette toupie suivant la direction qu'on voudra, sans qu'elle cesse pour cela de tourner sur le même axe. Un boulet qui sort

du canon, tourne presque toujours sur son axe, mais tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, suivant la nature des obstacles qu'il aura éprouvés avant de sortir du canon; cela n'est point incompatible avec l'explosion, & n'en dépend aucunement. Voyez les *nouveaux principes d'artillerie* de Robins, traduits par M. Dupuy en 1771.

406. Tycho croyoit trouver dans les comètes une objection très-forte contre le système de Copernic, en disant qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre. Il paroît même que dans le temps où Tycho songea en 1582 à former une hypothèse pour expliquer la proximité de Mars à la terre, la raison qui lui fit rejetter le système de Copernic, fut que les comètes ne paroissoient point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir si la terre avoit eu un mouvement annuel. Cette raison étoit grave assurément; si elle eût été vraie, elle eût été sans réplique, mais Tycho avoit observé peu de comètes; s'il eût vu celle de 1681, dont la route est si compliquée & si bizarre en apparence, que M. Cassini en fit deux comètes différentes, mais devient une courbe exacte & régulière quand on tient compte du mouvement de la terre; s'il eût vu ces comètes dont la route tortueuse est représentée avec la derniere précision par une seule courbe décrite autour du soleil, & combinée avec le mouvement de la terre, comme on le verra dans le dixieme livre, il eût changé probablement de langage, & ce qui fut pour lui une raison de rejetter le système de Copernic, en eût été au contraire la plus forte démonstration.

407. Tycho étoit obligé, pour faire tourner les planètes autour du soleil, d'imaginer une espèce de force centrale, ou de tendance vers cet astre: „ Quelle est, je „ vous prie, écrit-il à Rothmann, (*Epist. astron. pag.* 148.) „ la matiere ténace, par laquelle certains corps, comme „ le fer & l'aiman, s'unissent & se cherchent mutuelle- „ ment, malgré les corps interposés? Si cette force a „ lieu naturellement dans les corps terrestres inanimés, „ pourquoi ne l'imagineroit-on pas dans les corps cé- „ lestes, que les Platoniciens & les Philosophes les plus „ sages ont regardés comme étant, pour ainsi dire, ani- „ més ou doués d'une vertu divine: lisez attentivement „ Pline à la fin du seizième chapitre de son second livre „ sur la cause des stations & des rétrogradations des trois

„ planètes supérieures ; ce qu'il en dit, quoiqu'obscur & „ même absurde, mérite quelque attention, & fait voir „ que parmi les plus anciens mathématiciens, & ceux „ même qui ont placé la terre immobile au centre du „ monde, il y en a eu qui n'ont point employé les épi„ cycles, mais ont cru que ces apparences, par une cer„ taine cause occulte, pouvoient se rapporter au soleil, „ & s'expliquer par leur dépendance du soleil, sans qu'il „ y eût entre le soleil & les planètes aucune matiere ca„ pable de les unir ensemble ".

Tycho concevoit donc une certaine force de connexion entre les planètes & le soleil, comme on l'admet généralement aujourd'hui (999); or cette force s'étend jusqu'à Saturne, c'est-à-dire, bien au-delà de la terre. Comment donc imaginer que la force du soleil capable de retenir des planètes plus grosses que la terre & à de plus grandes distances, ne pût cependant rien sur celle-ci, & qu'au contraire le soleil armé de ce vaste cortège, & étendant sa force jusqu'aux extrémités de ce systême immense, fut cependant forcé de tourner sans cesse autour d'une terre plus petite & moins éloignée que les planètes sur lesquelles il étend son action : il est clair que c'est dans le systême de Tycho-Brahé une véritable absurdité.

408. En matiere de physique on ne sauroit donner une démonstration rigoureuse & précise, comme dans la géométrie pure : si un homme placé fortuitement, & pour la premiere fois, dans un vaisseau & sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention, que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sauroit être emporté à la fois du même sens, que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences, & suffit pour expliquer tous les mouvemens qu'il apperçoit ; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vu de bâtiment avancer sur l'eau, s'il a ouï dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raison, mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre ; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à

des distances prodigieuses les unes des autres; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés & indépendans les uns des autres, capable de les entraîner à la fois, & de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre, que l'on n'appercevroit pas si l'on étoit placé vers une étoile: le physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre, qui n'a que 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvemens apparens: tout cela ne sauroit convaincre ceux qui n'ont pas assez de physique pour éloigner les préjugés; ce n'est pas une démonstration proprement dite, on n'en sauroit avoir en physique; mais le physicien ne les exige pas, & il lui suffit d'avoir une foule de raisons à proposer, tandis qu'on ne sauroit lui faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre.

409. Cependant on doit regarder comme des démonstrations directes & positives du mouvement de la terre, le phénomène de l'aberration des étoiles (liv. VII), la figure aplatie de la terre (liv. VIII), l'accourcissement du pendule vers l'équateur (807), & tous les phénomènes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes, (Voyez le XIIe livre); parce que cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre; c'est le premier fondement de toute astronomie & de toute physique céleste. Ainsi l'on peut dire qu'un traité d'astronomie est lui-même l'assemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre; l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage se trouveroit rompu, & leur cohérence désunie, si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

410. Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages *in-fol.* dans le second volume de son *Almageste*, à disserter sur le systême de Copernic; il emploie sur-tout les témoignages sacrés qui y sont présentés dans toute leur force; il n'y a rien de remarquable parmi ces argumens qui ne soit renfermé dans ce que l'on a vu aux articles précédens. Il insiste beaucoup aussi sur les témoignages de l'Ecriture, qu'on nous a si sérieusement opposés: Josué, c. 10, v. 13; Ps. 92, v. 1; Ps. 103, v. 5; Ecclésiaste, c. 1, v. 5; Isaïe, c. 34, v. 8; Juges, c. 5, v. 20; 3e livre d'Esdras, c. 4, v. 38; mais quand on

les lit sans préjugé, on y voit un langage ordinaire, qui ne pouvoit être différent sans devenir inintelligible; & l'on n'y voit rien qui paroisse tenir au dogme ni à la physique. Du reste plusieurs auteurs ecclésiastiques ont accumulé des raisonnemens de toute espèce, pour faire sentir que les différens passages de l'Ecriture où il est parlé du mouvement du soleil, peuvent s'entendre de celui de la terre sans leur faire violence. Il y auroit un zèle bien étrange à prétendre exclure des Livres saints toutes les expressions qui sont reçues dans la société. Au reste, la Cour de Rome n'a plus de scrupule à cet égard. On a même ôté de la derniere édition de l'*Index* l'article qui concernoit tous les livres où l'on soutient le mouvement de la terre, & lorsque j'étois à Rome je vis qu'il y avoit lieu d'espérer que bientôt on rendroit plus expressément aux physiciens toute liberté à cet égard.

411. La conclusion naturelle de tout ce qui précède, est que le systême de Copernic est le seul qu'on puisse admettre; il est prouvé autant qu'une chose physique peut l'être. Ainsi la terre tourne véritablement sur son axe & autour du soleil, de même que les autres planètes, & il n'y a aucune objection physique ni morale à faire contre ces deux mouvemens; cela sera encore mieux démontré après que nous aurons expliqué tous les phénomènes de l'astronomie par le moyen de ce double mouvement.

Explication des phénomènes dans le systême de Copernic.

412. Le mouvement diurne de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le systême de Copernic; on a vu (384) que c'étoit la principale raison qui l'avoit fait admettre; il suffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre, d'occident en orient, pour que tous les astres paroissent tourner au contraire d'orient en occident. Soit *BDAE* (*fig.* 44.) le globe de la terre; *BA* l'axe de la terre dirigé vers le point *P* du ciel, *DE* le parallèle circulaire que décrit un point *D* de la terre par son mouvement diurne; *F* est le point de la sphère céleste qui répond verticalement au point *D* de la terre, *G* le point qui répond verticalement au point *E*; la ligne *CDF*, qui est la ligne du zénit ou la

verticale du point *D*, tourne avec ce point autour du centre *C* & de l'axe *CP*; elle décrit par ce mouvement la surface d'un cône, dont le sommet est au centre *C* de la terre, & dont la base s'étend de *F* en *G*; le cercle céleste *FG* parallèle à l'équateur, est la base du cône que décrit la ligne du zénit *CDF*; il n'est pas dans le même plan que le parallèle terrestre *DE*, mais il lui correspond essentiellement, puisque tous les points de ce parallèle céleste *FG* sont éloignés du pole céleste *P* du même nombre de degrés que le point *D* est éloigné du pole *A* de la terre: la ligne du zénit *CDF* rencontrera dans les 24ʰ tous les points du ciel qui sont à la même distance du pole *P*, c'est-à-dire, tous les points qui sont sur le parallèle céleste *FHG*, & ils paroîtront tous à son zénit. C'est ainsi qu'à Paris nous voyons successivement passer au zénit les constellations de Cassiopée, d'Andromède, de Persée, du Cocher, de la grande Ourse & du Dragon, parce que notre verticale ou la ligne de notre zénit va les rencontrer tour à tour, & se placer sur ces différentes constellations, qui sont toutes à 41ᵈ du pole du monde *P*, ou du point vers lequel est dirigé l'axe *CA* de notre mouvement diurne.

413. LE MOUVEMENT ANNUEL s'explique avec la même facilité dans le systême de Copernic; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du soleil dans l'écliptique (309 *& suiv.*) a lieu en conséquence du mouvement de la terre: quand la terre est dans le Bélier, le soleil paroît dans la Balance, qui est le signe opposé; la terre avance de 30ᵈ, & se place dans le Taureau, le soleil paroît avancer d'autant; nous le voyons dans le Scorpion, & le lieu apparent du soleil est toujours opposé de 180ᵈ, ou de six signes au lieu apparent de la terre. Ainsi dans la figure 47 soit *S* le soleil; *TR* l'orbite de la terre, ♈♋♎♑ le cercle céleste appellé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze signes à une distance infinie de nous; le soleil *S* paroît répondre en ♎ quand la terre est en *T*, parce que le rayon visuel mené de la terre au soleil s'étend vers le signe ♎, & nous disons qu'alors le soleil est dans la Balance; mais si la terre *T* étoit vue du soleil *S* suivant le rayon *ST*♈, elle paroîtroit en ♈, c'est-à-dire, dans le Bélier. Le lieu de la terre dans l'écliptique est

donc

donc toujours diamétralement opposé à celui du soleil; la terre ne sauroit changer de situation que le soleil ne paroisse changer d'autant, & il doit paroître toujours dans le signe opposé à celui de la terre. Ainsi la terre décrivant une orbite annuelle *TR*, qui la fait répondre successivement à tous les points ♈ ♋, &c. elle verra le soleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conséquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du soleil, tel que nous l'observons, & tel qu'il a été expliqué dans le premier livre, art. 59. *& suiv.*

414. Le changement des Saisons s'explique très-bien dans le systême de Copernic au moyen de l'inclinaison & du parallélisme constant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, & c'est de tous les phénomènes celui qui prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomène des saisons se réduit à ceci: les pays de la terre situés sous le tropique du Cancer, ou à 23° ½ de latitude septentrionale, comme sont à peu-près l'ancienne ville de Syène, celles de Canton & de Chandernagor, voient le soleil passer par leur zénit à midi dans le temps du solstice d'été, ainsi que tous les pays qui sont à même latitude ou à même distance de l'équateur. Au contraire, ceux qui sont à 23° ½ de latitude méridionale par-delà l'équateur, & sous le tropique du Capricorne, comme Rio Janéiro, dans le Brésil, ont le soleil au zénit le 21 Décembre, quand le soleil est dans le solstice d'hiver. Pour que cet effet ait lieu avec le mouvement de la terre, il nous suffit de la placer de maniere que le rayon solaire dirigé vers le centre de la terre passe dans le premier cas sur un des tropiques terrestres, qui est celui de Chandernagor; & dans le second cas, sur le tropique opposé, qui est celui de Rio-Janéiro.

Soit *S* le soleil, (*fig.* 46.), *C* & *D* deux points diamétralement opposés de l'orbe annuel de la terre; le point *C* où elle se trouve le 21 Juin, & le point *D* où elle se trouve le 21 de Décembre; *EF* le diamètre de l'équateur terrestre, *GH* le diamètre du tropique de Chandernagor, *IK* le diamètre du tropique de Rio-Janéiro; si l'axe *PA* de la terre est incliné de maniere que l'équateur *EF* fasse un angle de 23° ½ avec le rayon solaire *SC*, c'est-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon solaire est toujours dans l'écliptique), l'angle *HCF*, ou l'arc

du ciel. Mais Copernic auroit bien pu se dispenser de nommer cela un troisième mouvement; la méchanique nous fait voir plutôt que le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisième mouvement, il en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallele à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 405.

418. Plusieurs personnes ont représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil, & le mouvement diurne, sur son axe constamment parallèle à lui-même; on trouve une machine de cette espece décrite par *Nicolas Muller*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic, pag. 29, dans Ferguson, (*Astronomy explained*, 1764. *pl. VI.*), & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes espèces (*a*); mais il suffit pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie; & qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les serrant l'une & l'autre; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallèle à lui-même; dans ce cas on emploie un mouvement particulier pour maintenir le parallélisme, mais dans le ciel c'est un effet naturel, & qui n'exige rien de particulier.

419. Avant que d'expliquer les autres changemens que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante: *Si l'œil de l'Observateur, transporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir successivement un même astre sur des rayons parallèles entre eux, l'astre paroîtra n'avoir eu aucun mouvement.* Je suppose que l'observateur placé en *O*, (*fig.* 45.), voit un astre par le rayon *OS*, & qu'étant arrivé en *P* il le voit par un autre rayon *PM* parallèle au précédent, je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de *O* en *P*, l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'est-à-dire, qu'il le voit dans la même situation, dans la même région du ciel, & qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet, comme

---

(*a*) On en trouve à Paris chez Passemant, au Louvre; chez Vaugondi, quai de l'Horloge; & chez Fortin, rue de la Harpe.



H, tous les pays situés du côté du pole arctique *P*, ou dans l'hémisphère boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon solaire étant devenu perpendiculaire en *R* sur le tropique austral ou tropique du Capricorne, les pays situés sur *LM*, & tous ceux qui sont au nord du côté du pole arctique *T*, ont leur hiver, parce qu'ils reçoivent obliquement le rayon solaire, & que le soleil est éloigné de leur zénit ou du point *L*, de 47° qui est la quantité de l'arc *RL*; ce sont les pays méridionaux situés sur le parallèle *RV*, & du côté du pole austral & antarctique *B*, qui ont leur été; comme les pays septentrionaux l'avoient au mois de Juin, quand la terre étoit en *C*.

416. Ainsi le parallélisme de l'axe de la terre, ou des lignes *PA*, *TB*, une fois supposé, l'on explique très-exactement & très-simplement les changemens de l'hiver à l'été: à l'égard du printemps & de l'automne, on doit bien sentir qu'ils auront lieu dans le passage de l'hiver à l'été & de l'été à l'hiver; le rayon solaire qui rencontroit la terre à 23° au nord de l'équateur, ne peut pas la rencontrer ensuite 23° à ½ au midi de l'équateur, qu'il n'ait rencontré successivement les points qui sont entre deux; on le verra facilement en faisant tourner autour d'une table un globe, ou seulement un jonc dont l'axe soit incliné, par exemple, toujours vers le midi; un flambeau mis au milieu de la table éclairera perpendiculairement l'une des extrémités, ensuite le milieu, puis l'autre extrémité, suivant que le corps se trouvera à l'une des extrémités de la table ou à l'autre extrémité, ou au milieu; ainsi l'axe étant toujours supposé parallele à lui-même, quand la terre sera dans les signes du Bélier & de la Balance, au mois de Mars & de Septembre, le rayon solaire répondra perpendiculairement sur un point de l'équateur, puisque dans les mois de Juin & de Décembre il répondoit au nord & au midi de l'équateur.

417. Copernic, qui le premier imagina cette explication des saisons par le mouvement de la terre, (*De Revolutionibus*, *lib. I. cap.* 11.) appelle ce parallélisme de l'axe un troisième mouvement, ou mouvement de déclinaison contraire au mouvement annuel: il arrive, dit-il, que par ces deux mouvemens égaux & qui se contrarient mutuellement, l'axe de la terre & son équateur sont toujours dirigés de la même manière & vers le même côté

du ciel. Mais Copernic auroit bien pu se dispenser de nommer cela un troisième mouvement; la méchanique nous fait voir plutôt que le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisième mouvement, il en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallele à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 405.

418. Plusieurs personnes ont représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil, & le mouvement diurne, sur son axe constamment parallèle à lui-même; on trouve une machine de cette espece décrite par *Nicolas Muller*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic, pag. 29, dans Ferguson, (*Astronomy explained*, 1764. *pl. VI.*), & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes espèces (*a*); mais il suffit pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie; & qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les serrant l'une & l'autre; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallèle à lui-même; dans ce cas on emploie un mouvement particulier pour maintenir le parallélisme, mais dans le ciel c'est un effet naturel, & qui n'exige rien de particulier.

419. Avant que d'expliquer les autres changemens que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante: *Si l'œil de l'Observateur, transporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir successivement un même astre sur des rayons parallèles entre eux, l'astre paroîtra n'avoir eu aucun mouvement.* Je suppose que l'observateur placé en *O*, (*fig.* 45.), voit un astre par le rayon *OS*, & qu'étant arrivé en *P* il le voit par un autre rayon *PM* parallèle au précédent, je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de *O* en *P*, l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'est-à-dire, qu'il le voit dans la même situation, dans la même région du ciel, & qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet, comme

---

(*a*) [illegible] trouve à Paris chez Passemant, au Louvre; chez Vaugou[illegible] l'Horloge; & chez Fortin, rue de la Harpe.

nous ne pouvons juger de la situation d'un astre qu'en le comparant à quelque point du ciel, à quelque objet, à quelque astre, à quelque plan, ou à quelque ligne; soit *OPR* là ligne, ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaison; l'angle *SOR* & l'angle *MPR* sont parfaitement égaux, puisque *OS* est parallele à *PM* par la supposition: donc, la distance apparente de *S* & de *M*, par rapport au terme de comparaison *OPR*, sera dans les deux cas de 90°. Cette distance étant la même, nous n'aurons aucun indice, aucune apparence de mouvement dans l'objet *S*; nous ne pourrons donc faire autrement que de le juger immobile.

Pour peu qu'on y réfléchisse, on sentira qu'il est évident, comme nous l'avons supposé, qu'on ne peut appercevoir le mouvement d'un objet que par comparaison à un autre: si j'étois seul dans l'univers avec un astre *S*, & que nous fussions transportés ensemble d'un mouvement commun au travers des espaces imaginaires, il seroit impossible que je pusse reconnoître ou appercevoir ce changement; car quel indice en aurois-je?

420. On demandera maintenant quel est l'objet de comparaison dont il faut se servir; on demandera s'il y a un terme fixe, tel que la ligne *OR*, auquel un astronome puisse comparer les astres, pour juger s'ils ont quelque mouvement apparent: nous répondrons qu'il y a plusieurs de ces termes fixes; tels sont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique, lorsqu'il s'agit des étoiles fixes: comme ces plans sont fixes, ou que du moins on connoît très-bien leurs variations, on y rapporte les variations apparentes des étoiles fixes, pour avoir la quantité & la mesure de ces variations.

421. Le point équinoxial, ou la ligne menée au premier point du Bélier, est encore un terme fixe de comparaison représenté par la ligne *OR*, & l'on s'en sert aussi pour les planètes: toutes les fois que le rayon *SO*, qui marque le lieu de l'écliptique où est l'étoile, fera un angle droit avec la ligne *OR*, qui va vers l'équinoxe, nous jugerons nécessairement que l'astre a 90° de longitude; cette longitude ne changera point tant que l'angle *MPR* sera égal à l'angle *SOR*; nous jugerons l'astre *stationaire*, pendant tout le temps que l'angle *P* continuera de paroître égal à l'angle *O*, c'est-à-dire,

que la planète continuera d'avoir 90° de longitude, rapportée à l'écliptique.

Mouvemens des Planètes vus de la Terre.

422. APRÈS avoir prouvé que les planètes principales, aussi-bien que la terre, tournent autour du soleil, il est nécessaire d'expliquer les phénomenes, ou les apparences qui résultent de ce mouvement; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaison des orbites planétaires par rapport à l'écliptique, ainsi nous commencerons par expliquer les effets de cette inclinaison.

Lorsqu'on observe les planètes dans leurs révolutions périodiques, au travers des étoiles fixes, on apperçoit qu'elles ne répondent pas tout-à-fait aux mêmes points du ciel, lorsqu'elles passent à la même longitude & vers les mêmes étoiles; une planète qui aura passé au nord, ou au-dessus d'une étoile, pourra dans la révolution suivante passer au-dessous de la même étoile, & être plus ou moins éloignée de l'écliptique, c'est-à-dire, avoir plus ou moins de latitude. D'ailleurs les planètes sont tantôt au nord de l'écliptique, & tantôt au midi, & cela va jusqu'à 9° ou environ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne sont pas dans le plan de l'écliptique, mais qu'elles lui sont inclinées. En effet, si les planètes tournoient toutes dans le même plan que la terre, nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace, & rencontrer les mêmes étoiles, sans avoir aucune latitude, ou distance à l'écliptique; au contraire nous observons sans cesse les planètes au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, qu'elles traversent seulement deux fois à chaque révolution; ainsi il est démontré par l'observation que les orbites des planètes sont inclinées à l'écliptique. Il est également démontré que les orbites planétaires sont des plans qui passent par le centre du soleil, puisqu'on voit qu'elles s'écartent toujours également au nord & au midi.

423. Les orbites des planètes étant toutes dans des plans différens & différemment inclinés, il a été nécessaire de rapporter ces divers mouvemens à un même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme: on a choisi, pour cet effet, le plan de l'écliptique,

ainsi que nous l'avons expliqué (98), & cela pour deux raisons: la premiere, c'est que le soleil étant le plus remarquable de tous les astres, celui que l'on observe le plus facilement en tout temps, il est plus naturel de le choisir pour terme de comparaison, & de rapporter à son orbite celles des autres planètes; la seconde raison de cette préférence est que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, & font avec elle de très-petits angles, ensorte que les réductions sont moindres & plus commodes que si l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme seroit celui de l'équateur, auquel on avoit coutume autrefois de rapporter tous les mouvemens célestes.

424. Un plan en général est une surface sur laquelle on peut tracer en tout sens une ligne droite: c'est la définition la plus exacte qu'on en puisse donner; car une surface n'est plus un plan, si une ligne droite ne s'y confond & ne s'y réunit pas dans tous ses points & en tout sens: de cette définition l'on peut aisément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles se trouvent dans le XIe livre des Élémens d'Euclide, mais il me suffira de rappeller ici celles dont nous ferons le plus d'usage dans cet article.

Un plan incliné sur un autre, le coupe suivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune section*; ainsi le plan *DABC*, planche VII. fig. 48, & le plan *FABE*, passant tous deux par la ligne *AB* qui leur est commune, on nommera cette ligne *AB*, la *commune section* de ces deux plans.

425. Si lorsque deux plans se coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune section en un même point, ces deux lignes feront entr'elles un angle égal à l'inclinaison des deux plans; en effet, nous n'avons aucune maniere plus naturelle de mesurer l'angle d'inclinaison des deux plans, que de prendre l'inclinaison des lignes dont ces plans sont formés; mais il faut choisir des lignes perpendiculaires à la section, sans quoi il n'y auroit rien de déterminé, les lignes obliques pouvant faire des angles de plus en plus petits à volonté.

Soit un plan *ABCD*, incliné sur un autre plan *ABEF*, ensorte que *AB* soit leur commune section, & que les

lignes *EB*, *CB* ſoient perpendiculaires ſur la ſection *AB*, elles feront entr'elles un angle *CBE*, que l'on prend pour meſure de l'angle d'inclinaiſon de ces deux plans ; ſi l'on prenoit deux autres lignes *BG* & *BH* faiſant avec la ſection *AB* des angles aigus, l'angle *GBH* compris entre ces deux lignes, ſeroit toujours plus petit que l'angle *CBE* ; il le ſeroit d'autant plus que les points *G* & *H* approcheroient davantage de la ſection *BA*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la meſure de l'inclinaiſon des deux plans. D'ailleurs la meſure des angles doit être uniforme & croître également pour un mouvement égal des plans : or les lignes perpendiculaires à la commune ſection ſont les ſeules qui parcourent des eſpaces égaux, & correſpondans à un mouvement égal d'un point quelconque du plan, ainſi nous ſuppoſons comme une choſe néceſſaire & évidente, que *l'angle de deux plans eſt égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune ſection.*

426. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planète vue du ſoleil, en la conſidérant comme un grand cercle de la ſphère, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (94). Soit *ALN* l'écliptique, (*fig.* 49), *APMN* l'orbite d'une planète, *P* le lieu de cette planète, *PL* un arc du cercle de latitude qui paſſe par le centre de la planète, & tombe perpendiculairement ſur l'écliptique *ALN* ; le point *L* ſera le lieu de la planète réduit à l'écliptique, ſur lequel ſe marque la longitude de la planète. Les points *A* & *N* où l'orbite de la planète traverſe l'écliptique, ſont les NOEUDS de la planète. Le nœud *A* où ſe trouve la planète quand elle paſſe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle NOEUD ASCENDANT, parce qu'alors la planète monte vers le pole qui pour nous eſt le plus élevé ; le nœud *N* où paſſe la planète pour retourner au midi de l'écliptique, eſt le NOEUD DESCENDANT, on le marque ainſi ☋, dans les livres d'aſtronomie, & le nœud aſcendant eſt figuré par le caractère ☊. La maniere de trouver par l'obſervation le lieu du nœud ſera expliquée ci-après (516).

427. L'arc *PL* du cercle de latitude, compris entre le lieu *P* de la planète & l'écliptique, s'appelle *la latitude de la planète* ; ſi les arcs *AP*, *AL* & *PL* ont leur centre au centre du ſoleil, la latitude *PL* eſt celle qu'on obſerveroit ſi l'on étoit au centre du ſoleil, nommée *latitude*

héliocentrique (a); mais si l'on rapporte la planète à des cercles dont le centre soit supposé au centre de la terre, alors l'arc *PL* s'appelle *latitude géocentrique*. La latitude héliocentrique *PL* est nommée aussi *inclinaison* par quelques auteurs, tels que M. de la Hire & M. Halley, mais j'appellerai toujours INCLINAISON l'angle *A* que fait l'orbite *AP* avec l'écliptique *AL*, & *latitude héliocentrique* la distance à l'écliptique, vue du soleil.

428. L'arc *AP* de l'orbite d'une planète, compté depuis le nœud ascendant vers l'orient, s'appelle *argument de latitude*, parce que de cette quantité *AP* dépend la latitude *PL*. Pour avoir l'argument de latitude, on retranche le lieu du nœud du lieu de la planète, la différence est l'argument de latitude.

Je dis que c'est le lieu du nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planète, & non pas celui-ci du premier; & je dois faire à cette occasion une remarque à laquelle il faudra recourir dans beaucoup d'autres circonstances: l'argument de la latitude est la quantité dont la planète est plus avancée en longitude que son nœud ascendant; c'est le chemin qu'elle a fait depuis son passage par le nœud, ou l'excès de sa longitude actuelle sur la longitude qu'elle avoit en passant par son nœud; si donc on ôte de sa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive souvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher, est plus grande que celle de la planète dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci douze signes pour pouvoir faire la soustraction, en anticipant sur le cercle décrit précédemment par la planète.

429. La latitude des planètes est boréale dans les six premiers signes de l'argument de latitude; en effet, lorsque la planète parcourt le demi-cercle *APMN* qui est au nord de l'écliptique, en partant du nœud ascendant *A* (426), sa latitude est évidemment boréale, & son argument de latitude moindre que 180°. Après avoir parcouru 6 signes ou 180°, la planète passe par son nœud descendant *N*, elle se trouve au midi de l'écliptique, sa latitude est australe, & son argument de latitude surpasse six signes.

(a) ἥλιος, *sol*; γῆ, *terra*; κέντρον, *centrum*.

430. Pour calculer la latitude d'une planète, quand on a son argument de latitude & l'angle d'inclinaison, formé par l'orbite de la planète sur l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle *APL* dont on connoît l'hypothénuse *AP* & l'angle *A*, on cherche le côté *PL* opposé à l'angle connu; c'est la latitude de la planète.

431. LA RÉDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE est la différence entre l'argument de latitude, & la distance de la planète au nœud, comptée sur l'écliptique, c'est-à-dire, la différence entre *AP* & *AL*. Ainsi pour calculer la réduction à l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle *APL* par les regles de la trigonométrie sphérique, & de chercher *l'arc* AL *de l'écliptique.* Cet arc sera plus petit que l'argument de la latitude *AP* de la quantité de la réduction à l'écliptique.

432. Cette réduction se retranche de l'argument de la latitude *AP*, pour avoir *AL* sur l'écliptique, quand la distance *AP* est moindre que 90°; mais dans le second quart de l'argument, l'hypothénuse *Ap* devient plus petite que l'arc *Al* de l'écliptique, & il faut alors ajouter la réduction; en effet, puisque *APMN* & *ALON* sont chacun un demi-cercle, & que dans le petit triangle *Npl*, *Np* qui est l'hypothénuse surpasse *Nl*, il faut que le supplément *Ap* de l'hypothénuse soit plus petit que le supplément *Al* du côté *Nl*; donc, il faut ajouter la différence, qui est la réduction, avec l'argument de la latitude *Ap* dans le second quart de cet argument, depuis 3 jusqu'à 6 signes; dans le troisième quart de l'argument de latitude, c'est-à-dire, au-delà du point *N*, la réduction sera soustractive comme dans le premier & dans le quatrième quart, c'est-à-dire, lorsque l'argument surpassera 9 signes, la réduction se retrouvera additive comme elle l'étoit depuis 3 jusqu'à six signes. La réduction à l'écliptique est nulle dans les *limites*, c'est-à-dire, à 90° du nœud, comme en *M*, car l'arc *AM*, aussi-bien que l'arc *AO*, sont exactement de 90°; cela ne paroît pas dans la figure, parce que le demi-cercle *AON* y est représenté par une ligne droite, tandis que le demi-cercle *AMN* y est représenté par une ligne courbe, mais l'imagination ou le globe y suppléent facilement.

433. Les longitudes qui sont dans les tables astronomiques, sont comptées sur l'orbite de chaque planète de la maniere suivante: supposons que le point *C* de l'éclip-

tique soit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, & qu'on ait pris un arc *AB* de l'orbite égal à l'arc *AC* de l'écliptique, le point *B* est celui d'où les époques sont comptées, ensorte que quand la planète est en *P*, sa longitude est l'arc *BAP*, ou la somme des arcs *CA* & *AP*, & sa longitude réduite à l'écliptique est l'arc *CAL*.

434. Lorsque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planète dans son orbite ou retranchée suivant les cas, on a la longitude réduite à l'écliptique, & c'est celle que les astronomes emploient ordinairement dans leurs calculs.

435. Quand on considere l'orbite d'une planète comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainsi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire & on ne suppose pas que la planète parcoure réellement une circonférence de cercle; nous ferons voir au contraire que c'est une ellipse souvent très-alongée (468); mais tous les points d'une orbite planétaire, vus d'un point quelconque placé dans l'intérieur de cette orbite, & dans le même plan, se rapportent dans la sphere céleste & dans la région des fixes, à des points qui étant tous dans le plan d'un grand cercle (422), y forment la trace d'une circonférence, à quelle distance que ces points puissent être du point où est l'observateur; les distances réelles ne s'apprécient point à l'œil, mais les angles sous lesquels paroissent les mouvemens des planètes, nous les font toujours envisager, & nous les font paroître comme s'ils se faisoient dans des cercles.

436. Après avoir considéré l'orbite d'une planète comme un grand cercle qui seroit vu de son propre centre, examinons-la sous un autre point de vue, c'est-à-dire, par rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des changemens que la théorie précédente éprouve à cause du mouvement de la terre.

Soit *S* le soleil (*fig.* 50.), *TRN* l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil; *AMDP* une orbite planétaire dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section *ADN*; il faut concevoir que la partie *AOD* est relevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie *DMA* est plongée au-dessous du papier; la planète au point *A* de son orbite est

dans le plan même de l'écliptique, elle eſt ſur la ligne *ADN* commune aux deux plans, & qui s'étend en *N* dans l'écliptique, auſſi-bien que dans l'orbite de la planète; mais en quittant le point *A* la planète s'éleve au-deſſus de la figure que nous ſuppoſons repréſenter le plan de l'écliptique, elle s'éleve de plus en plus juſqu'à ce qu'elle arrive au point *O* où ſon orbite eſt la plus éloignée de l'écliptique.

437. Ce point le plus éloigné eſt ce qu'on appelle la *limite* boréale; après l'avoir paſſé, la planète deſcend en *D* où elle traverſe de nouveau le plan de l'écliptique; & plongeant alors au-deſſous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure *DMA*, qu'il faut imaginer abaiſſée de quelques degrés au-deſſous de notre plan. Le point *A* par lequel une planète paſſe pour s'élever du côté du pole ſeptentrional au nord de l'écliptique, eſt le *Nœud aſcendant* (426); le point *D* par lequel elle paſſe pour aller dans la partie méridionale *DMA*, eſt le *Nœud deſcendant*; la diſtance de la planète *P* à ſon nœud aſcendant, c'eſt-à-dire, l'arc *AP* de ſon orbite, ou plutôt l'angle au ſoleil *ASP*, s'appelle *argument de latitude.*

438. La partie *AOD* de l'orbite étant conçue relevée au-deſſus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire *PL* tirée du point *P*, où ſe trouvera la planète, juſques ſur le plan de la figure, qui eſt le plan de l'écliptique; *PL* ſera la hauteur perpendiculaire de la planète au-deſſus du plan de l'écliptique, l'angle *PSL* ſous lequel paroît, vue du ſoleil, cette diſtance perpendiculaire de la planète à l'écliptique, eſt la *latitude héliocentrique* (427); l'angle *PTL* ſous lequel paroît cette même ligne vue de la terre *T*, eſt la *latitude géocentrique*; la ligne *SP* eſt la vraie diſtance de la planète au ſoleil, ou ſon rayon vecteur; la ligne *SL* eſt ſa DISTANCE ACCOURCIE, (*diſtantia curtata*), ou la diſtance réduite à l'écliptique; de même *PT* eſt la vraie diſtance de la planète à la terre, *LT* eſt la diſtance accourcie de la planète à la terre. La ligne *PL* étant perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique, elle eſt néceſſairement perpendiculaire ſur toutes les lignes de ce plan, & par conſéquent ſur *TL*; ainſi l'angle *PLT* eſt un angle droit; il ſuffit de ſe bien repréſenter la ligne *PL* tombant à-plomb ſur la figure, & l'on verra que les triangles *PLS*, *PLT*, ſont tous deux rectangles au point

L qui est celui où aboutit la perpendiculaire *PL* abaissée sur le plan de l'écliptique.

439. De même que l'arc *AP*, ou l'angle *ASP*, argument de latitude, est la distance de la planète à son nœud comptée sur l'orbite, ainsi l'angle *ASL* est la distance de la planète au nœud réduite au plan de l'écliptique; cette distance prise par rapport au nœud le plus proche, est plus petite que la distance mesurée sur l'orbite (431), ou plus petite que l'angle *ASP*, parce que la ligne *PL* qui tombe perpendiculairement sur le plan de l'écliptique, a son extrémité *L* plus près de la ligne des nœuds *ASN*, que son sommet *P*, ce qui rend l'angle *ASL* plus petit que l'angle *ASP*; la différence de ces deux distances au nœud, l'une sur l'écliptique & l'autre sur l'orbite, s'appelle la *réduction à l'écliptique* (431).

440. Nous avons démontré que les planètes tournent autour du soleil (411); nous verrons dans le livre suivant la maniere de trouver les dimensions de leurs orbites par des observations rapportées au soleil; mais comme c'est sur la terre que nous observons, il s'agit d'examiner dès-à-présent ce qui résulte de cette transposition, & ce que nous devons faire pour rapporter au soleil des observations faites sur la terre.

Puisque nous sommes fort éloignés du soleil, nous ne pouvons appercevoir ni rapporter les planètes à l'endroit auquel nous les rapporterions si nous étions dans le soleil, & la longitude que nous observons dans une planète, n'est presque jamais celle que nous observerions si nous étions dans le soleil: la longitude vue de la terre, s'appelle *longitude géocentrique*, celle qu'on observeroit si l'on étoit placé au centre du soleil, s'appelle longitude héliocentrique. Nous avons expliqué ces deux mots (427).

441. LA PARALLAXE ANNUELLE ou la parallaxe du grand orbe, *prostaphæresis orbis*, est la différence de ces deux longitudes, & c'est le premier phénomène que produit notre éloignement du soleil & du centre des mouvemens planétaires. Soit *S* le soleil, (*fig.* 50 & 51), *L* le lieu d'une planète dans l'écliptique, & *T* la terre dans son orbite *TNR*; l'angle *TLS* formé par la distance accourcie *SL* de la planète au soleil, & par la ligne *TL* menée de la terre au lieu *L* de la planète réduit à l'é-

cliptique, s'appelle la *parallaxe annuelle*; cet angle *TLS* eſt la différence entre la longitude héliocentrique & la longitude géocentrique; car ſi l'on tire la ligne *SF* parallele à *TL*, elle marquera dans le ciel la même longitude que la ligne *TL* (419), c'eſt-à-dire, la longitude géocentrique de la planète *L*: or, l'angle *LSF* qui eſt égal à ſon alterne *SLT*, eſt la différence entre la longitude marquée par *SF* & la longitude héliocentrique marquée par *SL*; donc l'angle *SLT*, ou la parallaxe annuelle, eſt la différence entre la longitude géocentrique & la longitude héliocentrique; c'eſt auſſi l'angle formé dans le plan de l'écliptique par les diſtances accourcies d'une planète au ſoleil & à la terre, c'eſt-à-dire *SL* & *TL*.

442. Lorſqu'on connoît l'orbite d'une planète par le moyen des obſervations rapportées au ſoleil, & des méthodes qui ſeront expliquées dans le livre ſuivant, on eſt en état de trouver pour un temps quelconque la longitude héliocentrique d'une planète, & ſon rayon vecteur ou ſa diſtance au centre du ſoleil; ſi dans le même temps on connoît auſſi la longitude héliocentrique de la terre, qui eſt toujours à 6 ſignes de celle du ſoleil, avec la diſtance du ſoleil à la terre, on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour calculer la longitude de la planète vue de la terre. Soit *ST* la diſtance du ſoleil à la terre, *SL* la diſtance accourcie de la planète au ſoleil, l'angle *TSL* égal à la différence des longitudes de la planète *P* & de la terre *T*, vues du ſoleil, qu'on appelle *commutation*; la réſolution du triangle *TSL* dont on connoît 2 côtés, & l'angle compris fera connoître l'angle à la terre, ou l'angle *STL* qu'on appelle *angle d'élongation*; cette élongation étant ôtée de la longitude du ſoleil, ſi la planète eſt à l'occident ou à la droite du ſoleil, donnera la *longitude géocentrique* de la planète, & le point de l'écliptique céleſte où répond la ligne *TL*, menée de la terre au lieu *L* de la planète réduit à l'écliptique.

On peut trouver à peu-près avec une figure & un compas le lieu d'une planète vu de la terre, en formant le triangle *STL*, pourvu qu'on connoiſſe les longitudes de chaque planète vues du ſoleil pour une ſeule époque,

comme elles sont dans la table ci jointe pour le commencement de 1772, avec la durée de la révolution qui ramene la planète au même point de son orbite (85). On place la terre *T* & la planète *P* suivant leurs longitudes héliocentriques, en divisant les cercles *AP*, *ST* en signes & degrés, & prenant le point *A* pour le point équinoxial ; on tire la ligne *TP* & la ligne *SF* parallèle à *TP*, le degré sur lequel tombe la ligne *SF* est la longitude *géocentrique* de la planète *P*.

	S.	D.	M.	S.
☉	9	10	40	24
☾	7	13	48	48
☿	0	19	32	5
♀	10	21	20	37
♂	9	3	25	29
♃	10	12	7	1
♄	4	19	46	30

443. La latitude géocentrique ou l'angle *LTP* se trouvera par la proportion suivante : *Le sinus de la commutation est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique.*

Démonstration. Dans le triangle *PLS* rectangle en *L* (438), on a cette proportion *SL* : *LP* : : *R* : tang. *PSL* ; dans le triangle *PLT* aussi rectangle en *L*, on a une semblable proportion *TL* : *LP* : : *R* : tang. *LTP* ; la premiere proportion donne cette équation *LP*. *R* = *SL*. tang. *PSL*, & la seconde, *LP*. *R* = *TL* tang. *LTP* ; donc *SL* tang. *PSL* = *TL* tang. *LTP*, d'où l'on tire cette autre proportion, *TL* : *SL* : : tang. *PSL* : tang *LTP* ; mais dans tout triangle rectiligne *TLS* les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire, que *TL* : *SL* : : sin. *LST* : sin. *LTS* ; donc sin. *LST* : sin. *LTS* : tang. *PSL* : tang *LTP*, latitude géocentrique de la planète.

444. La distance à la terre, telle que *PT*, est souvent nécessaire dans nos calculs : pour la trouver on commence par chercher la distance accourcie, ou la distance de la planète au soleil réduite à l'écliptique *SL* ; il suffit pour cela de multiplier le rayon vecteur *SP*, ou la vraie distance de la planète au soleil dans son orbite, par le cosinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle *PSL* ; en effet, la ligne *PL* étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique (438), le triangle *SLP* est rectangle en *L* ; ainsi l'on a par la trigonométrie ordinaire *R* : *SP* : : sin. *SPL*, ou cos. *PSL* : *SL* ; ainsi comme le rayon est toujours pris pour unité, on a *SL* = *SP*. cos. *PSL*.

Dans le triangle *LST* on connoît tous les angles avec le côté *SL* diſtance accourcie du ſoleil à la planète; on fera donc cette proportion, ſin. *STL*: *SL*:: ſin. *LST*: *TL*, c'eſt-à-dire, *le ſinus de l'élongation eſt au ſinus de la commutation, comme la diſtance accourcie de la planète au ſoleil eſt à la diſtance de la planète à la terre.*

445. Enfin, cette diſtance accourcie *TL*, étant diviſée par le coſinus de la latitude géocentrique *LTP*, donnera la diſtance vraie *TP* de la planète à la terre; par la même raiſon que la diſtance vraie étant multipliée par le coſinus de la latitude héliocentrique, donnoit la diſtance accourcie de la planète au ſoleil.

446. C'eſt la plus grande latitude géocentrique (443) des planètes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du Zodiaque*; Vénus eſt de toutes les planètes celle qui peut avoir la plus grande latitude, à cauſe de ſa proximité à la terre, lorſque ſa conjonction inférieure arrive dans ſes limites, & qu'en même temps la terre eſt périhélie. Sa latitude en 1700 alloit à 8° 40′, ſuivant les éphémérides de ce temps-là, & elle peut aller juſqu'à 9° ¼; ainſi la largeur du Zodiaque eſt au moins de 17° ⅓ dans ce ſiecle-ci; elle ſera encore un peu plus grande lorſque les *limites* ou les plus grandes latitudes de Vénus, ſon aphélie & le périhélie de la terre concourront à rendre la diſtance de Vénus à la terre encore plus petite, & ſa latitude géocentrique plus grande.

447. Les inégalités que le mouvement de la terre dans ſon orbite fait paroître dans le mouvement des planètes, c'eſt-à-dire, les parallaxes annuelles ont ſervi à trouver leurs diſtances. Auſſi-tôt que Copernic eut reconnu avec quelle ſimplicité ſon hypothèſe expliquoit les rétrogradations des planètes, il vit bien que plus la rétrogradation ſeroit conſidérable, plus elle ſuppoſeroit de proximité dans la planète, & que cette rétrogradation feroit connoître la quantité de la diſtance; les rétrogradations dépendent de la parallaxe annuelle du grand orbe; c'eſt donc celle-ci qu'il eſt utile d'obſerver lorſqu'elle eſt la plus grande; voici la maniere dont Copernic s'y prenoit.

448. Copernic obſerva le 25 Février 1514, à 5 heures du matin, la longitude de Saturne 209°; ſuppo-

ſant

sant *S* le centre du soleil (*fig.* 51.); *T* la terre, *P* Saturne, il trouvoit par le calcul des moyens mouvemens observés dans les oppositions, & des équations de Saturne & de la terre déja déterminées, que si la terre eût été en *K*, Saturne auroit dû nous paroître à 203° 16′, c'étoit sa longitude vue du soleil; la différence de 5° 44′ étoit l'angle *KPT*, que Copernic appelloit *commutation*, que Ptolomée avoit appellé *prostaphæresis orbis*, & que nous nommons aujourd'hui *parallaxe annuelle* (441); l'angle *TSK* ou *TSP*, différence entre le lieu de Saturne *P* vu du soleil, & le lieu de la terre *T* calculé pour le même temps, étoit de 67° 35′, (c'est ce qu'on appelle aujourd'hui commutation) l'angle *T* étoit donc de 106° 41′; connoissant tous les angles de ce triangle on a le rapport entre les côtés *SL* & *SF*, c'est-à-dire entre la distance de la terre au soleil & celle de Saturne au Soleil; ce rapport se trouvoit être celui de 1 à $9\frac{6}{10}$ environ, c'est-à-dire, que Saturne étoit $9\frac{1}{2}$ plus éloigné du soleil *S* que la terre *T*. (*Coper. de revolutionibus*, *l. V. c.* 9).

449. Il en est de même de toute autre planète; lorsqu'on a observé plusieurs fois son opposition au soleil, ou sa longitude dans le temps où elle est la même vue de la terre ou vue du soleil, comme lorsque le soleil *S*, la terre *K*, & la planète *P* sont sur une même ligne, on est en état de calculer exactement cette longitude vue du soleil, pour le temps où la terre est à 90° de-là, c'est-à-dire vers *T*, & où l'angle de commutation *PST*=90°; si l'on observe alors la longitude de la planète vue de la terre, on la trouvera différente de plusieurs degrés, & cette quantité sera l'angle *SPT*, parallaxe annuelle de la planète *P*. C'est le point *L* ou le lieu réduit à l'écliptique dont on doit faire usage pour plus d'exactitude.

450. Lorsqu'on connoît l'angle *SLT* & l'angle *LST*, qui est la différence entre la longitude de la terre connue pour le même instant, & celle de la planète calculée précédemment, on suppose *ST* égale à l'unité, & résolvant

le triangle *STL*, on trouve *SL* qui eſt la diſtance de la planète au ſoleil, ou le rayon de ſon orbe en parties de cette unité ou de la diſtance du ſoleil à la terre; c'eſt ainſi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 15, 52, 95, qui expriment les diſtances des ſix planètes au ſoleil, ou du moins leurs rapports; elles ſont avec plus d'exactitude dans la table ci-deſſus. Les valeurs abſolues de ces nombres en lieues, ne peuvent ſe connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le livre IV. à l'occaſion de la parallaxe du ſoleil; mais on les trouvera dans une table qui eſt à la fin de cet ouvrage.

Planètes.	*Diſtance moyenne des planètes au ſoleil.*
Mercure.	38710
Venus.	72333
La Terre.	100000
Mars.	152369
Jupiter.	520098
Saturne.	953937

451. La méthode que nous venons d'expliquer, employée autrefois par Copernic, ſervit enſuite à Képler pour trouver les diſtances des planètes par le moyen de leurs révolutions & de leurs parallaxes annuelles, & lui fit reconnoître cette belle loi dont nous parlerons bientôt, que les carrés des temps ſont comme les cubes des diſtances (469). Il nous ſuffit d'avoir fait obſerver ici que le ſyſtême de Copernic, une fois démontré, donne un moyen de connoître les diſtances des planètes au ſoleil, ou du moins leurs rapports avec celle de la terre.

452. L'on prouve de même que les étoiles nouvelles de 1572 & de 1604, étoient placées beaucoup au-delà du ſyſtême ſolaire (287); en effet, dans l'eſpace de trois mois que la terre met à aller de *K* en *T*, la parallaxe annuelle *SPT*, qui pour Saturne alloit à 5° ¾ (448), & qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées de nous que Saturne.

Des Révolutions planétaires.

453. Ayant démontré en quoi conſiſte la ſeconde inégalité des planètes, & la maniere d'en éviter l'effet, il eſt temps de parler des révolutions moyennes des planètes, ſoit par rapport à un point fixe, ſoit par rapport à

la terre. La durée de ces révolutions des planètes qu'il faut connoître pour parvenir aux parallaxes annuelles, ne peut se déterminer exactement que par le moyen des conjonctions & des oppositions des planètes au soleil. En effet, puisque c'est autour du centre du soleil que les planètes tournent, c'est autour de lui que leurs révolutions doivent être comptées, & c'est au soleil qu'il faut les rapporter; mais les conjonctions & les oppositions sont les seuls points où le lieu d'une planète vu de la terre, soit sur la même ligne que le lieu vu du soleil, & où l'on puisse avoir directement le lieu vu du soleil; ce sont donc là les circonstances qu'il faut employer à ces recherches.

454. Les conjonctions & les oppositions des planètes qui nous servent à déterminer les durées de leurs révolutions moyennes, doivent être prises à de très-grandes distances les unes des autres, pour que l'effet des équations ou des inégalités périodiques disparoisse & qu'il soit absorbé par le grand nombre de révolutions sur lesquelles il se trouvera réparti, comme nous l'avons fait pour le soleil (315). Les comparaisons des anciennes observations rapportées dans l'*Almageste* de Ptolomée, ont été faites dans le plus grand détail par M. Cassini dans ses *Élémens d'Astronomie*, imprimés à Paris en 1740; il a rapporté les anciennes observations, il les a réduites, calculées & discutées, & il en a conclu les révolutions tropiques, c'est-à-dire les retours à l'équinoxe pour chaque planète.

On trouvera dans une table à la fin de cet ouvrage le résultat des comparaisons semblables, que j'ai faites pour mes nouvelles tables: j'y ajouterai les révolutions sydérales (321) & les révolutions synodiques ou les retours au soleil, qui ramenent pour nous les conjonctions & les oppositions moyennes des planètes au soleil (557).

Des Equations séculaires.

455. Les inégalités périodiques dont nous avons déja parlé (308), & dont on verra bientôt le calcul (497) dans des orbites elliptiques, se rétablissent à chaque révolution; elles n'empêchent point que ces révolutions ne soient égales quand on considere le retour de la pla-

nète au même point de son orbite; cependant en comparant les observations faites en divers siecles, on a observé un rallentissement dans le mouvement moyen de Saturne, & une accélération dans ceux de Jupiter & de la Lune.

Képler écrivoit en 1625 qu'ayant examiné les observations de Regiomontanus & de Waltherus, faites vers 1460 & 1500, il avoit trouvé constamment les lieux de Jupiter & de Saturne plus ou moins avancés qu'ils ne devroient l'être selon les moyens mouvemens déterminés par les anciennes observations de Ptolomée & celles de Tycho faites vers 1600. Après avoir discuté cette matiere, & prenant un milieu entre plusieurs observations, faites dans différens siecles, j'ai trouvé qu'il falloit supposer l'équation de Saturne de 5° 13′ 20″ pour l'espace de 2000 ans, ou 47″ pour le premier siecle. Celle de Jupiter de 3° 23′ 20″, ou de 30″ pour un siecle; on suppose qu'elle va en croissant comme le carré des temps, ainsi que l'accélération des graves (986).

456. Le mouvement moyen de Saturne en différens siecles a d'autres inégalités qui ne peuvent s'expliquer même par les équations séculaires; sa révolution moyenne est différente d'elle-même, suivant les circonstances où on l'observe; sans que l'attraction de Jupiter qu'on avoit cru devoir influer seule sur ses mouvemens, puisse produire une pareille différence: cette inégalité singuliere que j'ai découverte en 1766, est expliquée fort au long dans les Mémoires de l'Académie pour la même année.

Mon résultat est qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a dans Saturne une inégalité dont la cause doit être différente; qui dans les mêmes configurations avec Jupiter, produit un effet plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Jupiter par rapport à Saturne, & qui est sensible, sur-tout depuis le commencement de ce siecle. J'ignore quelle en est la cause; peut-être est-ce l'action de quelque comete qui en aura passé très-près; mais le fait dont on ne sauroit douter, c'est que les dernieres révolutions de Saturne different entre elles de plus d'une semaine, même en mettant à part toutes les inégalités connues, sans qu'une si grande différence puisse être produite, ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous



connoissons. Aussi mes tables de Saturne, qui depuis 1740 jusqu'en 1770, ne s'écartoient jamais de l'observation que d'une ou deux minutes, s'en écartent déja en 1773 de six minutes, ce qui annonce un retardement sensible depuis trois ans. Il faudra bien du temps avant qu'on parvienne à démêler tous ces dérangemens: Saturne dans l'espace de 30 ans ne faisant qu'une seule révolution, ce n'est qu'après plusieurs siecles qu'on en aura un nombre suffisant pour reconnoître leurs variétés & leurs dérangemens.

Retours des Planètes aux mêmes situations.

457. La position apparente d'une planète vue de la terre, dépend non-seulement du lieu où elle se trouve réellement, mais encore de l'endroit d'où elle est vue, c'est-à-dire, du lieu de la terre; car en vertu de la parallaxe annuelle (441) une planète située en un seul & même lieu, peut paroître plus orientale, si la terre est plus occidentale; elle peut même paroître dans un lieu totalement opposé. Ainsi pour qu'une planète revienne pour nous à la même longitude où elle s'est trouvée une fois, il faut que la planète & la terre soient chacune au même point de son orbite, c'est-à-dire, à la même longitude; alors le lieu de la planète, sa latitude vue de la terre, aussi-bien que le passage au méridien, le lever & le coucher se trouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planètes de semblables périodes, le travail de ceux qui calculent les éphémérides & le livre de la *connoissance des temps*, seroit fort diminué à cet égard; mais ces périodes sont ou fort longues ou fort imparfaites; en voici cependant un essai, qui peut être utile à ceux qui calculent des éphémérides.

458. Mercure doit se retrouver presque à la même place par rapport à la terre après 13 ans & 3 jours; ce sera seulement 13 ans & 2 jours s'il se trouve 4 bissextiles dans les 13 années; parce que dans cet intervalle il fait 54 révolutions avec 2° 55′ de plus, & la terre 13 révolutions avec 2° 59′ de plus.

459. Vénus, après un espace de 8 ans, se trouve à 1° 32′ seulement du lieu où elle étoit, & la terre se

trouve 4' plus loin, ensorte que la situation apparente de Vénus approche beaucoup d'être la même deux jours auparavant.

460. Mars en 15 ans moins 18 jours se trouve avoir une situation apparente à peu-près semblable; ce seroit 15 ans moins 19 jours, s'il y avoit 4 bissextiles dans les 15 années. Il y a une période encore plus exacte pour Mars, mais elle est de 79 ans & 4j, ou un jour de moins s'il y a 20 bissextiles.

461. Pour Jupiter, c'est 83 ans, en supposant qu'il n'y ait que 20 bissextiles dans cet intervalle; s'il y en avoit 21, ce seroit 83 ans moins un jour. La période de 12 années & 5 jours approche encore beaucoup de cette exactitude.

462. Saturne, en 59 ans & 2 jours, change de 1° 45', & la terre de 1° 41'; par ce moyen Saturne & la terre se trouvent pour ainsi dire à la même anomalie, à la même distance du soleil & à la même distance entr'eux: ce seroit 59 ans & 3 jours s'il se trouvoit dans l'intervalle une année séculaire comme 1700, dont on supprime la bissextile suivant la règle du Calendrier Grégorien.

Le 29 Septembre 1702, Saturne étoit en opposition à 8h ½ du soir avec 0s 6° de longitude; le 31 Septembre 1761 au matin il s'est retrouvé en opposition ayant 1° 55' de longitude, de plus qu'en 1702, & seulement 2' de plus en latitude. Il en est de même du 15 Juillet 1696 au 18 Juillet 1755. On remarquera seulement dans cette derniere comparaison que l'intervalle est 59 ans 3 jours, parce que l'année 1700 a été plus courte qu'à l'ordinaire, à cause du retranchement d'une bissextile dans les années séculaires.

Stations & rétrogradations des Planètes.

463. Les planètes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du soleil en moins de temps que la terre; dès-lors elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions supérieures, & rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit *TB* l'orbite de la terre (*fig.* 50.), & *AMDO* l'orbite de Vénus ou de Mercure; lorsque la terre est en *B*, & que Vénus se trouve en *M* dans la conjonction supérieure, c'est-à-dire, au-delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement,

d'occident en orient, c'est-à-dire, vers la gauche, de *M* vers *D*; mais si la terre étant en *B*, Vénus se trouve en *O* dans sa conjonction inférieure, elle nous paroîtra aller à droite, parce qu'elle va de *O* en *P* plus vîte que la terre ne va de *B* en *T*; ainsi Vénus sera rétrograde, en apparence, dans sa conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en *M*, elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de *M* en *D* dans le premier cas, & dans le second elle semble aller vers la droite en avançant de *O* en *P*, donc alors elle paroît avancer contre l'ordre des signes; mais cela vient uniquement de ce que nous comparons & rapportons les planètes à des points de la sphère étoilée qui sont plus éloignés de nous.

464. Entre le mouvement direct & le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant qui forme le passage, c'est-à-dire un temps où la planète paroît *stationaire*; elle cesse alors d'être directe, elle est prête à être rétrograde, mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction & de rétrogradation, & c'est ce point qu'il faut déterminer, si l'on veut connoître l'étendue de la rétrogradation.

Si la terre étoit fixe en *B*, Vénus nous paroîtroit stationaire lorsqu'elle seroit sur la tangente *BC*, menée de la terre à l'orbite de la planète; car il y a dans ce point *C* un petit arc de l'orbite qui se réunit & se confond avec la tangente *BC*, & tandis que la planète parcourt ce petit arc de son orbite, elle reste pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, & répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en *B*.

465. La terre ayant un mouvement de *B* vers *T*, cela suffit pour que la planète paroisse en avoir un en sens contraire & vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente *BC*; mais quelque temps après il arrivera que le mouvement *GH* (*fig.* 52.) de la planète, & le mouvement *IK* de la terre pendant le même temps, seront tels que les rayons visuels *IG*, *KH*, seront parallèles entr'eux; alors la planète nous paroîtra pendant tout ce temps-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra stationaire; car on a vu (419) que toutes les lignes droites paralleles tirées de notre œil dans le

ciel, font pour nous comme une feule & même ligne dirigée à une même longitude, ou à un même lieu du ciel.

466. Pour déterminer la quantité de la direction & de la rétrogradation des planètes, il s'agit principalement de connoître le point & le moment où elles font ftationaires; ce problême eft difficile, quand on veut confidérer les inégalités de la planète & de la terre; mais on fe contente de prendre les éphémérides où les longitudes des planètes font calculées pour tous les jours, & l'on voit les points où la longitude s'eft trouvée la même deux jours de fuite; l'intervalle de ces deux points, ou le temps qui les fépare, divife la révolution en deux parties, qui font la durée de la direction & celle de la rétrogradation; elles varient beaucoup fuivant la diftance de chaque planète: la plus grande durée de la rétrogradation eft à peu-près de 22 jours pour Mercure, de 43 pour Vénus, de 80 pour Mars, de 122 pour Jupiter & de 141 pour Saturne, dans l'intervalle d'une conjonction à l'autre, ou d'une révolution fynodique (454). On peut voir des folutions de ce problême des rétrogradations dans les Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, & dans mon *Aftronomie.*

LIVRE III.

Théorie du mouvement des Planètes autour du Soleil.

467. LORSQUE Képler eut bien compris la certitude du fyftême de Copernic, il ne fongea plus qu'à s'en fervir pour connoître les diftances des planètes au foleil, & les loix de leur mouvement autour du foleil; il y réuffit au-delà de fes efpérances, puifqu'il découvrit en effet les trois chofes les plus importantes qu'il y ait dans la phyfique céleste, & que nous appellons encore les LOIX DE KÉPLER.

1°. Que les orbites des planètes font des ellipfes dont le foyer eft au centre du foleil.

2°. Qu'elles décrivent ces ellipses avec des vîtesses telles que les aires sont toujours proportionnelles aux temps.

3°. Que les carrés des temps de leurs révolutions sont comme les cubes de leurs distances au soleil.

468. Pour trouver la figure des orbites planétaires, Képler s'attacha spécialement à l'orbite de Mars, parce qu'elle est plus voisine de la terre, & que son excentricité est considérable, & il chercha le moyen de trouver les distances de Mars au soleil en divers points de son orbite, en prenant toujours la distance de la terre au soleil pour base & pour échelle commune: il se servit pour cela de la parallaxe annuelle de Mars, ou de l'angle *SPT* (*fig.* 51.) déduit des observations, comme nous l'avons expliqué ci-dessus pour Saturne, d'après Copernic (448); il détermina de la même maniere la distance de Mars au soleil dans son aphélie & dans son périhélie, l'une de 16678 parties, l'autre de 13850, en supposant toujours la distance moyenne de la terre au soleil de 10000; ainsi la distance moyenne de Mars étoit de 15264 & l'excentricité de 1414. Il choisit ensuite trois autres distances vers les côtés de l'orbite, entre l'aphélie & le périhélie, telles que *SM*, *SD* (*fig.* 55.): il les détermina par les observations de Tycho en suivant la même méthode. Ces distances de Mars au soleil se trouverent toutes plus petites qu'elles n'eussent été dans une orbite circulaire, de la même excentricité, & du même rayon, comme le cercle circonscrit *ANP*; il s'ensuivoit naturellement que l'orbite de Mars étoit plus étroite qu'un cercle, qu'elle rentroit sur les côtés, & qu'elle étoit en forme d'ovale; c'est la conclusion qu'il en tire à la page 213 de son grand & bel ouvrage intitulé *Astronomia nova..... tradita commentariis de stella Martis*, 1609.

469. Les distances des planètes ainsi déterminées conduisirent Képler à chercher quel rapport il y avoit entre les distances & les durées des révolutions. Pourquoi, disoit-il, Jupiter, qui est cinq fois plus éloigné du soleil que la terre, & qui n'a que cinq fois plus de chemin à faire, emploie-t-il 12 fois plus de temps à le parcourir, c'est-à-dire 12 ans. Les rapports des temps sont plus grands que ceux des orbites; mais n'y auroit-il pas quelques puissances ou quelques racines de ces nombres qui pussent être d'accord.

ciel, sont pour nous comme un [illegible] vant à l'esprit pour
rigée à une même longitude, ou [illegible] distances des différens
466. Pour déterminer la [illegible] des révolutions des
la rétrogradation des planètes [illegible] compara donc au hazard
connoître le point & [illegible] essaya même les carrés
res; ce problême est [illegible] distances; mais trop de
les inégalités de la pla[illegible] dans quelque faute de
tente de prendre [illegible] premiere fois; il crut trou-
planètes sont ca[illegible] avoit pas lieu, & rejetta cette
les points où [illegible] & inutile. Ce ne fut que le
jours de suite [illegible] revint à cette idée, en recommen-
temps qui [illegible] les mêmes comparaisons; il cal-
ties, qui [illegible] reconnut qu'il y avoit réellement un
trogradation [illegible] entre les carrés des temps pé-
de chaqu[illegible] planètes quelconques, & les cubes
tion [illegible] moyennes au soleil: il fut si enchan-
pour [illegible] découverte, qu'à peine il se fioit à ses cal-
de [illegible] se faire illusion & avoir supposé ce qu'il
à l'[illegible] n'osoit qu'à peine se persuader qu'il
[illegible] trouvé une vérité cherchée pendant 17 ans.
[illegible] V. pag. 189). Qu'auroit-il dit, s'il
[illegible] les conséquences admirables qu'on a su
[illegible] cette loi? puisque c'est cette règle qui a fait
[illegible] de l'attraction (1012).
[illegible] distance de la terre au soleil est à celle de
[illegible] comme 10 est à 52; leurs cubes sont
[illegible] comme 1 est à 140; or, les durées de
[illegible] sont de 365¼ & de 4332½ jours, dont
[illegible] les derniers chiffres, sont enco-
[illegible] donc, le rapport est de mê-
[illegible] le carré du temps périodique de
[illegible] plus grand que le carré du temps
[illegible] le cube de la distance mo-
[illegible] fois plus grand que
[illegible] de la terre, c'est en
[illegible] Si l'on prend plus
[illegible] (454) & les distan-
[illegible] pour le nombre exact
[illegible] de la révolution de Jupi-
[illegible] ceux de la
[illegible] quand on compare
[illegible] de Saturne avec
[illegible] l'on verra dans le XII[e]



...re, que de cette loi donnée par observation, il s'ensuivoit nécessairement que la force centrale, ou la gravité des planètes vers le soleil étoit en raison inverse du carré de la distance, c'est-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut sans doute son origine à celle de Képler.

471. Je me suis même servi de cette loi pour trouver les distances moyennes des planètes qui sont dans la table de l'article 450, & je les crois plus exactes que celles qu'on déduiroit des observations à la maniere de Képler, quoique celles-ci nous aient appris la règle, dont nous faisons usage en abandonnant même les observations.

472. Une autre loi générale du mouvement des planètes également importante dans l'astronomie, est que *les aires sont proportionnelles au temps*; c'est encore une des découvertes de Képler; cependant il ne démontroit cette vérité que d'une maniere incomplète; Newton a fait voir le premier qu'elle étoit une suite nécessaire des loix générales du mouvement.

Képler étoit persuadé que le mouvement circulaire des planètes étoit produit par une certaine force émanée du soleil, qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil, comme il y tournoit lui-même. Il considéroit que puisque les planètes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planètes les plus proches du soleil, il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance, & cela le conduisit à établir non seulement la force d'*inertie*, dont il a parlé le premier, mais encore la règle des aires proportionnelles aux temps.

473. Képler démontre d'abord dans sa nouvelle physique céleste, que le mouvement des planètes dans les apsides est proportionnel à leur distance au soleil, même dans l'hypothèse de Ptolomée (369), c'est-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie, & un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planète est plus long-temps dans l'arc aphélie, à proportion que la distance aphélie est plus grande; ou, ce qui revient au même, que les aires décrites dans le même temps sont égales.

474. Soit *E* (*fig.* 53) un point autour duquel le mouvement paroîtroit uniforme (309), & qui, suivant Ptolomée, étoit différent du centre de l'excentrique, *S* le

centre du ſoleil à même diſtance du centre *C* que le point *E*; ayant tiré deux lignes *MEO*, *NEP*, l'arc *MN* & l'arc *OP* ſont parcourus dans le même temps ſuivant cette hypothèſe, puiſque les angles en *E* ſont égaux; ſi du point *S* on tire les lignes *SO*, *SP*, & les lignes *SN*, *SM*, elles formeront des ſecteurs égaux *OSP*, *NSM*: en effet, ſuppoſant les arcs *MN* & *OP* extrêmement petits, on aura par les triangles ſemblables *NEM*, *OEP*, cette proportion $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN. EQ = OP. ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN. SR = OP. SQ$; donc le ſecteur *SNM* eſt égal au ſecteur *OSP*: donc dans l'hypothèſe même des anciens ſi l'on prend deux arcs *MN* & *OP*, décrits par une planète dans des temps égaux, on aura au point *S* des aires égales.

475. De ce que la planète emploie plus de temps dans ſon aphélie à parcourir un même arc, Képler conclut en général, que plus la planète eſt éloignée du centre du ſoleil, plus elle eſt foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du ſoleil, ainſi que cela s'eſt vérifié depuis la découverte de la loi d'attraction.

476. Lorſque Képler paſſe à la conſidération des orbes elliptiques, il tranſporte à l'ellipſe les propriétés qu'il n'avoit démontrées que pour le cercle excentrique, ſans y employer de nouvelle démonſtration; ainſi la loi des aires proportionnelles au temps n'étoit prouvée qu'imparfaitement, elle ne pouvoit paſſer juſqu'alors que comme une approximation commode, facile dans la pratique, & juſtifiée par l'accord du calcul avec l'obſervation.

Mais lorſqu'on conſidere les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces & de deux directions différentes, dont l'une eſt de ſa nature uniforme & conſtante, dès-lors les aires deviennent néceſſairement & rigoureuſement proportionnelles aux temps, comme nous le démontrerons bientôt (480).

477. On prouve très-bien aujourd'hui, par l'obſervation des diamètres du ſoleil, que les aires ſont proportionnelles aux temps vers les apſides, ou, ce qui revient au même, que le mouvement du ſoleil eſt d'autant plus lent qu'il eſt plus éloigné de la terre. Le diamètre du ſoleil eſt de 31′ 31″ en été, & de 32′ 36″ en hiver, ſuivant les obſervations que j'ai faites avec le plus grand



soin ; cela prouve que la distance du soleil en hiver est à sa distance en été, comme 31′ 31″ est à 32′ 36″ ; car les grandeurs apparentes d'un objet éloigné sont en raison inverse de ses distances : le mouvement horaire du soleil en hiver est de 2′ 33″ ; or 32′ 36″ : 31′ 31″ : : 2′ 33″ : 2′ 28″ ; ainsi le mouvement horaire du soleil devroit être de 2′ 28″ en été, si ce mouvement horaire étoit en lui-même constant & uniforme, & que ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil ; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de 2′ 23″ ; il est plus petit qu'il ne devroit être dans cette supposition : donc, outre les 5″ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvemens horaires du soleil en été & en hiver à cause de ses différentes distances, il y a encore une différence réelle de 5″, qui ne provient pas des distances, mais qui est un ralentissement véritable dans le mouvement apparent du soleil ; donc, le mouvement réel de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie. On voit même qu'il est en raison inverse des distances, puisque l'on trouve 2′ 23″, au lieu de 2′ 28″ qu'il y auroit, en supposant le mouvement uniforme, c'est-à-dire, 5″ pour l'excès du mouvement horaire en hiver sur le mouvement en été, indépendamment des 5″ qu'il doit y avoir, à raison de la distance du soleil qui est moindre en hiver ; or 2′ 23″ est à 2′ 28″, comme 31′ 31″ est à 32′ 36″, c'est-à-dire, comme le diamètre en été est au diamètre en hiver, ou comme la distance en hiver est à la distance en été ; donc le mouvement du soleil en été est au mouvement qu'il paroîtroit avoir s'il alloit toujours uniformément, en raison inverse de sa distance.

478. La loi des aires proportionnelles au temps ayant été démontrée par Képler pour le cas de l'aphélie & du périhélie, & vérifiée d'ailleurs par un accord général qui se trouve entre les observations & le calcul tiré de cette loi, nous pourrions la regarder comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent produire cette loi ; cependant nous allons démontrer en peu de mots, 1°. que les planètes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse ; 2°. que cette force une fois supposée, il s'ensuit que les aires sont proportionnelles au temps ; ce sera une connoissance élémentaire

qui préparera le lecteur à la physique céleste, dont nous traiterons dans le XIIe livre.

479. C'est la premiere loi du mouvement prouvée par l'expérience, & admise par tous les mathématiciens, même du temps d'Anaxagore, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'espace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite sur la même direction dans la minute suivante, si rien ne s'y opposoit; ainsi la planète *P* (*fig.* 54.), ayant été une seule fois uniformément de *P* en *Q*, sur la ligne droite *PQ*, elle continueroit à se mouvoir de *Q* en *F* sur la même direction *PQF*, en parcourant un espace *QF* égal à *PQ*, uniformément, & dans le même espace de temps. Cependant les planètes décrivent des ellipses, & non pas des lignes droites, elles courbent sans cesse leur route du côté du soleil, & reviennent après une révolution reprendre la même route à la même distance du soleil; il y a donc dans le soleil une force capable de détourner à chaque instant une planète de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'instant précédent. Nous examinerons la mesure & la quantité de cette force dans le XIIe livre, où nous traiterons de l'attraction; il nous suffit ici de faire voir que cette force centrale existe, puisque sans elle les planètes ne pourroient décrire que des lignes droites, & jamais ne reviendroient aux mêmes lieux, comme elles le font, en décrivant sans cesse une courbe qui environne le soleil.

La seconde loi du mouvement que je suppose encore connue & démontrée, parce qu'elle se trouve dans tous les livres de mécanique, ou de dynamique, est celle-ci: un corps poussé à la fois par deux forces différentes, dont les directions font un angle, & dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme, en décrira la diagonale dans la même minute. La planète arrivée en *Q* est poussée vers le soleil, suivant la direction *QS*, avec une force qui seule seroit capable de lui faire parcourir en une minute une ligne droite telle que *QG*, tandis qu'au même instant elle est sollicitée à parcourir en une minute une ligne *QE* égale à *PQ*, en vertu de la premiere loi du mouvement; si sur les lignes *QG* & *QF* on forme un parallélogramme *GQFR*, la planète parcourra la diagonale *QR* dans la même minute. Il ne

faut que ces seuls principes pour démontrer que la loi des aires proportionnelles au temps, doit avoir lieu dans toutes les planètes. Voici à peu-près la démonstration de Newton, (*Philosophiæ natur. principia mathemat. l. I. sec. II. prop.* 1.)

480. Je considere une planète en un point quelconque *Q* de son orbite, venant de parcourir l'instant d'auparavant une très-petite portion *PQ* de cette orbite, que l'on peut prendre pour une ligne droite; la planète parvenue de *P* en *Q*, & le rayon de son orbite ayant passé de *SP* en *SQ*, a décrit l'aire *SPQ* en une minute de temps; je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire *SQR* égale à *SPQ*, ou un triangle égal en surface à *SPQ*, ensorte que l'aire décrite par le rayon vecteur, sera égale en temps égal. En effet, si la planète livrée à elle-même, eût continué à se mouvoir de *Q* en *F*, elle auroit décrit une aire *QSF* égale à l'aire *PSQ*, parce que ces deux triangles sont égaux, ayant des bases égales *PQ* & *QF*, & la même hauteur: mais à cause de la force centrale qui attire la planète vers le soleil, ce sera l'aire *QSR*, (à la place de l'aire *QSF*), qui sera décrite par la planète; or, les triangles *QSR*, *QSF*, sont encore égaux, parce qu'ils ont la même base *QS*, & sont compris entre les mêmes parallèles *FR* & *QS*; donc l'aire *QSR* est aussi égale à l'aire *PSQ*: ainsi il est démontré que la petite aire décrite dans la premiere minute, est égale à la petite aire décrite dans la minute suivante; & procédant ainsi de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontrera avec la même facilité que la même planète décrira éternellement la même aire dans le même temps, à quelque distance du soleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne surviendra pas une force étrangere qui puisse troubler l'égalité entre *QF* & *PQ*, c'est-à-dire, entre la ligne qu'une planète vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute suivante.

481. Ainsi la loi des aires proportionnelles aux temps est prouvée non-seulement par l'observation, c'est-à-dire, par l'accord général des calculs fondés sur cette loi, avec les observations, mais encore par la nature même des deux forces qui animent les planètes: nous allons donc passer au calcul du mouvement des planètes dans les orbites elliptiques, pour être en état d'assigner en

tout temps le point de son orbite où une planète doit se trouver en vertu de la loi précédente.

Du Mouvement Elliptique.

482. Définitions. Le *rayon vecteur* d'une planète est la ligne tirée du centre du soleil au centre de la planète, ou la distance de la planète au foyer de son ellipse. Soit *AMDP* (*fig.* 55.), l'orbite elliptique d'une planète décrite autour du foyer *S*, où est placé le soleil (468), *M* le lieu actuel d'une planète pour un instant donné, la ligne *SM* sera le rayon vecteur.

La ligne des apsides, ou le grand axe de l'ellipse marque l'aphélie & le périhélie de la planète (310): l'Aphélie, ou l'apside supérieure, est le point de l'orbite où la planète est la plus éloignée du soleil; tel est le sommet *A* du grand axe *AP*, le plus éloigné du foyer *S*. Le Périhélie, ou l'apside inférieure, est le point de l'orbite où la planète est la plus proche du soleil; telle est l'extrémité inférieure *P* du grand axe *AP*, la plus voisine du foyer *S* où réside le soleil.

L'Anomalie en général est la distance d'une planète à son aphélie; mais il y a plusieurs manières de considérer cette distance.

L'Anomalie vraie est l'angle formé au foyer de l'ellipse par le rayon vecteur & par la ligne des apsides; tel est l'angle *ASM* formé par le grand axe *AS* & par le rayon vecteur *SM*.

L'Anomalie excentrique est l'angle formé au centre de l'ellipse, par le grand axe & par le rayon d'un cercle circonscrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui passe par le lieu vrai de la planète. Ainsi ayant décrit un cercle *ANP* sur le grand axe *AP* de l'orbite, comme diamètre, on tirera l'ordonnée *RMN* par le point *M*, où est supposée la planète; & à l'extrémité *N* de cette ordonnée on menera le rayon *CN*, c'est celui qui déterminera l'anomalie excentrique *AN* ou *ACN*.

L'Anomalie moyenne est la distance à l'aphélie supposée proportionnelle au temps; c'est celle qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie jusqu'au périhélie; ainsi une planète qui emploiroit six mois à aller de *A* en *P*, auroit à la fin du premier mois 30° d'anomalie moyenne, 60° à la fin du second, & ainsi de

de ſuite, en augmentant toujours proportionnellement au temps. Si l'on prend une ligne *CX* pour marquer l'anomalie moyenne, en ſuppoſant que cette ligne tourne uniformément autour du centre *C*, la ligne *CX* ſera d'abord plus avancée que la ligne *CN*, parce que *AN* croît plus lentement vers l'aphélie où le mouvement de la planète eſt moindre que le mouvement moyen, & cet avancement augmentera tant que la vîteſſe de la planète ſera moindre que ſa vîteſſe moyenne; enſuite le point *N* ſe rapprochera du point *X*, juſqu'à ce qu'au périhélie *P* ils ſe réuniſſent enſemble; là les trois anomalies ſe confondent, & ſont également de 180 degrés.

La différence entre l'anomalie vraie & l'anomalie moyenne forme l'équation de l'orbite ou l'équation du centre.

483. Puiſque l'anomalie moyenne eſt proportionnelle au temps, & qu'elle eſt une portion du temps de la révolution, elle peut être meſurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme: ainſi non-ſeulement l'arc *AX*, l'angle *ACX*, & le ſecteur ou l'aire circulaire *ACX* peuvent s'appeller *Anomalie moyenne*, mais encore le ſecteur elliptique, ou l'aire *ASM*, formée par le rayon vecteur *SM*, le grand axe *SA* & l'arc d'ellipſe *AM*: en effet, les aires décrites par le rayon vecteur *SM*, étant proportionnelles aux temps (472), le ſecteur *AMS* ſera la ſixieme partie de la ſurface elliptique *AMDPA* au bout du premier mois, (dans la ſuppoſition de l'article précédent) il en ſera par conſéquent le tiers au bout de deux mois, & toujours ainſi uniformément; enſorte que la ſurface, ou l'aire elliptique ſera la quantité proportionnelle au temps, une fraction égale à la fraction du temps, ou à l'anomalie moyenne: ainſi l'on pourra dire à la fin du premier mois, que l'anomalie moyenne eſt 30°, ou en général, qu'elle eſt un douzieme; car alors les 30° ſont la douzieme partie du cercle, le temps employé à le parcourir ſera la douzieme partie du temps de la révolution entiere; & enfin l'aire *AMS* ſera la douzieme partie de l'aire entiere de l'ellipſe; mais ordinairement c'eſt en degrés que nous exprimons l'anomalie moyenne.

484. Képler ayant trouvé que les planètes décrivoient des ellipſes avec des aires proportionnelles au temps, il ne lui reſtoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planète pour un temps donné. Lorſqu'on connoît la du-

rée de la révolution de la planète, par exemple, celle de Mercure, qui est de 86 jours, & qu'on demande le lieu de Mercure au bout de deux jours, c'est-à-dire, de la 43e partie de sa révolution, on sait dès-lors que l'aire du secteur *ASM* compris entre l'aphélie & le rayon vecteur *SM*, est la 43e partie de la surface de l'ellipse; cette portion du temps, ou cette portion de l'ellipse est proprement l'*anomalie moyenne*, que l'on peut aussi exprimer en degrés, en prenant la 43e partie des 360° ou du cercle entier: car on a vu que nous pouvons appeller indifféremment *anomalie moyenne*, une portion du temps, une portion de l'ellipse, une portion de la circonférence du cercle; c'est toujours une fraction qui est donnée, quand on cherche le lieu d'une planète, mais c'est en degrés que nous la prendrons ci-après, pour suivre la forme usitée dans les tables astronomiques, où toutes les anomalies & toutes les équations s'expriment en degrés, minutes & secondes.

485. Lorsqu'on connoît l'anomalie moyenne, ou la surface du secteur *ASM*, il s'agit de trouver l'anomalie vraie, ou l'angle *ASM* de ce secteur. Képler sentit bien la difficulté de ce problême: *étant donnée l'anomalie moyenne, trouver l'anomalie vraie*, même dans un cercle, car la difficulté est à-peu-près la même que dans l'ellipse; il se contenta d'inviter les géomètres à en chercher la solution, sans espérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parce qu'elle suppose, ainsi qu'on le verra bientôt, le rapport entre les arcs & leurs sinus, qui n'est donné que par approximation.

486. Pour simplifier la question, l'on renverse le problême & l'on suppose connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne; cette méthode est plus courte, souvent plus exacte, & tient toujours lieu dans la pratique, de la méthode directe. Cette méthode indirecte a été employée avec succès par M. l'Abbé de la Caille dans ses recherches sur le Soleil; elle est fondée sur les deux théorêmes suivans, que nous allons démontrer d'une maniere très-simple.

487. LEMME I. *Dans une ellipse* AMP, *à laquelle on a circonscrit un cercle* ANP; CX *étant la ligne de l'anomalie moyenne* (482), M *le vrai lieu de la planète*, RMN *l'ordonnée qui passe par le lieu de la planète; le secteur circulaire* ANSA *est toujours égal au secteur circulaire* ACX *de l'anomalie moyenne.*



Démonstration. Soit T le temps entier de la révolution de la planète, & t le temps qu'elle a employé à aller de A en M, on aura par la règle des aires proportionnelles aux temps; t est à T comme le secteur AMS est à la surface de l'ellipse; de même, puisque ACX est l'anomalie moyenne, on aura t est à T comme ACX est à la surface du cercle; donc AMS est à ACX comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipse, démontrée dans tous les livres de sections coniques AMS est à ANS, comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle; nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs, savoir AMS, la surface de l'ellipse & la surface du cercle; le terme qui paroît différent est donc nécessairement le même; donc ACX & ANS sont égaux entre eux. C. Q. F. D.

488. Lemme II. Dans tout triangle rectangle MRS (*fig.* 55.) si l'angle RSM est divisé en deux parties égales, la tangente de la moitié de l'angle RSM sera égale à $\frac{RM}{RS+SM}$. Car ayant pris $SB=SM$; on aura l'angle B égal à la moitié de l'angle S, & la tangente de l'angle $B=\frac{RM}{RB}=\frac{RM}{RS+SB}=\frac{RM}{RS+SM}$.

489. Lemme III. Le rayon vecteur SM est égal à $\frac{PR.SA}{CA}-SR$; & si l'on fait $CA=a$, $CR=x$, $CS=e$, on aura le rayon vecteur $SM=\frac{(a+x)(a+e)-a(e+x)}{a}$, ou ce qui revient au même $\frac{a^2+ex}{a}$. Par la propriété la plus connue de l'ellipse, on a $SM+FM=2a$, supposons $SM=a+z$, & $FM=a-z$, on a RM^2 ou $y^2=SM^2-SR^2=aa+2az+zz-ee-2ex-xx=SM^2-SR^2=aa-2az+zz-ee+2ex-xx$; égalant ces deux valeurs, on a $2az-2ex=-2az+2ex$, $z=\frac{ex}{a}$; donc $SM=a+\frac{ex}{a}$, ou ce qui revient au même, $SM=\frac{PR.SA}{CA}-SR$.

490. Theorem. La Racine carrée *de la distance péribélie est à la racine carrée de la distance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.*

Dans les triangles rectangles MSR & NCR, en employant

les expressions tirées de l'article 488, on a cette proportion : tang. ½ MSR : tang. ½ $NCR \frac{RM}{SR+SM} : \frac{RN}{CR+CN}$; si l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA qui lui est égal par la propriété de l'ellipse, & à la place de $SR+SM$ sa valeur $PR.\frac{SA}{CA}$, (489); & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci : tang. ½ MSR : tang. ½ $NCR :: \frac{CD.CA}{PR.SA} : \frac{CA}{PR} :: CD : SA ; :: \sqrt{aa-ee} : a+e :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}$, en divisant les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$; ainsi l'on aura $T.$ ½ $MSR : T.$ ½ $NCR :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}, :: \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$: c'est-à-dire la tangente de la moitié de l'anomalie vraie ASM est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique ACN, comme la racine carrée de la distance périhélie PS est à celle de la distance aphélie AS. *C. Q. F. D.*

491. LA DIFFÉRENCE *entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne est égale au produit de l'excentricité par le sinus de l'anomalie excentrique.*

DÉMONSTRATION. Le secteur circulaire $ANSA$, est égal au secteur de l'anomalie moyenne ACX (487) ; si l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le secteur NCX égal au triangle CNS. La surface du secteur circulaire NCX est égale au produit de CN par la moitié de l'arc NX; la surface du triangle CNS est égale au produit de CN par la moitié de la hauteur ST, qui est une perpendiculaire abaissée du foyer S sur la base NC, prolongée au-delà du centre C; ainsi les deux surfaces étant égales, & ayant un des produisans CN qui est commun à toutes deux, les autres produisans sont aussi égaux; donc l'arc NX est égal à la ligne droite ST; mais dans le triange STC, rectangle en T, l'on a $ST = CS.$ sin. TCS, par les règles de la trigonométrie rectiligne; donc $NX = CS.$ sin. $TCS = CS.$ sin. ACN; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN & l'anomalie moyenne AX, est égale au produit de l'excentricité CS par le sinus de l'anomalie excentrique ACN. *C. Q. F. D.*

492. C'est en minutes & secondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planètes; ainsi pour trouver la différence en secondes entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité soit aussi exprimée en secondes. Si l'excentricité de la planète est exprimée en parties de même espèce que la distance moyenne, on dira la distance

moyenne est à l'excentricité, comme le nombre de 206265″ que contient le rayon d'un cercle, ou environ 57° est au nombre de secondes que l'excentricité contient. Si cette excentricité est donnée en fraction de la distance moyenne de cette même planète, il suffira de la multiplier par les 206264″, 8 qui font l'arc de 57° égal au rayon, pour avoir cette excentricité en secondes.

493. Au moyen des deux théorêmes (490, 491), on trouve facilement l'anomalie moyenne quand on a l'anomalie vraie: mais le problême essentiel consiste à trouver l'anomalie vraie quand on a la moyenne. Il y a plusieurs manieres d'y parvenir directement, quoique par approximation; mais nous préférons dans l'usage ordinaire de supposer une anomalie vraie quelconque, & de la convertir en moyenne par les règles précédentes; si celle que l'on trouve par ce moyen n'est pas égale à celle qui étoit donnée, c'est une preuve que la supposition n'est pas exacte, & l'on fait une autre supposition d'anomalie vraie, jusqu'à ce qu'on ait supposé une anomalie vraie qui produise exactement l'anomalie moyenne donnée. Les tables qui sont déja toutes faites pour chaque planète & pour chaque degré d'anomalie, rendent ces suppositions faciles à trouver presque du premier coup.

494. Quand on a trouvé l'anomalie vraie, il est aisé de trouver la distance au soleil ou le rayon vecteur *SM* par la proportion suiv. *le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur.* En effet ayant tiré la ligne *NQ* (*fig.* 55), parallele au rayon vecteur *MS*, on a par les triangles semblables cette proportion *SM*: *QN*:: *RM*: *RN*:: *CD*: *CK* ou *CN*; donc *SM*: *CD*:: *QN*: *CN*:: sin. *QCN*: sin. *CQN*:: sin. *RCN*: sin. *RSM*; donc sin. *CSM*: sin. *NCS*:: *CD*: *SM*; c'est le rayon vecteur dans l'hypothèse de Képler, & telle est la proportion dont je me suis servi pour calculer mes tables des distances des planètes à chaque degré d'anomalie.

495. L'hypothèse elliptique simple dont on fait usage quand on n'a pas besoin d'une très-grande précision, simplifie beaucoup le calcul, puisqu'elle fait trouver l'anomalie vraie par une simple proportion. Boulliaud fit voir en 1645 que le mouvement d'une planète dans une orbite elliptique, est sensiblement uniforme quand on le

ſuppoſe vu du foyer ſupérieur *F* de l'ellipſe ; Sethward en 1656 donna une méthode fort ſimple pour calculer l'anomalie vraie dans ce cas-là. On prolongera *FL* (*fig.* 56), de maniere que *LE* ſoit égale à *LS*, & l'on joindra *SE* ; on aura un triangle *SFE*, dans lequel, ſuivant la propriété ordinaire, la demi-ſomme de deux côtés, tels que *FE* & *FS* eſt à leur demi-différence comme la tangente de la demi-ſomme des angles adjacens *S*, *E*, eſt à la tangente de leur demi-différence. Subſtituons d'autres dénominations à la place de ces quatre termes : la demi-ſomme de *FS* & de *FE* eſt la même choſe que la diſtance aphélie *SA* ; car *FE*, ou bien *FL* avec *LS*, égale le grand axe ; donc *FE* avec *FS* vaut le grand axe avec deux fois l'excentricité, & en prenant la moitié du total, la demi-ſomme de *FE* & de *FS* ſe trouve être le demi-axe avec l'excentricité, c'eſt-à-dire *SA*. On verra facilement que leur demi-différence eſt égale à *SP*. La demi-ſomme des angles *E* & *S* eſt la moitié de l'angle externe *AFE*, ou de l'anomalie moyenne ; enfin leur demi-différence eſt la moitié de l'anomalie vraie *FSL*, puiſque la différence entre l'angle *FSE* & l'angle *LSE* (égal à *LES*), n'eſt autre choſe que *FSL* ; donc la proportion précédente ſe réduit à celle-ci : *la diſtance aphélie eſt à la diſtance perihélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne eſt à la tang. de la moitié de l'anomalie vraie.*

Le rayon vecteur *SL* ſe trouve avec la même facilité au moyen du triangle *SLF*, en diſant le ſinus de l'équation de l'orbite *FLS* eſt à la double exentricité *FS*, comme le ſinus de l'angle *F* ou de l'anomalie moyenne eſt à la diſtance de la planète au ſoleil, dans l'hypothèſe elliptique ſimple.

De l'Equation de l'Orbite.

496. Nous pouvons, en conſidérant la figure 56, appercevoir toutes les propriétés du mouvement inégal des planètes & de l'équation de l'orbite. 1°. Cette équation eſt nulle en *A*, c'eſt-à-dire dans l'apſide ſupérieure, (aphélie ou apogée), puiſque vers ce point-là le lieu moyen & le lieu vrai ſont confondus, les *FL* & *SL* coïncident. En partant de l'apſide ſupérieure, leur différence augmente rapidement, parce que la viteſſe vraie

étant la plus petite en *A*, differe le plus de la vîtesse moyenne : 2°. cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vîtesse vraie est moindre que la vîtesse moyenne ; lorsqu'elles sont égales, il se trouve un point *B* vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne où la différence qui a augmenté jusqu'alors, est devenue la plus grande, & où l'équation ou l'angle *FLS* cesse d'augmenter, étant presque la même pendant quelque temps, pour diminuer ensuite jusqu'à l'apside inférieure, (soit périhélie, soit périgée) où le lieu vrai & le lieu moyen se retrouvent d'accord une seconde fois : 3°. l'équation est soustractive, se retranche du lieu moyen ou de l'anomalie moyenne *AFL* dans les six premiers signes pour avoir le lieu vrai, parce que la vîtesse moyenne en partant de l'apside supérieure, est plus grande que la vîtesse vraie ; ainsi le lieu moyen est plus avancé ; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après le passage en P, où la vîtesse vraie est la plus grande.

497. La plus grande équation peut se trouver par un calcul rigoureux, aussi-bien que le degré d'anomalie moyenne où arrive cette plus grande équation ; pour cela il suffit de trouver le point *M*, (*fig.* 57), dans lequel arrive la vîtesse moyenne. En effet, dès que la planète est arrivée au point où sa vîtesse angulaire *DFR* (c'est-à-dire l'angle qu'elle parcourt vue du soleil) est égale à la vîtesse moyenne, (par exemple, de 59′ 8″ par jour si c'est la terre), la longitude moyenne cesse d'anticiper sur la longitude vraie ; elle en differe alors le plus qu'il est possible, parce que jusqu'à ce moment la vîtesse réelle qui étoit plus petite, faisoit retarder tous les jours le lieu vrai sur le lieu moyen ; mais dès que la vîtesse vraie est devenue égale à la vîtesse moyenne, elle est prête à la surpasser, elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu jusqu'alors, le lieu vrai se rapproche du lieu moyen, & l'équation de l'orbite diminue. Ainsi toute la difficulté consiste à trouver le point *M*, & l'anomalie vraie *AFM* de la planète au moment où sa vîtesse est égale à la vîtesse angulaire moyenne. Ayant pris une ligne *FM*, moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite, on décrira du foyer *F* comme centre un cercle *MN* sur le rayon *FM*, & ce cercle aura une surface égale à celle

de l'ellipſe, comme on le démontre dans les ſections coniques. Suppoſons un corps qui décrive le cercle *MN* dans un temps égal à celui de la révolution de la planète dans ſon ellipſe, ſa vîteſſe angulaire ſera conſtamment égale à la vîteſſe angulaire moyenne de la planète, par exemple, de 59′ 8″ pour le ſoleil; l'aire décrite en même temps dans l'ellipſe, puiſque les aires totales ſont égales & parcourues en temps égaux, les durées des révolutions étant les mêmes, & les aires partielles de l'ellipſe proportionnelles aux parties du temps: par exemple, ſi le ſoleil décrit en un jour une aire *DFR* de ſon ellipſe égale à la 365ᵉ partie de la ſurface elliptique, l'aire *EFO* décrite dans le cercle, ſera auſſi la 365ᵉ partie de l'aire du cercle, (qui eſt égal à l'ellipſe); la vîteſſe vraie du ſoleil (ou l'angle *DFR*) ſera donc égale à la vîteſſe moyenne en *M*, c'eſt-à-dire à l'angle *DFO*; car ce ſont deux ſecteurs égaux qui ont la même longueur *FM*, la même ſurface, & par conſéquent le même angle; d'ailleurs les triangles égaux *MED*, *MRO*, qui ſont l'un en dehors du cercle, l'autre en dedans, font voir que le ſecteur elliptique eſt égal au ſecteur circulaire qui a le même angle en *F*. Ainſi pour trouver le point de la vîteſſe moyenne, il faut trouver l'interſection *M* de l'ellipſe & du cercle qui lui eſt égal en ſurface. Ayant tiré du point *M* à l'autre foyer *B* de l'ellipſe une ligne *MB*, l'on aura un triangle *BFM*, dans lequel on connoît les trois côtés, ſavoir *BF* qui eſt le double de l'excentricité, *FM* qui eſt la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, & *BM* qui eſt la différence entre *FM* & le grand axe, (parce que les deux lignes *FM* & *MB* ſont entre elles la valeur du grand axe); ainſi réſolvant le triangle *BFM* on cherchera l'angle *F* qui eſt l'anomalie vraie de la planète au temps de la plus grande équation.

Par exemple ſi le demi-axe *CA*=38710, & le demi-axe conjugué=37883, comme dans l'orbite de Mercure, on aura *CF*=7960, *BF*=15920, *FM* ſera=38294; on réſoudra le triangle *BFM*: on aura l'angle *BFM* de 81° 4′ 52″; c'eſt l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation; d'où l'on peut conclure (493) l'anomalie moyenne 104. 45′ 41″; ainſi leur différence qui eſt l'équation du centre, ſera 23° 40′ 49″; ce doit être la plus grande équation de l'orbe de Mercure.

498. Après avoir indiqué la maniere de calculer l'équation, nous parlerons de la maniere de l'obſerver. Si l'on a deux longitudes vraies d'une planète obſervée en *G* & en *M*, elles différeront entre elles de la quantité de l'angle *GFM*, qui eſt la ſomme des deux anomalies vraies; mais la ſomme des deux anomalies moyennes *ABM*, *ABG*, ſera plus grande du double de l'équation, puiſque chaque diſtance vraie eſt plus petite que la diſtance moyenne, de la quantité de la plus grande équation. Il eſt aiſé de calculer en tout tems la ſomme des deux anomalies moyennes, quoiqu'on ne connoiſſe pas le lieu de l'aphélie A, parce que la ſomme des deux anomalies moyennes eſt égale au mouvement moyen de la planète, dans cet intervalle de temps, & on le trouve aiſément quand on connoît la durée de la révolution; ainſi l'excès du mouvement moyen calculé, ſur le mouvement vrai obſervé, donne le double de la plus grande équation, pourvu que l'on ait fait ces deux obſervations en *M* & en *G*, c'eſt-à-dire, aux temps de la vîteſſe moyenne.

497. Ce ſera le mouvement vrai qui ſera le plus conſidérable, ſi l'on prend la premiere obſervation avant le périhélie & la ſeconde après, comme dans l'exemple ſuivant (500.)

499. Pour diſcerner les temps & les obſervations convenables à cette recherche, un Obſervateur iſolé qui ne connoîtroit en aucune façon la ſituation de l'orbite de la planète & des points *G* & *M*, n'auroit qu'à raſſembler un grand nombre de poſitions obſervées, les comparer deux à deux, & voir combien le mouvement vrai obſervé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle; la plus grande de toutes les différences lui donneroit le double de la plus grande équation; car entre une moyenne diſtance & l'autre, le mouvement vrai differe du mouvement moyen à raiſon de l'équation ſouſtractive dans l'une & additive dans l'autre; donc ſi l'on a des obſervations faites dans tous les points de l'orbite, on en trouvera deux où le mouvement vrai ſera moindre ou plus grand que le mouvement moyen, du double de la plus grande équation. Actuellement que l'on connoît, à très-peu près, les lieux des apſides & des moyennes diſtances de toutes les planètes, on n'a qu'à choiſir du premier coup les obſervations faites avant

[illegible] l'apside, vers le temps de la plus grande équation, comme dans l'exemple suivant.

500. Exemple. Le 7 Octobre 1751, le vrai lieu du soleil observé par M. l'Abbé de la Caille, avant le périgée, en y faisant entrer trois jours d'observations discutées & comparées entre elles fut trouvé de . . . . 6ˢ 13° 47′ 15″

Le 28 Mars 1752 cette longit. vraie fut de 0 8 9 26

La différence de ces deux longitudes, ou le mouvement vrai du soleil est donc .	5	24	22	11
Mais dans cet intervalle le mouvement moyen avoit dû être par le calcul . . .	5ˢ	20°	31′	43″
Différence, double de la plus grande équat.		3	50	28
Dont la moitié est l'équation de l'orbite.		1	55	14

Un grand nombre d'observations l'ont fait établir de 1°. 55′ 32″.

501. Comme il est extrêmement rare d'avoir deux observations qui soient faites précisément dans les points *M* & *G* de la vîtesse moyenne, on ne trouve guères dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation; mais après qu'on a trouvé à peu-près l'équation & le lieu de l'apside (506), on calcule pour les deux temps d'observations l'équation de l'orbite, & l'on calcule aussi la plus grande (497), on sait alors combien l'équation donnée par les observations, devoit différer de la plus grande; c'est ainsi que dans l'exemple précédent M. de la Caille avoit trouvé 18″, 6, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation, résultante de ces deux observations.

502. On peut aussi trouver la plus grande équation sans connoître le lieu de l'apside; il n'y a qu'à prendre pour époque une longitude quelconque & lui comparer beaucoup d'autres longitudes pour avoir le mouvement vrai observé: on calculera pour chacun de ces intervalles le mouvement moyen par la durée connue de la révolution, l'on aura des différences additives, & des différences soustractives; la plus grande différence additive & la plus grande soustractive étant ajoutées donneront le double de la plus grande équation de l'orbite, si l'on a eu des observations en un assez grand nombre, pour que les deux points de la plus grande équation s'y soient trouvés.

503. Quand on a trouvé par observation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode est d'employer une règle de fausse position, ou de supposer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (497.) Si elle se trouve trop grande, on diminuera l'excentricité supposée, & l'on recommencera le calcul; cette méthode de déterminer l'excentricité par le moyen de la plus grande équation est souvent plus commode que celle dont se servit Képler pour trouver l'excentricité de Mars (468.)

504. La méthode dont je me suis servi pour trouver l'excentricité de Mercure, consiste à supposer que le lieu de l'aphélie soit connu (508); alors deux observations éloignées entre elles d'environ une demi-révolution & les plus éloignées des apsides, suffisent pour trouver l'excentricité. En effet, connoissant bien le lieu de l'aphélie, on a deux anomalies vraies, bien connues; on les convertit en anomalies moyennes; celles-ci ne peuvent être exactes, à moins que l'excentricité ne soit bien connue; si donc la différence des deux anomalies moyennes trouvées n'est pas égale à celle qui est connue par l'intervalle des deux observations, on en conclud que l'excentricité employée est défectueuse, & l'on fait une seconde supposition. Par de semblables tentatives on parvient à trouver l'excentricité qui satisfait aux deux observations qu'on a choisies.

505. On emploie aussi les plus grandes digressions de Mercure & de Vénus pour trouver l'excentricité; si la terre est en *B* (*fig.* 50) & Mercure en *C* dans sa plus grande digression, & dans son aphélie, l'angle *SBC* étant observé avec soin, l'on peut en conclure la distance aphélie *SC* de Mercure au Soleil. On fait une semblable opération dans une autre digression où Mercure se trouve dans son périhélie, & l'on trouve de même sa distance périhélie; la différence des deux distances est le double de l'excentricité. J'ai fait usage de cette méthode dans ma théorie de Mercure (*Mémoires Academ.* 1767. *p.* 544.) La table ci-dessus est

	Excentricités.	*Equations.*
☿	7960	23° 40′ 49″
♀	510	0 48 30
☉	1680	1 55 32
♂	14208	10 41 47
♃	25277	5 34 1
♄	53210	6 23 19
☾	0,0547	6 18 32

le résultat de tous mes calculs sur les planètes, elle suppose la distance moyenne de la terre au soleil 100000, exceptés celle de la lune, qui suppose que sa distance moyenne soit l'unité.

Détermination des Aphélies.

506. L'APHÉLIE d'une planète peut se déterminer par différentes méthodes : voici la plus directe, elle a servi principalement pour le soleil, elle peut servir aussi pour les planètes supérieures. Lorsqu'on a plusieurs observations d'une planète, faites en différens points de son orbite, & réduites au soleil, il faut chercher celles qui donnent deux longitudes héliocentriques diamétralement opposées ; & si les temps de ces observations different exactement d'une demi-révolution, on sera sûr que ces deux observations sont l'une dans l'aphélie, & l'autre dans le périhélie ; ainsi en comparant deux à deux un grand nombre d'observations, on ne pourra manquer de tomber sur celles qui indiqueront la place des apsides.

Soit l'aphélie d'une planète en *A* (*fig.* 58), & le périhélie en *P*, la partie *ABP* de l'ellipse est égale à la partie *AFP*, elles sont parcourues l'une & l'autre dans l'espace du temps de la demi-révolution, par exemple, en 182j 15h 7′ 40″, s'il s'agit du soleil. Nous prenons ici la révolution anomalistique (515), c'est-à-dire, par rapport à l'apogée ; mais dans une premiere approximation l'on se contenteroit de la révolution tropique (454) en supposant l'aphélie immobile pendant une demi-révolution.

Si l'on prend un autre point quelconque *D* avec le point *E* qui lui est opposé, la partie *DFE* de l'ellipse exigera moins de temps que la partie *EBD*, parce que la premiere renferme le périhélie, c'est-à-dire, l'endroit où le mouvement de la planète est le plus rapide, tandis qu'au contraire la partie *EBD*, dans laquelle se trouve l'aphélie, doit être parcourue d'un mouvement plus lent & en plus de temps.

Ainsi les points *A* & *P* des deux apsides sont les seuls qui étant diamétralement opposés par rapport au foyer de l'ellipse, fassent aussi deux intervalles de temps égaux ; on sera donc assuré de connoître le lieu des apsi-

des; si l'on trouve deux longitudes qui étant diamétralement opposées comme *A* & *P*, répondent aussi à des temps éloignés d'une demi-révolution, c'est-à-dire, de la moitié du temps qu'il faut à la planète pour revenir à son apside; il suffira donc de chercher dans le nombre des observations d'une planète, les deux qui satisferont à la fois à cette double condition. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planète fut employée pour la premiere fois par Képler dans son livre *de Stella Martis*.

507. On peut aussi trouver l'aphélie en employant deux observations dont l'une soit vers les apsides & l'autre vers les moyennes distances, pourvu qu'on suppose l'équation du centre exactement connue; car si l'on fait une supposition pour le lieu de l'aphélie, & qu'on convertisse les deux anomalies vraies qui en résultent en anomalies moyennes, on ne sauroit avoir une différence qui soit égale au mouvement moyen connu d'ailleurs, à moins que l'aphélie n'ait été bien supposé.

508. La troisieme méthode pour trouver le lieu de l'aphélie d'une planète, a lieu pour Mercure ou pour Vénus; c'est celle que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Academ. pour 1766, à l'occasion de ma théorie de Mercure, & qui m'a fait trouver, soit pour les temps les plus anciens, soit pour le temps où nous sommes, le lieu de l'aphélie de Mercure. Je suppose qu'on ait observé la plus grande digression de Mercure dans le temps qu'il est vers les moyennes distances au soleil, & que la distance ou le rayon vecteur change rapidement; si l'on connoît déja la moyenne distance & l'excentricité, l'on calculera facilement à quel endroit il faut placer l'aphélie, pour que le rayon sur lequel se trouve la planète, soit précisément de la longueur convenable à la digression observée.

Soit *F* (*fig.* 58) le lieu de Mercure dans sa moyenne distance, vu de la terre *T* sur le rayon *TF* qui touche l'orbite; la plus grande digression étant alors l'angle *STF*, & la distance à l'aphélie *ASF*. Si dans les tables dont nous nous servons le lieu de l'aphélie étoit mal indiqué, ensorte que l'aphélie y fût marqué en *C*, en faisant avancer le point *C* en *A* la ligne *SF* arriveroit en *SG*, & l'élongation de Mercure seroit égale à l'angle *STG*, plus grande par conséquent que l'élongation *STF*;

si donc on a trouvé par le calcul des tables une élongation trop petite, il n'y a qu'à rapprocher l'aphélie du lieu de l'observation en laissant toujours Mercure à la même longitude ou sur la même ligne *SF*, ou si l'on veut en conservant la même longitude moyenne.

Le 24 Mai 1764 à 8h 7′ 50″ temps moyen, j'observai la longitude de Mercure 2s 26° 50′ 35″, il étoit alors dans sa plus grande digression à 22° 51′ 12″ du soleil, notre rayon visuel touchoit son orbite à la moyenne distance vers 9s 8° d'anomalie; je calculai cette longitude par les tables de M. Halley, & je la trouvai trop grande de 1′ 14″; mais en augmentant dans ces tables la longitude de l'aphélie de 14′ ½ sans changer la longitude de Mercure, l'anomalie devenoit plus petite aussi bien que le rayon vecteur, l'élongation de Mercure devenoit aussi moindre, & la longitude de Mercure se trouvoit d'accord avec l'observation (*Mém. Acad.* 1766, *pag.* 458). De-là il s'ensuit que la longitude de l'aphélie étoit trop petite dans les tables de M. Halley, aussi je l'ai augmentée de 10′ dans mes tables, & je l'ai supposée de 8s 13° 49′ 30″ pour 1764. Ayant calculé de la même maniere les 16 observations anciennes de Mercure qui sont rapportées dans l'Almageste de Ptolomée, j'ai reconnu qu'il y avoit plusieurs degrés à ôter du lieu de l'aphélie que les tables donnoient pour ces tems-là.

Méthode pour corriger à la fois les trois élémens d'une Orbite.

509. Nous avons vu séparément, les méthodes que l'on peut suivre pour trouver l'équation & les apsides d'une planète (498, 506); nous allons rassembler l'esprit de ces méthodes & en tirer la maniere de trouver par trois observations les trois élémens d'une orbite, savoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, & l'époque du lieu moyen qui en résulte nécessairement; je suppose les trois observations réduites au soleil, comptées sur l'orbite même de la planète: je suppose aussi les élémens déja à peu-près connus.

Pour bien faire sentir l'esprit de cette méthode, je rappellerai ici trois choses qui doivent être familieres à tous ceux qui s'occupent du calcul astronomique; 1°, l'équation de l'orbite est la plus grande qui soit possible



vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne; alors elle est à son *maximum*; elle augmente à peine en passant d'un degré à l'autre, ensorte que l'anomalie moyenne peut être alors plus ou moins grande, sans que l'équation en soit affectée; ainsi dans ces cas-là on pourroit se tromper sur le lieu de l'aphélie, sans qu'il en résultât aucune erreur sur l'équation, ni sur la longitude calculée: 2°, l'équation de l'orbite, ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, est additive depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie, c'est-à-dire, dans les six derniers signes d'anomalie: on l'ajoute alors à la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie; elle est soustractive depuis l'aphélie jusqu'au périhélie, c'est-à-dire, qu'on retranche l'équation de la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie: 3°, le mouvement moyen d'une planète dans l'espace d'une ou de deux révolutions, est assez bien connu pour qu'on puisse toujours le supposer exact; car les moyens mouvemens se déterminent par la comparaison des observations les plus anciennes; ainsi il ne peut y avoir d'erreur sensible dans l'espace de quelques années; d'où il résulte que si l'erreur de l'époque, ou de la longitude moyenne d'une planète est connue pour un des points de son orbite, elle est également connue, ou plutôt elle est la même dans tous les autres points, elle ne fait que se combiner avec les erreurs qui proviennent des autres élémens, sans que cette erreur de l'époque, prise en elle-même, soit différente.

510. Si l'on avoit deux observations faites précisément dans les moyennes distances, c'est-à-dire, à trois signes d'anomalie moyenne, & à neuf signes, il seroit aisé de corriger par ces deux observations, 1°, l'époque des moyens mouvemens, 2°, l'équation du centre: en effet, si l'équation du centre est bonne, c'est-à-dire, si celle qu'on a employée dans le calcul des tables est exacte, il n'y aura entre le calcul & l'observation, d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvemens, puisque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes prises vers les moyennes distances: s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle sera égale dans les deux observations, car nous supposons le moyen mouvement exactement connu; ainsi l'erreur des tables étant trouvée égale à 3^s & à 9^s d'ano-

malie, ce sera une preuve que l'équation du centre est exacte; mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui est mal établie.

511. Si l'équation du centre est aussi défectueuse, l'erreur sera plus ou moins grande, parce qu'à 3s d'anomalie l'équation du centre se retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à 9s elle s'ajoute; ainsi dans l'une des deux observations l'erreur de l'équation du centre augmentera celle de l'époque, & dans l'autre observation elle la diminuera; par ce moyen l'erreur totale sera plus grande dans une observation que dans l'autre, & cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

512. Si, par exemple, l'erreur de l'époque est—5′, c'est-à-dire, qu'il y ait dans l'époque des tables 5′ de trop, & que l'erreur de la plus grande équation soit—2′, alors ces deux erreurs s'accumuleront à 9s d'anomalie moyenne, parce que l'équation y est additive, ensorte qu'on aura ajouté 2′ de trop, à raison de l'équation qui est trop grande, & 5′ de trop, à raison de l'époque qui est trop avancée; la longitude calculée aura donc 7′ de trop. Au contraire vers 3s d'anomalie on n'aura que 3′ de trop, c'est-à-dire, que l'erreur des tables ne sera que de 3′, parce que l'équation qui est trop grande de 2′, étant soustractive, dans ce cas-là on aura ôté 2′ de trop; & l'époque ayant 5′ de plus qu'il ne faut, il ne restera que 3′ d'erreur. La différence entre ces deux erreurs des tables 7′ & 3′ est donc 4′, & cette différence partagée en deux parties donnera 2′, erreur de l'équation du centre. Par ce moyen l'on connoîtra l'erreur de l'équation & celle de l'époque; il sera facile de trouver celle de l'aphélie, en corrigeant ensuite une observation voisine de l'aphélie, de maniere qu'il n'y reste plus d'autre différence que celle qui vient de l'erreur commise sur la position de l'aphélie.

513. Quand même les trois observations choisies ne seroient pas exactement dans les points que nous avons indiqués, il seroit facile par quelques changemens faits à chacun des trois élémens, de trouver les quantités nécessaires pour satisfaire aux trois observations. Voyez mon *Astronomie*, art. 1293.

514. La théorie de l'attraction prouve que les apsides des planètes ne sont pas toujours au même point du

ciel,



ciel, & les obſervations de Mars le prouvent ſur-tout d'une maniere inconteſtable. Ayant diſcuté avec le plus grand ſoin toutes les obſervations anciennes & modernes, j'ai trouvé le progrès annuel des apſides comme dans la table ci-jointe ; il n'y auroit pour chaque planète que 1° 23′ 14″ ſi les apſides étoient véritablement fixes ou qu'ils n'euſſent d'autre changement de longitude que celui qui vient de la préceſſion des équinoxes, & qui eſt purement apparent.

	Longitude de l'aphélie en 1750.	*Mouvement ſéculaire de l'aphélie.*
Mercure.	8ˢ 13° 33′ 3″	1° 57′ 40″
Venus.	10 8 13 0	4 10 0
Terre.	9 8 38 4	1 49 10
Mars.	5 1 28 24	1 51 40
Jupiter.	6 10 22 31	1 43 20
Saturne.	8 29 53 30	2 23 20

515. La révolution d'une planète par rapport à ſon apſide, le temps qu'elle emploie à y revenir, ou l'intervalle d'un paſſage par ſon aphélie au paſſage ſuivant, s'appelle la RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE, parce que l'anomalie recommence à chaque paſſage dans l'apſide : cette révolution anomaliſtique eſt un peu plus longue que la révolution par rapport aux équinoxes, parce que le mouvement des apſides ſe fait ſuivant l'ordre des ſignes.

Si le lieu de l'apſide de la terre étoit exactement fixe dans le ciel, la révolution anomaliſtique ſeroit égale à la révolution ſidérale, dont on a vu la détermination (321); mais puiſque l'apogée du ſoleil a un petit mouvement ſelon l'ordre des ſignes, comme les obſervations paroiſſent le prouver, auſſi-bien que la théorie, il faut comparer deux paſſages de la planète par ſon aphélie, & non pas deux retours à une même étoile, ni deux paſſages par l'équinoxe (454); c'eſt ainſi que l'on trouvera la révolution anomaliſtique du ſoleil de 365ʲ 6ʰ 15′ 20″ plus grande de 6′ 9″ que la révolution ſidérale.

Des Nœuds & des Inclinaiſons des Planètes.

516. Lorſqu'une planète n'a aucune latitude vue de la terre, elle n'en ſauroit avoir vue du ſoleil, elle eſt alors dans ſon nœud, puiſqu'elle eſt dans le plan de l'écliptique; il ſuffit donc d'obſerver la longitude géocentrique de la planète, au temps où elle n'a point de latitude, on en conclura ſa longitude vue du ſoleil (442) & ce ſera le lieu du nœud.

On peut aussi employer à la recherche du lieu du nœud, des observations faites à égales distances des nœuds, lorsque la latitude héliocentrique d'une planète s'est trouvée de la même quantité, car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas sera le lieu du nœud, en le supposant fixe dans l'intervalle des deux observations.

517. Le nœud de Mercure & celui de Vénus se déterminent par leurs passages sur le soleil, qui arrivent nécessairement fort près des nœuds (737).

518. Depuis qu'on observe les nœuds des planètes avec soin, on a reconnu qu'ils ont tous un mouvement rétrograde, insensible dans l'espace de quelques années, mais qui dans l'espace d'un siecle n'a pu échapper aux astronomes; ce mouvement est une suite nécessaire de l'attraction des autres planètes, comme je l'ai fait voir fort en détail dans les *Mém.* de 1758 & de 1761; on en verra la raison quand nous parlerons des effets de l'attraction (1062). Voici la quantité de ce mouvement d'après mes nouvelles tables, avec la position du nœud pour 1750.

	Nœud en 1750.	*Mouv. annuel.*
Mercure.	1s 15° 21′ 15″	45″
Venus.	2 14 26 18	31
Mars.	1 17 36 30	40
Jupiter.	3 8 16 0	60
Saturne.	3 21 31 17	30

519. Le mouvement du nœud d'une planète est le résultat de l'attraction de toutes les autres planètes, car il n'en est aucune qui n'influe plus ou moins sur le nœud de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui est uniforme sur l'orbite de la planète qui le produit, doit se rapporter dans nos tables au plan de l'écliptique, il est nécessaire d'y réduire tous ces mouvemens qui se font sur des orbites différentes, pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique; c'est cette réduction qui rend direct le nœud de Jupiter, car il est naturellement rétrograde sur l'orbite de Saturne qui en est la cause principale; mais il devient direct, quand on le rapporte à l'écliptique; je vais expliquer ici les principes de ces variations, parce qu'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des satellites de Jupiter, la cause de phénomenes qui jusqu'alors avoient paru inexplicables.

520. Soit *CB* (*fig.* 59.) l'écliptique, *CA* l'orbite de Jupiter, *BA* l'orbite de Saturne; le nœud de Jupiter en *C* & celui de Saturne en *B*, la différence *CB* est de 13° 15′.

L'inclinaison *C* de l'orbite de Jupiter est de 1° 19'; & l'inclinaison *B* de l'orbite de Saturne est de 2° 30'. En résolvant le triangle *ABC*, on trouve *AC* de 26° 41', & l'angle *A* ou l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne 1° 15'. Par l'effet naturel de l'attraction de Saturne sur Jupiter, le point d'intersection *A* de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne, doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de Jupiter, comme on le verra dans la théorie de l'attraction; mais l'angle des deux orbites ne change point par le mouvement du nœud; ainsi le nœud ira de *A* en *a*, & l'orbite de Jupiter *AC* passera dans la situation *ac*, sans que l'angle *A* éprouve aucun changement, les cercles *AC* & *ac* resteront paralleles, dans leurs parties voisines de *Aa*, & leur intersection *D* sera éloignée du point *A* de 90°. Ainsi le triangle *ABC* se changera en un triangle *aBc*, les angles *A* & *B* étant constans; & le nœud *C* de l'orbite de Jupiter sur l'écliptique passera en *c*; il aura donc un mouvement direct *Cc*, quoique le mouvement *Aa* ait été rétrograde.

521. Ainsi, quoique l'action des planètes les unes sur les autres produise dans les nœuds un mouvement *rétrograde* sur l'orbite de la planète troublante ou de la planète qui, par son attraction, produit ce mouvement, cependant le mouvement des nœuds sur l'écliptique devient quelquefois direct, ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du nœud de Jupiter dont je viens de parler. C'est surtout lorsque la planète troublante a son angle d'inclinaison *B* plus grand que l'angle *C* de la planète troublée, que le mouvement du nœud de celle-ci est direct sur l'écliptique. Dans l'autre cas le point *A* tombe à droite du point *C*, c'est-à-dire, de l'autre côté de *C* par rapport au point *B*, dans la figure; le mouvement du nœud *A* se faisant vers l'occident, le mouvement *Cc* sur l'écliptique *GB* devient également rétrograde.

Des Inclinaisons.

522. L'INCLINAISON d'une planète est l'angle que le plan de son orbite fait avec le plan de l'écliptique (427); la latitude héliocentrique (438) de cette planète, lorsqu'elle est à 90° de ses nœuds, est égale à cette inclinaison, parce que la planète est alors aussi éloignée qu'elle

puiſſe être du plan de l'écliptique. Ainſi pour trouver l'inclinaiſon d'une orbite il ſuffit d'obſerver la latitude de la planète, lorſqu'elle eſt à 90° des nœuds, & de réduire cette latitude obſervée ou géocentrique, à la latitude héliocentrique, ou vue du ſoleil.

523. Mais comme cette dernière réduction ſuppoſe connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode ſuivante. On choiſit le temps où le ſoleil eſt dans le nœud de la planète, c'eſt-à-dire, nous paroît à la même longitude que la planète quand elle eſt dans ſon nœud, parce qu'alors la terre paſſe en *T* ſur la ligne des nœuds *NST* (*fig.* 60.), ce qui rend le calcul de l'inclinaiſon fort ſimple. Suppoſons d'abord que la planète ſe trouve pour-lors au point *A* de ſon orbite, & qu'on abaiſſe la perpendiculaire *AB* ſur le plan de l'écliptique, ou de l'orbite de la terre prolongé juſques vers la planète; que la ligne *TB* qui marque ſon lieu réduit à l'écliptique ſoit perpendiculaire à la ligne *TSN* dans laquelle ſe trouvent le nœud & le ſoleil; l'angle d'élongation *BTS* étant de 90°; alors les lignes *AT* & *BT* ſont perpendiculaires à la commune ſection *TN*, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles font donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'eſt-à-dire, un angle égal à l'inclinaiſon que l'on cherche (425) : or l'angle *ATB* n'eſt autre choſe que la latitude même de la planète vue de la terre (427); donc *la latitude obſervée ſera elle-même l'inclinaiſon de l'orbite.*

Mais il eſt rare de rencontrer ces deux circonſtances enſemble, c'eſt-à-dire, le ſoleil dans le nœud, & la planète à 90° du ſoleil; d'ailleurs cette derniere condition ne ſe rencontre que dans les planètes ſupérieures, ainſi nous avons beſoin d'une règle plus générale pour la détermination des inclinaiſons.

524. Je ſuppoſe qu'on ait obſervé la latitude d'une planète, vue de la terre, quelle qu'elle ſoit, pourvu que le ſoleil ſoit dans le nœud ou à-peu-près; ſoit *P* la planète en un point quelconque *P* de ſon orbite, la terre étant toujours en *T* dans la ligne des nœuds *TSN*; on abaiſſe la perpendiculaire *PL* de l'orbite de la planète ſur le plan de l'écliptique, on tire des points *P* & *L* les perpendiculaires *PR* & *LR* ſur la commune ſection des deux plans; l'angle *PRL* de ces deux per-

pendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire, à l'inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique (425); l'angle *LTP* sera égal à la latitude géocentrique de la planète, & l'angle *RTL* égal à l'élongation de la planète (442); alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes tels que *RTL* & *PTL* rectangles en *R* & en *L* donnera les deux proportions suivantes.

TL: *RL* :: *R*: sin. *RTL*. } donc *RL*: *PL* :: sin. *RTL*:
TL: *PL* :: *R*: tang. *LTP*. } tang. *LTP*.

Mais dans le triangle *PRL* rectangle en *L* on a cette autre proportion *RL*: *PL* :: *R*: tang. *PRL*; donc en comparant la troisième proportion avec cette derniere, on aura sin. *RTL*: tang. *LTP* :: *R*: tang. *PRL*, c'est-à-dire, que le *sinus de l'élongation est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique observée est à la tangente de l'inclinaison.*

EXEMPLE. Le 12 Janvier 1747 à 6^h 6′ 33″ du matin, M. de la Caille observa la longitude de Saturne, 6^s 26° 12′ 52″, & sa latitude boréale 2° 29′ 18″, le soleil étoit alors à 9^s 21° 47′, c'est-à-dire, dans le nœud de Saturne, ou du moins il n'en étoit éloigné que de 12′ selon les tables de M. Cassini, ce qui ne peut produire aucune erreur sensible dans le résultat. En appliquant à cette observation l'analogie précédente, on trouve l'inclinaison de l'orbite de Saturne 2° 29′ 45″ (*Mém. acad.* 1747, *pag.* 135).

525. Lorsqu'on détermine le lieu du nœud d'une planète par le moyen de deux latitudes égales (516), soit que ces latitudes soient prises avant & après le passage d'une planète par ses limites, ou qu'elles soient prises avant & après le passage par le nœud, les mêmes observations peuvent déterminer à la fois non-seulement le nœud, mais encore l'inclinaison de l'orbite; car dans le triangle sphérique PAL rectangle en L (*fig.* 49.), on connoît les côtés LA & PL, c'est-à-dire, la distance au nœud & la latitude vue du soleil; on cherchera l'angle A, & l'on aura l'inclinaison véritable de l'orbite.

526. Cette méthode qui détermine à la fois l'inclinaison & le nœud d'une planète par deux observations de latitudes égales, est moins exacte que celle où l'on dé-

termine les deux choſes ſéparément, en employant une obſervation faite dans le nœud pour déterminer le nœud, & une obſervation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaiſon de l'orbite. En effet ſi les deux obſervations correſpondantes ſont près du nœud, elles déterminent mal l'inclinaiſon de l'orbite; puiſqu'alors la latitude eſt petite & qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui eſt moindre; au contraire, ſi ces deux obſervations ſont trop éloignées du nœud, elles ſont peu propres à en déterminer la poſition, parce que le changement de la latitude d'un jour à l'autre étant peu ſenſible, la moindre erreur dans la latitude en produit une plus grande dans le nœud.

527. J'ai dit que l'attraction de chaque planète fait rétrograder ſur ſon orbite les nœuds de toutes les autres planètes (519), & que l'effet de ce mouvement eſt de déplacer toutes les orbites; il ne peut manquer d'en réſulter un changement dans leurs inclinaiſons ſur l'écliptique. Soit *CB* l'écliptique, (*fig.* 59.), *AB* l'orbite de Saturne, *AC* celle de Jupiter, *Aa* le mouvement du nœud de Jupiter ſur l'orbite de Saturne; ce mouvement du nœud ſe fait ſans aucun changement de l'angle *A*, c'eſt-à-dire, de l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites; le triangle *ABC* ſe change en un triangle *aBc*; les angles *A* & *B* demeurent conſtans, mais l'angle *C* ne l'eſt pas, & l'angle *c* eſt plus ou moins grand que l'angle *C*. Par exemple, le mouvement du nœud de Mars par l'action de Jupiter étant de 14″ 2 par année, ſur l'orbite de Jupiter, (*Mém.* 1758, *pag.* 261, 1761, *p.* 404.), l'angle *B* inclinaiſon de Jupiter, 1° 19′, & la diſtance *BC* de leurs nœuds 50° 22′, on trouvera pour le changement de l'angle *C*, 24″ 8 par ſiècle.

Cet effet qui ſe continue de ſiècle en ſiècle, apportera dans la ſuite une grande différence dans les inclinaiſons des orbites, & il y a déja plus de 8 minutes depuis le temps de Ptolomée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaiſon des différentes obſervations, mais que les calculs de l'attraction pouvoient ſeuls indiquer, du moins quant à préſent. Ces changemens ſont ſur-tout ſenſibles pour les ſatellites de Jupiter, où ils produiſent des variétés ſingulieres dont perſonne avant moi n'avoit ſoupçonné la cauſe, & qu'il étoit fort important de connoître.

528. Pour savoir si l'inclinaison d'une planète doit augmenter ou diminuer, c'est la situation des nœuds qu'il faut considérer. Soit *AB* (*fig.* 59.), l'orbite de la planète troublante, & *AC* l'orbite de la planète troublée, dont le nœud passe de *A* en *a*; puisque l'inclinaison mutuelle des deux orbites n'est point changée, l'angle *A* & l'angle *a* sont égaux, & vers ce point-là les cercles *AC*, *ac* sont parallèles; de-là il suit qu'ils vont se rencontrer en un point *D*, éloigné de 90° du point *A*; car deux grands cercles de la sphère, pris à 90° de leur intersection commune, deviennent sensiblement paralleles, du moins sur un petit espace; or dans le triangle *DCc* on voit évidemment que l'angle *DcC* est plus petit que l'angle *DCE*, c'est-à-dire, que dans ce cas-là l'inclinaison diminue, d'où il est aisé de conclure que quand le nœud de la planète troublante est plus avancé que celui de la planète troublée, l'inclinaison de celle-ci est diminuée, jusqu'à ce que l'excès soit à-peu-près de 180°. Cette règle est aisée à appercevoir en figurant les positions de différentes orbites les unes par rapport aux autres.

Des Diamètres des Planètes & des Micromètres qui servent à les mesurer.

529. Le diamètre apparent d'une planète est l'angle sous lequel il nous paroît; par exemple, le soleil au commencement de Juillet paroît sous un angle de 31′ ½, & Vénus quand elle est le plus près de nous sous un angle d'une minute seulement. Ces diamètres augmentent quand la distance diminue; ainsi le soleil étant plus près de nous en hiver qu'en été, d'environ un trentième, son diamètre est plus grand en hiver d'une minute & 5 secondes.

Pour mesurer le diamètre du soleil, le moyen le plus naturel & le plus simple est d'observer, quand il passe au méridien, le temps qui s'écoule entre les passages du premier bord & du second, s'il s'écoule deux minutes de temps, c'est une preuve que le soleil auroit 30′ de diamètre, du moins en le supposant dans l'équateur. Lorsqu'il n'est pas dans l'équateur, il faut diminuer la quantité trouvée par une opération que nous allons démontrer.

... d'un très-petit an-
... eſt égal à ce pe-
... diſtance de l'arc au

... cercles EAD, EBC,
... un angle très-petit en
... degrés, enſorte que CD ſoit
... qu'à une diſtance quelcon-
... un arc de grand cercle AF,
... AD, qui ſoit aſſez petit pour
... comme une ligne droite, &
... EF ſoit ſenſiblement égal à EA;
... rectangle en A & en F, on aura
... de la règle la plus commune de
... ſphérique: le rayon eſt au ſinus de
... AF, comme le ſinus du petit angle E
... petit arc FA, ou comme l'angle E eſt
... parce que les petits arcs ſont égaux à leurs
... comme l'arc DC eſt à l'arc FA; ainſi pre-
... pour rayon ou ſinus total, on aura 1 : ſin.
... FA, donc $FA = DC$ ſin. AE.

De-là il ſuit 1°. que les diſtances FA, DC, en-
... cercles, ſont comme les ſinus des diſtances au
..., EA, ED; 2°. qu'un petit arc de l'équateur
... DC, une petite différence d'aſcenſion droite mul-
... par le coſinus de la déclinaiſon AD de l'aſtre
... obſervé, donnera l'effet qui en réſulte dans la ré-
... de l'arc, ou le petit arc FA compris dans cet en-
...-là entre les deux cercles de déclinaiſon. Il en ſe-
... de même des différences de longitude. Cette pro-
...tion eſt d'un uſage continuel dans l'aſtronomie.

532. Les diamètres apparens des planètes augmentent quand elles approchent de nous: un objet qui paroît ſous un angle d'une minute, paroîtra de deux minutes ſi l'on s'en rapproche de moitié, cela eſt aſſez ſenſible pour n'avoir pas beſoin d'explication. Les diamètres des planètes qu'on trouvera dans la table qui eſt à la fin de cet ouvrage, ſont tous réduits à la diſtance qu'il y a du ſoleil à la terre, voilà pourquoi le diamètre de Jupiter y eſt marqué de 3′ 13″, quoiqu'il ne nous paroiſſe effectivement que d'environ 37″ dans ſes moyennes diſtances, parce que cette planète eſt toujours beaucoup plus éloignée de nous que le ſoleil.

533. Les planètes qui ont un très-petit diamètre ne peuvent se mesurer, comme celui du soleil, par le temps de leur passage, qui est trop court; on y emploie les micromètres dont je vais donner une idée.

Le Micromètre (*a*) est un instrument composé de plusieurs fils placés au foyer d'une lunette, pour mesurer par leur intervalle la grandeur de l'image qu'on y apperçoit; la premiere idée du micromètre fut donnée par Huygens en 1659 (*Systema Saturnium*, *pag.* 82). Après avoir parlé des diamètres des planètes qu'il avoit observés, il dit que Riccioli avoit trouvé le diamètre de Vénus trois fois plus grand que lui; & pour justifier sa détermination, il rend compte de la maniere dont il s'y est pris pour mesurer les diamètres des planètes: voici à peu-près ce qu'il en dit.

» Dans les lunettes formées de deux verres convexes, » il y a un endroit où l'on peut placer un objet aussi petit & aussi fin qu'on voudra, il y paroîtra très-distinct, » très-bien terminé...... Si à ce foyer l'on place d'abord un anneau dont l'ouverture soit un peu plus petite » que celle de l'oculaire, on verra par cet anneau tout » le champ de la lunette, c'est-à-dire, tout l'espace circulaire qu'on apperçoit dans le ciel en regardant par » cette lunette, & cet espace sera terminé par une circonférence exacte dont le diamètre est facile à mesurer. L'horloge oscillatoire que nous avons imaginée » depuis peu est très-propre à cet effet; on sait qu'il » passe un degré de la sphère en 4 minutes de temps, ou » 1′ en 4″ de temps; si donc une étoile a employé 69″ à » parcourir le champ de la lunette, on sera sûr que cette lunette occupe 17′¼, & telle est celle dont nous » nous servons. On prendra alors une ou deux petites » plaques ou lames dont la largeur aille en diminuant; » on percera le tube de la lunette de chaque côté à l'endroit dont nous avons parlé, pour y placer les petites » lames en travers. Lorsque l'on voudra mesurer le diamètre d'une planète, on examinera quelle largeur doit » avoir cette lame pour cacher entiérement la planète, » & cette largeur étant comparée au diamètre entier de

(*a*) Μικρὸς, *parvus*, parce qu'il sert à mesurer de petits angles qui ne passent guère un degré.

„ l'ouverture de l'anneau, par le moyen d'un compas
„ très-fin, fera connoître le diamètre de la planète en
„ minutes & en secondes".

Ainsi le micromètre d'Huygens ne consistoit qu'en une petite lame qu'il faisoit glisser sur le diaphragme, ou anneau qui circonscrit l'ouverture; cette lame cachoit par sa largeur l'image qu'on vouloit mesurer, & en donnoit ainsi le diamètre. Auzout imagina le premier en 1666 de renfermer l'image entre deux fils qu'on rapprochoit l'un de l'autre; les premieres observations faites avec ce nouvel instrument furent imprimées & en France & en Angleterre.

534. Depuis ce temps-là on a perfectionné beaucoup le méchanisme des micromètres; mais ils se réduisent toujours à un fil qu'on fait mouvoir par le moyen d'une vis, au foyer d'une lunette; on détermine la valeur de ce mouvement ou les pas de la vis en observant avec ces mêmes fils un objet éloigné dont on connoît la grandeur. Par exemple, un objet d'une toise vu à 113 toises de distance paroît nécessairement sous un angle de 31' ½, comme on le peut trouver par la trigonométrie; si l'on éloigne les fils du micromètre de maniere à comprendre cet espace dans la lunette, & si l'on voit ensuite que le même espace comprend le diamètre du soleil, on sera sûr que le soleil a 31' ½ de diamètre apparent.

M. Bouguer a imaginé en 1748 un micromètre objectif ou héliomètre: il consiste en deux verres de lunette l'un à côté de l'autre dans un même tuyau, qui peuvent s'éloigner l'un de l'autre de la quantité du diamètre du soleil ou de telle autre grandeur qu'on veuille mesurer.

535. Les RÉTICULES nous tiennent souvent lieu de micromètres; il y en a deux sortes principales; savoir, le réticule de 45°, & le réticule rhomboïde. Le champ d'une lunette simple, tel que le cercle *ACBE* (*fig.* 61), est ordinairement garni d'un chassis, dans lequel il y a quatre cheveux, ou 4 fils tendus. Le fil *AB* est destiné à représenter le parallèle à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des astres; le fil horaire *CE*, qui lui est perpendiculaire, représente un méridien ou cercle de déclinaison; & les fils obliques *NO*, *LM*, font des angles de 45° avec les deux premiers.

Lorsqu'on veut mesurer la différence d'ascension droite, entre deux astres, pour connoître la position d'une

planète par le moyen de celle d'une étoile, on incline le fil *AB*, de manière que le premier des deux astres qui passe dans la lunette, suive le fil & le parcoure exactement; l'on observe l'heure, la minute, & la seconde, où l'astre passe au centre *P*, ou à l'intersection des fils. Quand le second astre vient à traverser la lunette à son tour, il décrit une autre ligne *VFDGR*, parallèle à *APB*; on compte l'instant où il arrive en *D*, c'est-à-dire, sur le même cercle de déclinaison *CDPE*, où l'on a observé le premier astre en *P*, & la différence des temps donne celle des ascensions droites.

Pour trouver la différence de déclinaison des deux astres ou la perpendiculaire *PD*, comprise entre *AB* & *VR*, on compte aussi les moments où le second astre passe en *F* & en *G*; l'intervalle de temps converti en degrés, & multiplié par le cosinus de la déclinaison de l'astre (531) donne l'arc *FDG*, dont la moitié *FD* est égale à *DP*, à cause de l'angle *FPD* supposé de 45°. C'est ainsi qu'on trouve la différence en déclinaison des deux astres, par exemple de Vénus quand elle est sur le soleil, en faisant suivre un des fils par le bord du soleil, & l'autre par la planète, comme on le voit dans la figure 61.

536. M. Bradley a substitué le réticule rhomboïde au réticule de 45°; & c'est aujourd'hui le plus usité parmi les Astronomes: il est formé d'un rhombe *BEDF* (*fig.* 62.), tel que l'une des diagonales *BD* soit double de l'autre. Pour le tracer, nous supposerons un carré *AGHC*, dont les côtés *AC* & *GH* soient divisés chacun en deux parties égales, en *D* & en *B*. Du point *B*, l'on tirera aux angles *A* & *C* les lignes *BA*, *BC*, & du point *D* aux angles *G* & *H*, les lignes *DG*, *DH*; ces quatre lignes formeront par leurs intersections le rhombe *BEDF*; *EF* est la moitié de *AC*, & par conséquent la moitié de *BD*; si l'on tire une ligne *ef* parallèle à la base *EF*, la perpendiculaire *Bd* sera toujours égale à la base *ef*, comme *BD* est égale à *AC*, c'est-à-dire, que la largeur d'une partie quelconque de ce rhombe est égale à la hauteur.

537. Lorsqu'on veut comparer avec ce réticule une planète à une étoile, on fait ensorte que le premier des deux astres parcoure dans son mouvement diurne l'espace *EF*, qui est égal à *BM*, & dès-lors on connoît la va-

leur de cette diagonale. Le ſecond aſtre venant à traverſer auſſi la lunette, on compte exactement le temps qu'il a employé à paſſer de *e* en *f*, on convertit le temps en degrés, minutes & ſecondes : on diminue ces degrés, en les multipliant par le coſinus de la déclinaiſon de cet aſtre (531), & l'on a la grandeur de *ef*, ou *B d*, on la retranche de *BM*, ce qui donne *M d*, qui eſt la différence en déclinaiſon des deux aſtres.

538. Ce réticule ſert à comparer les planètes, & les comètes aux étoiles fixes, qui ont à peu-près la même déclinaiſon, ou bien à comparer les petites étoiles, dont on veut faire un Catalogue, à quelque étoile principale, qui ſoit à peu-près ſur leur parallèle. M. de la Caille, qui s'en eſt ſervi au Cap de Bonne-Eſpérance en 1751, pour dreſſer un Catalogue de près de dix mille étoiles dans la partie auſtrale du Ciel, l'avoit fixé dans la lunette d'un quart-de-cercle ; on peut également le placer dans une *lunette méridienne*, ou inſtrument des paſſages qui tourne dans le plan du méridien autour d'un axe horizontal ; ou dans une *lunette parallatique*, c'eſt-à-dire, qui tourne autour d'un axe dirigé vers le pole du monde, & incliné, par exemple, de 49° à l'horizon de Paris.

539. Quand on connoît la diſtance réelle d'une planète en lieues, il eſt aiſé de trouver auſſi ſon diamètre réel qui n'eſt que la corde de l'angle du diamètre apparent, & par conſéquent ſa ſurface & ſa groſſeur en meſures connues. J'ai placé à la fin de ce Volume une Table des diamètres des groſſeurs & des diſtances des planètes, calculée d'après les dernieres obſervations qui nous ont fait connoître les diſtances abſolues de toutes les planètes au ſoleil & à la terre.



LIVRE IV.

Des mouvemens de la Lune, & du Calcul des Parallaxes.

540. La Lune est après le soleil le plus remarquable de tous les astres; nous n'avons parlé dans le premier Livre que des apparences les plus générales de son mouvement (55), nous allons en suivre les circonstances, & en donner l'explication détaillée. Après avoir disparu pendant quelques jours, la lune commence à se montrer le soir du côté de l'occident, peu après le coucher du soleil sous la forme d'un filet de lumière, ou d'un croissant dont la lumière est foible, parce qu'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 40 heures après sa conjonction, ou 27 heures avant, (*Selenographia, pag.* 276 & 408). On n'apperçoit guère la lune que le troisième jour après sa conjonction; quoique Képler ait dit qu'on pouvoit voir la lune, même en conjonction, lorsque sa latitude est de 5 degrés. Ce croissant paroît donc au plus tard le troisième jour du côté du couchant, & le soir à l'entrée de la nuit; ses pointes sont élévées & tournées à l'opposite du soleil; il devient un peu plus fort le lendemain, & dans l'espace de cinq à six jours il prend la forme d'un demi-cercle: la partie lumineuse est alors terminée par une ligne droite, & nous disons que la lune est *dichotome*, (*a*) ou qu'elle est en quadrature, c'est son Premier Quartier.

Après avoir paru sous la forme d'un demi-cercle lumineux, la lune continue de s'éloigner du soleil & d'augmenter en lumière pendant 8 jours; elle paroît alors tout-à-fait circulaire; son disque entier & lumineux brille pendant toute la nuit & c'est le jour de la pleine Lune, ou de l'opposition; on la voit passer au méridien à mi-

(*a*) Διχότομος, *dimidiatus*: Copernic se sert du mot *Luna dividua*.

nuit & se coucher dès que le soleil se leve, tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous, & qu'elle brille dans toute sa largeur, parce que le soleil l'éclaire en face & non pas de côté.

Après la pleine lune, arrive le décours, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la lune; elle est d'abord ovale, puis *dichotome* ou sous la forme d'un demi-cercle, & c'est le DERNIER QUARTIER.

Bientôt le demi-cercle de lumière diminue & prend la forme d'un croissant qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil; la lune alors se trouve avoir fait le tour du ciel, & se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation; elle se rapproche du soleil & se perd enfin dans ses rayons, c'est ce qu'on appelle la NOUVELLE LUNE, ou la conjonction, autrefois la néoménie (*a*).

541. La mesure la plus naturelle du temps fut celle que présentoient ces phases de la lune; cet astre en changeant tous les jours d'une manière sensible le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure, & recommençant ensuite un nouvel ordre de changemens tous semblables, offroit une règle publique, & des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanacs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire; les familles nouvellement formées, & dispersées dans les plaines de Sennaar, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la lune.

542. LA NÉOMÉNIE servit à régler les assemblées, les sacrifices, les exercices publics; ce culte & ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication. On comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément on s'assembloit le soir sur les hauteurs; quand le croissant avoit été vu, on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois qui étoit suivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes

(*a*) Νέος *Novus*, Μήνη *Luna*.

qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons, étoient les plus solemnelles ; il semble qu'on y reconnoisse l'origine de nos quatre temps, comme on voit celles de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens. On retrouve dans l'écriture & dans les histoires de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle lune, de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prieres.

543. Il se passe à peu-près 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre, c'est une observation facile, & les premiers pasteurs ne manquerent pas de la faire ; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire*, LUNAISON, ou révolution synodique de la lune : nous en verrons bientôt une détermination rigoureuse (557) ; cette lunaison fut la plus ancienne mesure du temps.

544. En observant avec tant d'exactitude les phases de la lune, on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil qui paroissent au moins tous les 4 ou cinq ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de lune fini, & la premiere phase d'une nouvelle lune, c'est-à-dire, entre le temps où la lune s'approche le plus du soleil, & celui où elle commence à s'en éloigner par le côté opposé : on apperçoit alors sur le soleil un corps rond & parfaitement noir, on le voit se glisser peu-à-peu devant le disque du soleil & en intercepter la lumière, du moins en partie ; quelquefois se placer dans le milieu de son disque, & y paroître environné d'une couronne de lumière ; d'autres fois enfin le couvrir en entier & nous plonger dans les ténèbres, comme en 1724. (art. 635).

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la lune qu'on avoit vu les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le soleil, & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours après se placer de l'autre côté ou à l'orient du soleil, & s'en éloigner avec la même vîtesse.

545. La lune après avoir intercepté la lumière du soleil en plein jour paroissoit absolument noire & opaque ; on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée, & que le côté qu'elle tournoit vers nous dans le temps d'une éclipse de soleil ne pouvant recevoir aucune lumière du soleil, ne nous en rendoit aucu-

ne. C'eſt ainſi que les premiers obſervateurs dûrent comprendre que la lune étoit un globe opaque & maſſif qui n'avoit pas de lumière par lui-même, & qui ne paroiſſoit lumineux que dans la partie éclairée par le ſoleil; on voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuſe & plus reſplendiſſante que quand elle étoit oppoſée au ſoleil, de manière à être vue de face, & à nous réfléchir toute la lumière que le ſoleil envoyoit ſur ſa ſurface ou ſur ſon diſque; preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumiere empruntée.

546. Quatorze ou quinze jours après une éclipſe de ſoleil, il arrive quelquefois une éclipſe de lune. Avant qu'elle commence on voit la lune pleine, ronde, lumineuſe & oppoſée au ſoleil; elle ſe lève le ſoir au coucher même du ſoleil, elle paſſe toute la nuit ſur l'horizon; c'eſt le temps de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE, (540); mais en peu de temps la lune perd cette grande lumière & diſparoît à nos yeux, on voit que la terre placée entre la lune & le ſoleil eſt l'obſtacle qui empêche la lune d'être alors éclairée par le ſoleil.

547. Le ſoleil éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié qui eſt éclairée, & que nous l'appercevons toute entière; ſi nous ſommes placés de côté, enſorte que nous ne puiſſions voir que la moitié de la partie éclairée, c'eſt-à-dire, de l'hémiſphère expoſé au ſoleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroiſſoit dans la pleine lune, c'eſt à-dire, que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumière; la lune paroîtra en quartier, & ainſi des autres ſituations; telle eſt la cauſe des phaſes de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus ſenſible.

Soit *S* le ſoleil, (*fig*. 63.) *T* la terre autour de laquelle tourne la lune dans ſon orbite; *EO* le globe de la lune placé entre la terre & le ſoleil, c'eſt-à-dire, en CONJONCTION, ou au temps de la nouvelle lune; alors la partie *E* eſt ſeule éclairée du ſoleil; au contraire la partie *O* eſt la ſeule viſible pour nous qui ſommes en *T*: ainſi *l'hémiſphère éclairé* eſt préciſément celui que nous ne voyons point, & *l'hémiſphère viſible* eſt celui qui n'eſt point éclairé du ſoleil; telle eſt la cauſe qui rend alors la lune inviſible pour nous, vers le temps de la nouvelle lune (540).

Au

Au contraire, quand la lune est opposée au soleil, l'hémisphère éclairé *L* est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée, & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumière que la lune répand; son disque visible *L* est le même que son disque éclairé; c'est pourquoi la lune nous paroît pleine, c'est-à-dire, ronde & lumineuse, quand elle est en OPPOSITION.

548. Quand la lune est éloignée de 90° du soleil ou environ, c'est-à-dire à peu-près à moitié chemin de *O* en *L* ou de la *conjonction* à *l'opposition*, l'hémisphère visible est *AQZ*; l'hémisphère éclairé par le soleil est *MZQ*; ainsi nous ne voyons que la moitié de cet hémisphère éclairé, qui paroissoit tout entier & comme un cercle complet dans le temps de l'opposition; nous ne voyons donc qu'un demi cercle de lumière, tel qu'il est représenté séparément en N; la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil.

549. Lorsque la lune est à 45° du soleil, nous disons qu'elle est dans son PREMIER OCTANT, alors la partie éclairée ou qui regarde le soleil est *CDF*, la partie visible est *BCD*; ainsi nous n'appercevons que la partie *CD* de l'hémisphère éclairé: alors la lune paroît sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en *G*, nous ne voyons alors que la huitième partie du globe lunaire, & la lune est éloignée du soleil de la huitième partie d'un cercle: c'est ce qui a fait appeller cette phase un *octant*; mais la partie éclairée n'est qu'à peu-près la septième partie de la surface de son disque visible.

Dans le SECOND OCTANT, qui arrive après la quadrature, l'hémisphère visible est *HIK*, l'hémisphère éclairé par le soleil est *IKP*; ainsi il ne manque à la lune que la petite portion *IH*, pour que nous puissions voir la partie éclairée toute entière; nous verrons alors plus de la moitié du disque lunaire, & la lune paroîtra sous la forme *R*; ce qui manque à son cercle est de la même grandeur que la partie éclairée dans le premier octant, quand la lune étoit en *C*.

Le troisième octant *V* qui arrive 45° au-delà de l'opposition, est semblable au second octant; & le quatrième octant *Y* est pareil au premier octant *G*.

550. Pour calculer exactement la portion lumineuse & visible du disque lunaire, soit *S* le soleil (*fig. 64.*), *T* le

centre de la terre, *C* le centre de la lune, *AE* le diamètre de la lune, perpendiculaire au rayon du soleil, & qui sépare la portion éclairée *ANE*, de la portion obscure *ADE*; le diamètre lunaire *ND* perpendiculaire au rayon *TC* de la terre, sépare la partie visible *DAN* de la partie invisible *DEN*; on abaissera de l'extrémité *A* du demi-cercle lumineux *ENA* une perpendiculaire *AB* sur le diamètre *ND* de la lune, & la ligne *NB* sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphère lumineux; en effet, de tout l'hémisphère lumineux *ANE* il n'y a que la partie *AN* qui soit comprise dans l'hémisphère visible *DAN*, & l'arc *AN* ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *BN*, par la même raison que le demi-cercle entier *NAD* ne paroît que comme un simple diamètre *NBD*, & qu'un hémisphère entier ne paroît que comme le cercle ou plan qui en est la projection (673). La portion *NB* du diamètre visible *NBCD*, est le sinus verse de l'arc *NA*; cet arc *NA*, ou l'angle *NCA*, est égal à l'angle *CTF*, en supposant *TF* parallele à *CS*; car l'angle *NCA* est le complément de l'angle *FCT*, à cause de l'angle droit *NCT*; mais l'angle *FCT* est le complément de l'angle *FTC* à cause du triangle rectangle *CFT*; donc l'angle *NCA* est du même nombre de degrés que l'angle *FTC*; cet angle *FTC* est égal à l'élongation de la lune ou à la distance de la lune au soleil, parce que le soleil est supposé sur la ligne *TF* de même que sur la ligne *CS*, à cause de la distance du soleil qui est prodigieuse en comparaison de *CF*; donc l'arc *NA* est égal à l'élongation de la lune; donc dans les différentes phases de la lune *la largeur du segment lumineux de la lune, est égale au sinus versé de l'angle d'élongation*, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la lune, ou la demi-distance des cornes du croissant. Par exemple, quand la lune, quatre à cinq jours après sa conjonction, est à 60° du soleil, sa partie lumineuse *NB* paroît la moitié du rayon *NC* ou le quart du diamètre entier *ND* de la lune, parce que le sinus verse de 60° dans un cercle quelconque est la moitié du rayon de ce cercle. Si le disque lunaire est exprimé par un cercle *GNH* (*fig.* 83.), dont *C* soit le centre, *Nb* égal à la moitié du rayon *CN*, on aura *NB* pour la largeur du croissant de la lune, à 60 degrés d'élongation.

551. Les réflexions précédentes font voir que ce n'est pas exactement le sinus verse de l'élongation, mais plutôt le sinus verse de l'angle extérieur du triangle formé au centre de la lune par des rayons qui vont au soleil & à la terre. En effet, nous avons supposé dans la démonstration précédente, que les lignes *CS* & *TF* menées au soleil, soit de la terre, soit de la lune, étoient sensiblement paralleles; cela n'est vrai qu'à peu-près, & à cause de la grande distance du soleil qui est 400 fois plus loin de nous que la lune; mais si les rayons *ST* & *SV* (*fig.* 65.) qui vont du soleil *S* à la terre *T* & à la planète ne sont pas paralleles, on aura l'angle extérieur *TVO* du triangle *SVT* égal à l'angle *NVA*; l'un & l'autre étant le complément de l'angle *AVT*; or la partie éclairée & visible *NB* est égale au sinus verse de l'angle *NVA*, donc le diamètre entier est à la largeur de la partie éclairée & visible d'une planète, comme le diamètre du cercle est au sinus verse de l'angle au centre de la planète, extérieur au triangle formé au soleil, à la terre & à la planète.

552. La courbure *GBH* (*fig.* 66.) qui forme l'intérieur du croissant est une *ellipse*, dont le grand axe *GH* est égal au diamètre même du disque lunaire: pour le prouver nous nous contenterons d'observer que *GBH* est la circonférence du cercle *terminateur* de la lumière & de l'ombre, ou du cercle qui sépare l'hémisphère éclairé de l'hémisphère obscur de la lune; ce demi-cercle est vu de côté, sous une inclinaison qui est le complément de l'angle d'élongation, c'étoit l'angle *ACT* (*fig.* 64.): or un cercle vu obliquement paroît toujours sous la forme d'une ellipse (674); donc *GBH* étant une circonférence vue obliquement, doit paroître le contour d'une ellipse.

Je dis encore que son grand axe est le diamètre même *GH* du disque lunaire; car tous les grands cercles d'un globe se coupent en deux parties égales, ainsi le cercle visible *GNH* & le cercle terminateur *GBH* sur le globe de la lune se coupent en deux parties égales; & en deux points diamétralement opposés; donc le diamètre *GCH* est la commune section de ces deux cercles. C'est pourquoi les cornes *G* & *H* du croissant sont toujours éloignées entre elles d'un demi-cercle, & l'on peut en tout temps mesurer le diamètre de la lune en mesurant la distance des cornes.

553. On voit distinctement après la nouvelle lune que le croissant qui en fait la partie la plus lumineuse, est accompagné d'une lumière foible répandue sur le reste du disque, qui nous fait entrevoir toute la rondeur de la lune; & qu'on appelle LA LUMIÈRE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumière du soleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre: quand la lune est en conjonction pour nous avec le soleil, la terre est pour elle en opposition; c'est proprement pleine terre pour l'observateur qui seroit placé dans la lune, comme dit Hévélius, & la clarté que la terre y répand est telle que la lune en est illuminée beaucoup plus que nous le sommes par un beau clair de lune qui nous fait appercevoir tous les objets. La lune étant bien plus petite que la terre, la lumière que la terre y répand doit être bien plus grande que celle qu'elle en reçoit, il n'est donc pas étonnant que la lune puisse la réfléchir jusqu'à nous, & que cette lumière nous fasse voir la lune. Nous l'appercevrions toute entière lorsqu'elle est en conjonction, si le soleil que nous voyons en même temps n'absorboit entiérement cette lueur terrestre réfléchie sur le globe lunaire, & n'empêchoit alors de voir la lune; mais quand le soleil est couché & le crépuscule presque fini, nous appercevons très-distinctement la lumière cendrée.

La lumière cendrée est cause d'un autre phénomène optique fort sensible, c'est la dilatation apparente du croissant lumineux, qui paroît être d'un diamètre beaucoup plus grand que le disque obscur de la lune; cela vient de la force d'une grande lumière placée à côté d'une petite, l'une efface l'autre & l'absorbe; le croissant paroît enflé par un débordement de lumière qui s'éparpille dans la rétine de l'œil, & élargit le disque de la lune; l'air ambiant éclairé par la lune augmente encore cette illusion.

554. La lumière de la lune n'est accompagnée d'aucune chaleur, M. Tschirnausen avec ses verres brûlans ne put la rendre sensible (*Hist. acad.* 1699). M. de la Hire le fils exposa le miroir concave de l'observatoire qui a 35 pouces de diamètre aux rayons de la pleine lune, & il rassembla ces rayons dans un espace 306 fois plus petit que dans l'état naturel: cependant cette lumière concentrée ne produisit pas le moindre effet sur le thermomètre de M. Amontons, qui étoit très-sensible; (*Mém. acad.* 1705).

M. Bouguer a trouvé par expérience que la lumière de la lune est 300 mille fois moindre que celle du soleil, & cela en les comparant l'une & l'autre avec la lumière d'une bougie placée dans l'obscurité. (*Traité d'Opt. sur la gradat. de la lumière, in-4°, 1760*).

Des Inégalités de la Lune.

555. Les plus anciens Philosophes comprirent d'abord que la lune tournoit chaque mois tout autour de la terre, qu'elle en étoit la compagne, &, comme nous disons actuellement, *le Satellite*; Aristote, au rapport d'Averroës, disoit que la lune lui paroissoit comme une terre éthérienne; on peut voir dans Macrobe & dans Plutarque, tout ce que les Philosophes avoient dit à ce sujet.

Les premiers Observateurs dûrent reconnoître bien facilement que dans l'espace de 59 jours la nouvelle lune arrivoit deux fois, en sorte que la durée d'une lunaison étoit de 29 jours & demi; mais cette règle, à peu près vraie, étoit sujette à plusieurs exceptions & à plusieurs inégalités qu'on ne developpa que bien long-temps après.

556. La première connoissance exacte que l'on ait eue dans la Grèce du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de sa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 ans avant J. C. Il avoit reconnu ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années solaires il se passoit 235 mois lunaires complets; & cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans, aussi cette découverte parut si belle dans la Grèce qu'on en grava les calculs en lettres d'or; on s'en sert encore dans le Calendrier, & l'on appelle *Cycle lunaire* la révolution de 19 ans qui ramene les nouvelles lunes aux mêmes jours de l'année civile. Le *Nombre d'or* est celui qui indique l'année du Cycle lunaire, il est marqué par l'unité 1, toutes les fois que la nouvelle lune arrive le premier Janvier comme en 1767.

557. Cette période fait voir que le retour de la lune à sa conjonction est 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes, c'est ce qu'on appelle lunaison, mois synodique, ou *révolution synodique*. Pour que la lune, après avoir fait une révolution entière dans son orbite, arrive

jusqu'au soleil, il faut qu'elle parcoure encore les 29°. que le soleil a fait dans l'écliptique en 29 jours par son mouvement annuel; ainsi quand la lune a atteint le soleil, il y a plus de deux jours que sa véritable révolution est finie, & celle-ci ne dure que 27j 7h 43′ 4″½, c'est ce qu'on appelle la *révolution périodique*, il y faut ajouter 7″, si l'on veut avoir la révolution sydérale (321); mais on ne fait point usage de celle-ci, parce que c'est aux équinoxes que se rapportent les mouvemens célestes.

558 Les inégalités de la lune dérangent beaucoup l'uniformité de cette révolution moyenne que nous venons de déterminer. En observant chaque jour le lieu de la lune pendant l'espace d'un mois, il n'étoit pas difficile d'appercevoir qu'au bout de sept jours il y avoit environ six degrés d'inégalité, qu'après 14 jours l'inégalité disparoissoit, & qu'au bout de 21 elle revenoit en sens contraire pour disparoître à la fin des 27 jours de la révolution.

559. Mais en faisant la même suite d'observation, en différens mois & en différentes années, on vit encore que les points du ciel où l'inégalité disparoissoit (496), c'est-à-dire l'apogée ou le périgée, étoient fort différens, & qu'à chaque révolution ils avançoient de 3 degrés environ. En effet l'apogée de la lune fait le tour du ciel en 3231j 8h 34′ 57″½ par rapport aux équinoxes, & en 3232j 11h 14′ 31″ par rapport aux étoiles: c'est environ 9 ans.

La lune étant plus éloignée de nous dans le temps de son apogée, son diamètre apparent est alors le plus petit, il est de 29 minutes & demie seulement; 14 jours après il paroît sous un angle de 33½, lorsque la lune est périgée. Cela seul suffit pour nous faire juger du temps où la lune est dans ses apsides; l'observation du diamètre de la lune nous montre en même temps quel est le lieu de son apogée dans le ciel, & suffit pour en faire voir les changemens & la révolution.

560. La premiere inégalité ou l'équation de l'orbite de la lune est quelquefois de 5 degrés, quelquefois de 7° ½ suivant les situations du soleil par rapport à la lune & à son apogée, comme si l'orbite de la lune s'allongeoit & devenoit plus excentrique toutes les fois que le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune. Pour exprimer cette différence les Astronomes supposent d'a-

bord l'équation moyenne de l'orbite de 6° 18′ ½, & ils employent une autre équation de 1° 20′ ½ sous le nom de seconde inégalité ou *Evection*, celle-ci dépend de la double distance de la lune au soleil moins l'anomalie moyenne de la lune. Ce fut Ptolomée qui reconnut cette inégalité de la lune vers l'année 120 de J. C. Nous parlerons de la cause qui la produit à l'art. 1052.

561. La troisième inégalité de la lune dépend encore de la situation du soleil, dont l'attraction dérange sans cesse les mouvemens de la lune. Cette inégalité fut découverte par Tycho-Brahé vers l'an 1600, on l'appelle *variation*; elle est de 37′, & change tous les trois ou quatre jours; car elle est nulle dans les nouvelles lunes, dans les pleines lunes & dans les quadratures, elle est la plus forte dans les octans, c'est-à-dire à 45 degrés des syzygies & des quadratures.

562. La quatrième inégalité s'appelle *équation annuelle* de la lune, elle fut encore apperçue par Tycho: cette équation n'est que de 11′ ½; mais comme elle ne se rétablit que tous les ans, son effet étant plus lent devenoit sensible sur un plus grand nombre d'observations, & il étoit difficile de la méconnoître même d'après le simple examen des lieux de la lune observés pendant un an.

563. Lorsque Newton eut reconnu que l'attraction du soleil étoit la cause des trois dernières inégalités de la lune, il comprit bien qu'il devoit y en avoir d'autres à raison du grand nombre de circonstances qui modifient & troublent ces attractions; les calculs qu'en ont fait les Géomètres, & plus encore l'examen pénible & la comparaison suivie des observations les plus exactes, ont fait reconnoître dix autres inégalités, d'une, de deux, de trois minutes, qui toutes ensemble forment enfin des tables de la lune qui ne s'écartent jamais du ciel de plus d'une minute; celles de M. Mayer, dont l'exactitude est la plus reconnue, ont déja été imprimées plusieurs fois depuis 1770, elles sont dans la seconde édition de mon *Astronomie*, & elles ont mérité une récompense considérable du Parlement d'Angleterre à la veuve de ce célèbre Astronome.

564. L'accélération du moyen mouvement de la lune, ou de ses périodes, est telle que le mois lunaire paroît actuellement de 22 tierces plus court qu'il n'étoit il y 2000 ans, ce qui produit un degré d'erreur sur le lie

de la lune, quand on le calcule pour l'année 300 avant J. C. en employant le mouvement de la lune observé dans ce siècle-ci; j'ai donné les calculs de cette équation séculaire de la lune dans les *Mémoires de* 1757, avec les raisons qui peuvent la faire admettre.

Des Nœuds & de l'Inclinaison de l'Orbite lunaire.

565. L'orbite de la lune est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planètes (422); ainsi la lune traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après avoir traversé l'écliptique dans un de ses nœuds elle s'en s'éloigne de 5 degrés: sans cette inclinaison nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, & une éclipse de lune le jour de l'opposition; mais au contraire, il y a des années entières où il n'arrive aucune éclipse de lune (par exemple, en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition la lune est trop éloignée de son nœud, & se trouve par conséquent au dessus ou au-dessous de l'écliptique, où restent toujours le centre du soleil & l'ombre de la terre.

566. Cette inclinaison qui n'est que de 5° dans les nouvelles lunes ou les pleines lunes qui arrivent à 90 degrés des nœuds, se trouve de 5° 17′ ½ dans les quadratures. Ce fut Tycho-Brahé qui fit le premier cette importante observation. On en verra la cause art. 1063: l'inclinaison moyenne est de 5° 8′ 46″.

567. LE NOEUD ASCENDANT de la lune ou celui par lequel elle traverse l'écliptique en s'avançant vers le nord, s'appelle quelquefois *la tête du dragon*, & se désigne par ce caractère ☊: le nœud descendant ou queue du Dragon par celui-ci ☋.

568. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune, c'est la promptitude de leur mouvement; si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du Bélier ou dans le point équinoxial (comme cela arrivoit au mois de Juin 1764) dix-huit mois après c'est dans le commencement des Poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire, que son nœud a retrogradé de 30° ou d'un signe entier; & il fait le tour du ciel dans l'espace de 18 ans. Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître en voyant la lune éclipser, par exemple,



la belle étoile du cœur du Lion ou *Regulus* qui est sur l'écliptique même: quand la lune éclipse *Regulus* (comme cela arrivoit au mois de Juin 1757) elle est évidemment dans son nœud, donc alors le nœud est à 4s, 26d de longitude comme *Regulus*. Mais quatre ou cinq ans après la lune passant au même degré de longitude se trouve à cinq degrés au-dessus ou au-dessous de l'étoile; cela prouve que le nœud est à 90°. de l'étoile. Au bout de 18 ans la lune repasse vers les mêmes étoiles, & tout recommence dans le même ordre. Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la lune faisoient une révolution entière contre l'ordre des signes en 18 années communes & 228 jours, ou 6798j 4h 52′ 52″ 3, par rapport aux équinoxes, & de 6803j 2h 55′ 18″ 4, par rapport aux étoiles.

569. Tycho-Brahé reconnut aussi dans le mouvement du nœud une inégalité qui va jusqu'à 1° 46′ en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se réduisoit à une équation de la latitude de la lune, qui est de 8′ 49″ multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la lune & le soleil moins l'argument de latitude de la lune. Le lieu du nœud de la lune au commencement de 1772 étoit de 7s 4° 46′, cela suffiroit pour trouver sa situation en tout temps.

Du Diamètre de la Lune.

570. Le diamètre apparent de la lune varie comme la parallaxe, à raison de ses diverses distances à la terre; le plus grand diamètre périgée est de 33′ 34″ dans ses oppositions, & le plus petit diamètre, lorsque la lune est apogée & en conjonction, n'est que de 29′ 25″.

La manière la plus simple de le mesurer est d'observer le temps que le disque de la lune employe à traverser le fil d'une lunette, lorsque la lune est pleine & qu'on voit les deux bords (529); mais il faut avoir égard au retardement diurne de la lune qui fait qu'elle employe plus de temps que le soleil à traverser le méridien, lors même que son diamètre n'est pas plus grand. Dans les temps où le disque n'est éclairé qu'en partie, on ne peut employer que les micromètres (533) pour mesurer le diamètre de la lune.

571. Lorsque la lune est plus près du zénit, elle est aussi plus près de nous; ainsi son diamètre apparent paroît plus grand dans la même proportion. Soit *T* le centre de la terre (*fig.* 67.); *O* un observateur situé à la surface de la terre; *Z* la lune située au zénit de l'observateur: si la distance *ZO* de la lune à l'observateur est plus petite d'un soixantième que la distance *ZT* de la lune au centre de la terre, le diamètre apparent vu du point *O* sera plus grand d'un soixantième que le diamètre vu du centre *T* de la terre.

De même si la lune est située en *L*, de manière que sa hauteur au-dessus de l'horizon soit égale à l'angle *LOH*, sa distance au zénit étant égale à l'angle *LOZ*, on voit que la distance *LO* sera plus petite que la distance *LT* au centre de la terre; le seul cas où cette augmentation sera nulle, est celui où la lune sera dans l'horizon même en *H*, car alors elle sera presque également éloignée du point *O* & du point *T*; voilà pourquoi l'on appelle *Diamètre horizontal* de la lune, celui qui est vu du centre de la terre, parce qu'il est aussi égal au diamètre que nous observons quand la lune est à l'horizon.

572. Lorsqu'on connoît le diamètre horizontal de la lune, il est aisé de trouver le *diamètre augmenté* à raison de la hauteur sur l'horizon, puisqu'ils sont entr'eux comme le côté *LO* est au côté *LT*. Dans le triangle *LOT*, l'angle *OLT* est ce qu'on appelle la *Parallaxe de hauteur* (580); l'angle *LOZ*, ou son supplément *LOT*, qui a le même sinus, est la distance apparente au zénit; l'angle *LTO* est la distance vraie de la lune au zénit, vue du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les sinus des côtés sont comme les sinus des angles opposés; ainsi le côté *LO* est au côté *TL*, comme le sinus de l'angle *OTL* est au sinus de l'angle *LOT*; donc le diamètre horizontal est au diamètre apparent, comme le sinus de la distance vraie de la lune au zénit, vue du centre de la terre, est au sinus de la distance apparente de la lune au zénit, vue du point *O*.

573. Il est vrai que la lune, quand elle paroît à l'horizon derriere les plaines & les montagnes, semble être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire; mais c'est une illusion optique, & elle a lieu de même pour les autres

aſtres. Il ſuffit de regarder la lune dans une lunette quelconque, dans un tube de papier, & même, ſi l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour ſe convaincre que l'augmentation n'eſt point réelle, & que le diamètre de la lune eſt vu au contraire alors ſous un plus petit angle, que lorſque la lune eſt à une plus grande hauteur.

Il eſt difficile de ſe former une idée claire de la cauſe de cette illuſion, ſi ce n'eſt en admettant avec tous les Opticiens ce jugement tacite, commun, forcé, involontaire, par lequel nous avons coutume d'eſtimer fort grands les objets que nous jugeons être fort éloignés, en même temps que nous jugeons les objets fort éloignés lorſque nous voyons à la fois beaucoup de corps interpoſés entre nous & ces objets; or quand on voit la lune au-delà d'une plaine dont les objets ſont encore éclairés, on diſtingue les objets interpoſés; la lune fait alors la ſenſation que font les objets qu'on a coutume de juger fort éloignés, à cauſe du grand nombre des objets intermédiaires, & elle excite malgré nous l'idée d'un objet très-grand, ſans que pour cela elle paroiſſe ſous un plus grand angle, ni qu'elle peigne ſur nôtre rétine une plus grande image.

De la Parallaxe de la Lune.

574. La Parallaxe (*a*), eſt la différence entre le lieu où un aſtre paroît, vu de la ſurface de la terre, & celui où il nous paroîtroit, ſi nous étions au centre; on l'appelle quelquefois *Parallaxe diurne*, pour la diſtinguer de la parallaxe annuelle (441).

Tous les mouvemens céleſtes doivent ſe rapporter au centre de la terre pour paroître réguliers, car les différens points de la ſurface de la terre étant ſitués fort différemment les uns des autres, un aſtre doit leur paroître dans des aſpects différens, c'eſt au centre qu'il faut ſe tranſporter, afin de voir tout à ſa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvemens céleſtes; ainſi

(*a*) παραλλάττω, *tranſmuto*, Παράλλαξις, *differentia*; la parallaxe vient en effet d'un changement de ſituation de la part de l'obſervateur, & produit un changement dans la ſituation apparente de l'aſtre.

nous sommes obligés de calculer sans cesse la parallaxe, pour réduire le lieu d'une planète observé à celui que nous eussions vu du centre de la terre.

575. Soit *T* le centre de la terre, (*fig.* 67.), *O* le point de la surface où est placé l'observateur; *TOZ* la ligne verticale, ou la ligne qui passe par le zénit *Z*, par le point *O* de l'observateur, par le centre *T* de la terre & par le nadir. Une planète *P* située dans la ligne du zénit, répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre *T*, soit qu'on l'observe du point *O*; le point du ciel qui paroît à notre zénit marque également le lieu de l'astre dans les deux cas; ainsi *un astre qui paroît au zénit n'a point de parallaxe*: c'est le premier principe qu'il faut considérer dans cet examen des parallaxes.

576. Si la planète, au lieu d'être sur la ligne du zénit *TOPZ*, paroît sur la ligne horizontale *OH*, perpendiculaire à la premiere, sa distance *TH* au centre de la terre étant la même que la distance *TP*, le lieu de la planète *H* vu du centre de la terre, est sur la ligne *TH*, le lieu de la planète, vu du point *O*, est sur la ligne *OH*: ces deux lignes *TH* & *OH* ne répondent pas au même point du ciel; car au-delà du point *H*, où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre; & dans la sphère des étoiles fixes, elles rencontreront deux points différens, & indiqueront pour l'astre situé en *H* deux situations différentes; cette différence est ce que nous appellons parallaxe.

577. Comparons ces deux différentes situations, ou ces deux différens points, avec le point du zénit ou le point du ciel qui est sur la ligne *TOZ* menée par le centre & par le point *O* de la surface: l'angle *ZOH* formé par la ligne verticale *OZ*, & par la ligne *OH*, sur laquelle paroît la planète, est la distance apparente de l'astre au zénit; si nous étions au centre *T*, l'angle *ZTH* seroit la vraie distance de l'astre au zénit, ou la quantité de degrés dont la ligne *TH*, menée à l'astre, différeroit de la ligne *TZ* menée au zénit.

578. La distance apparente *ZOH* est plus grande que la distance vraie *ZTH*; car dans le triangle rectiligne *HTO*, dont le côté *TO* est prolongé en *Z*, l'angle extérieur *ZOH* est égal aux deux intérieurs *T* & *H*; donc il est plus grand que l'angle *T* de la quantité de l'an-

gle *H*: ainsi la distance apparente de l'astre *H* au zénit est plus grande que la distance vraie *ZTH*. La différence de ces deux distances & l'angle *OHT*, qui s'appelle la *Parallaxe horizontale*, si la ligne *OH* est horizontale, comme nous l'avons supposée, c'est-à-dire, si le lieu apparent de l'astre qu'on observe, est sur l'*horizon apparent OH*, ou sur la tangente menée par le point *O* de la surface terrestre. Dans le triangle *TOH* rectangle en *O*, on a cette proportion en prenant l'unité pour rayon ou sinus total; 1 : sin. *OHT* : : *TH* : *OT*: donc le sinus de la parallaxe horizontale est égal à $\frac{OT}{TH}$, c'est-à-dire, que le rayon de la terre divisé par la distance de l'astre, donne une fraction qui dans les tables des Sinus indique la parallaxe.

579. La parallaxe d'un astre est donc l'angle formé au centre de l'astre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, & l'autre au point de la surface où est l'observateur; c'est l'inclinaison des deux lignes qui partent du centre & de la surface, pour aller se réunir au centre de la planète; enfin, c'est aussi l'angle sous lequel paroît le rayon de la terre, ou la distance de l'observateur au centre de la terre, lorsque cette distance ou ce rayon sont supposés vus du centre de la planète.

Le triangle *TOH* s'appelle *Triangle parallactique*; il est toujours situé verticalement, puisque le côté *OT* étant une ligne verticale, le plan du triangle fait sur *OT*, ne sauroit être incliné; ainsi, tout l'effet de la parallaxe se fait de haut en bas, dans le plan d'un cercle vertical. D'ailleurs, il est aisé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement sous nos pieds, c'est-à-dire, dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'écarter de ces cercles; ainsi la parallaxe est toute en hauteur, c'est-à-dire, qu'elle abaisse les astres du haut en bas, & dans un vertical, sans faire paroître l'astre à droite ni à gauche du vertical. De-là il suit que la parallaxe ne change point l'azimut d'une planète; de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'ascension droite d'un astre, parce que le vertical est alors perpendiculaire à l'équateur, & que tous les points du vertical répondent au même point de l'équateur.

580. Jusqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que pour le cas où l'astre est à l'horizon, c'est-à-dire, où l'angle *ZOH* est un angle droit, & nous avons appellé *parallaxe horizontale* celle qui a lieu dans ce cas-là (578) : si la planète *L* se trouve plus près du zénit, en sorte que l'angle *ZOL*, distance de la planète au zénit, soit un angle aigu, l'angle de la parallaxe *OLT* deviendra plus petit ; on l'appelle alors *parallaxe de hauteur*.

THÉOREME. Le *sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale, comme le sinus de la distance au zénit est au sinus de la parallaxe de hauteur*, en supposant que la distance de la planète au centre de la terre soit la même dans les deux cas, & que la terre soit sphérique.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle rectangle *HOT* on a cette proportion : *HT* est à *TO*, comme le sinus de l'angle droit *O* est au sinus de l'angle *THO* ; parce que dans tout triangle rectiligne les côtés sont comme les sinus des angles opposés. Dans le triangle *TOL* on a de même cette proportion : *TL* est à *TO* comme le sinus de l'angle *LOT* est au sinus de l'angle *TLO* ; dans cette derniere proportion on peut mettre au lieu de *TL*, son égale à *HT*, puisque la planète est supposée toujours à même distance du centre de la terre ; ainsi l'on a ces deux proportions, en nommant *R* le sinus de l'angle droit :

HT, *TO* : : *R* : sin. *H*. } donc *R* : sin. *LOT* : :
HT : *TO* : : sin. *LOT* : sin. *L*. } sin. *H* : sin. *L* ;

mais le sinus de l'angle obtus *LOT* est le même que celui de l'angle *LOZ*, ou de la distance de la planète au zénit ; donc le rayon est au sinus de la distance au zénit, comme le sinus de la parallaxe horizontale *H* est au sinus de la parallaxe de hauteur *L*.

581. Le sinus de la distance apparente au zénit est la même chose que le cosinus de la hauteur apparente, & le rayon est toujours supposé être l'unité ; ainsi, 1 : cosin. haut. : : sin. par. horiz. : sin. parall. de hauteur ; donc *le sinus de la parallaxe de hauteur est égal au sinus de la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente*.

582. La parallaxe horizontale de la lune, qui est la plus grande de toutes les parallaxes des planètes, ne va

qu'à un degré environ; or entre le ſinus d'un degré, & l'arc d'un degré, la différence eſt à peine de la valeur d'un quart de ſeconde; ainſi l'on peut prendre l'un pour l'autre, & dire en général que *la parallaxe de hauteur eſt égale à la parallaxe horizontale multipliée par le coſinus de la hauteur apparente.* C'eſt ainſi que j'énoncerai toujours à l'avenir le théorême général de la parallaxe de hauteur, dont je ferai un uſage fréquent; & nommant p la parallaxe horizontale, & h la hauteur apparente, je ſuppoſerai qu'on a toujours la parallaxe de hauteur $= p.$ coſ. h.

583. La parallaxe horizontale d'un aſtre eſt d'autant plus petite que ſa diſtance eſt plus grande; car plus le point H ſe rapprochera du point O, plus l'angle THO augmentera. Dans le triangle THO on a cette proportion, $TH : TO :: R :$ ſin. THO; ſi l'aſtre eſt en N on aura dans le triangle TNO cette proportion $TN : TO :: R :$ ſin TNO; la premiere proportion donne cette équation, TH ſin. $THO = R. TO$; la ſeconde proportion donne celle-ci, $TN.$ ſin. $TNO = R.$ TO; donc $TH.$ ſin. $THO = TN.$ ſin. TNO; donc $TH : TN ::$ ſin. TNO : ſin. THO; car en réduiſant cette derniere proportion en équation ou à l'équation TH. ſin. THO=TN. ſin. TNO; donc la diſtance TH dans le premier cas, eſt à la diſtance TN dans le ſecond cas, comme le ſinus de la parallaxe dans le ſecond cas eſt au ſinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonſtration auroit lieu, quel que fût l'angle TOH, pourvu que les points N & H fuſſent ſur une même ligne ONH; ainſi lorſque la hauteur apparente eſt ſuppoſée la même, les ſinus des parallaxes de hauteur ſont en raiſon inverſe des diſtances.

584. La parallaxe d'un aſtre augmente dans le même rapport que ſon diamètre apparent; en effet, lorſqu'un aſtre s'éloigne, il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverſe de ſa diſtance; mais ſa parallaxe horizontale diminue de la même maniere & dans le même rapport (583); ainſi le parallaxe d'un aſtre eſt toujours comme ſon diamètre. Si ce diamètre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planète, la parallaxe diminuera auſſi de moitié, & le même rapport ſubſiſtera toujours entre le diamètre apparent & la parallaxe horizontale d'un aſtre, quelle que ſoit ſa diſtance: ainſi le diamètre de la Lune eſt toujours les $\frac{6}{11}$ de ſa parallaxe,

& le cube de cette fraction marque la grosseur de la Lune ou son volume par rapport à la Terre $\frac{1}{49}$.

585. Lorsqu'on connoît la parallaxe horizontale d'un astre, il est aisé da connoître sa distance: en effet, dans le triangle rectangle THO, l'on connoît le demi-diamètre de la terre TO, qui est de 1432 ½ lieues, (chacune de 2283 toises), & l'angle HOT qui est de 90°, puisqu'on suppose la planète dans l'horizon; si donc on connoît de plus l'angle THO qui est la parallaxe horizontale, il sera aisé de résoudre le triangle TOH, & de connoître la distance TH; c'est ainsi qu'on a trouvé les distances en lieues rapportées à la fin de cet ouvrage; c'est ainsi que les astronomes parviennent à connoître l'étendue des espaces immenses que les planètes parcourent.

Méthodes pour trouver la Parallaxe horizontale d'une Planète.

586. Les astronomes ont travaillé dans tous les temps à connoître les distances des planètes par le moyen de leurs parallaxes, sur-tout la parallaxe de la lune qui est la plus sensible. Les éclipses de lune fournissent une méthode qui pouvoit être assez bonne autrefois pour trouver à-peu-près la parallaxe de la lune; on en verra la démonstration quand nous parlerons des éclipses (619).

587. On a sur-tout employé la méthode des plus grandes latitudes, qui consiste à observer combien la latitude méridionale de la lune, quand elle passe au méridien fort près de l'horizon, surpasse la plus grande latitude boréale quand la lune est fort haute: ces deux latitudes, qui seroient égales, vues du centre de la terre, ne peuvent différer qu'à raison de la parallaxe qui augmente l'une & qui diminue l'autre; ainsi quand on a la différence de ces deux latitudes observées, on peut en conclure la parallaxe qui a produit cette inégalité. Cette méthode fut autrefois celle de Ptolomée; Tycho & Flamstéed l'ont employée avec succès.

588. On a aussi employé la méthode des ascensions droites, dont Régiomontanus eut la premiere idée, il y a 300 ans; elle consiste à observer l'ascension droite d'une planète lorsqu'elle est près de l'horizon à l'Orient, & quelques heures après lorsqu'elle est du côté du Couchant; l'ascension droite est augmentée par la parallaxe dans

dans le premier cas, elle est diminuée dans le second, c'est-à-dire, quand l'astre est du côté du Couchant. Cette méthode a été principalement employée par M. Cassini & par Flamsteed pour trouver la parallaxe de Mars, & par conséquent celle du soleil.

589. La troisième méthode pour déterminer la parallaxe est celle qui suppose deux observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant tout à la fois la hauteur d'un astre dans le méridien ; c'est la plus naturelle & la plus exacte ; c'est celle que j'ai employée en 1751 lorsque M. l'Abbé de la Caille étoit au Cap de Bonne-Espérance, & que j'observois en même temps la lune à Berlin, pour trouver la parallaxe de la lune, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode aussi exacte (*Mém. de l'Acad.* 1751, *pag.* 457).

Le cas le plus simple de cette méthode est celui où l'on auroit un observateur en *O* (*fig.* 67) ; & un autre en *D*, qui seroit éloigné du premier de la quantité *OD* égale à peu-près à un quart de la terre. Le premier étant en *O*, il observeroit un astre *H* à l'horizon ; le second étant en *D* l'observeroit à son zénit ; dans ce cas l'angle *OHT*, qui est la parallaxe horizontale, seroit égale à l'angle *HTE*, c'est-à-dire au complément de l'arc *OD* qui est la distance des deux observateurs, ou la différence de leurs latitudes ; car je les suppose placés sous le même méridien.

Il est impossible que les circonstances locales nous donnent dans la pratique un cas aussi simple que celui-là ; ainsi nous allons voir ce qui arrive quand les deux observateurs sont à une distance quelconque, & que l'astre leur paroît à des hauteurs quelconques.

590. Supposons, comme en 1751, un observateur *B*, (*fig.* 68) situé à Berlin, & un autre en *C* ou au Cap de Bonne-Espérance ; *L* la lune que nous observions tous deux en même temps dans le méridien ; (il n'importe que ce soit précisément au même instant, pourvu qu'on sache de combien a dû varier la hauteur méridienne pendant l'intervalle des deux passages) ; *CLT* est la parallaxe de hauteur pour le Cap, *BLT* est la parallaxe de hauteur à Berlin, la somme de ces deux parallaxes est l'angle *CLB*, différence totale entre les positions de la lune, vues par les deux observateurs, ou argument total de la parallaxe horizontale ; ce seroit leur différence

si les Observateurs voyoient tous deux l'astre au Midi, ou tous deux au Nord. Quand on a les parallaxes de hauteur pour deux lieux quelconques, il est aisé d'avoir la parallaxe horizontale, puisqu'il ne faut que les diviser chacune par le cosinus de la hauteur observée; il ne s'agit donc que de diviser l'effet total *CLB* en deux parties qui soient entre elles comme les cosinus des hauteurs, & de diviser chacune de ces deux parties par le cosinus de la hauteur qui lui répond. C'est par cette méthode que j'ai trouvé la parallaxe de la lune dans les moyennes distances de 58′ 3″; mais elle varie soit à cause de la figure elliptique de l'orbite lunaire, soit à cause de l'attraction du soleil & de la lune. La plus grande parallaxe de la lune, (lorsqu'elle est dans son périgée & en opposition), est de 61′ 25″, la plus petite parallaxe qui a lieu dans l'apogée en conjonction, est de 53′ 53″, sous la latitude de Paris; l'applatissement de la terre fait qu'il y a 9″ de plus sous l'équateur, & 7″ de moins sous les poles, ensorte que la parallaxe équatoriale surpasse de 16″ la parallaxe polaire de la lune (821).

Ces méthodes ont fait trouver aussi que la parallaxe du soleil n'étoit que d'environ 10″; mais le passage de Vénus sur le soleil, observé en 1769, nous a appris avec plus de précision que cette parallaxe n'est que de 8 secondes & demie, d'où il suit que le soleil est 400 fois plus éloigné de nous que la lune, puisque sa parallaxe est 400 fois plus petite.

591. Quand on aura vu ci-après que la terre est applatie (816), on ne pourra s'empêcher d'en conclure que la parallaxe est un peu différente en différens pays, suivant que la distance au centre est plus ou moins grande. Les Astronomes ont cherché pendant bien des années une méthode facile de faire entrer cette considération dans le calcul des parallaxes, voici celle que je donnai dans nos Mémoires de 1764.

L'ellipse *POE* (*fig.* 69), représente un méridien de la terre, *P* le pole élevé, *O* le lieu de l'observateur, *ON* la verticale ou la perpendiculaire à l'horizon & à la surface de la terre en *O*; *CNH* la méridienne horizontale, ou la commune section du méridien avec l'horizon; *CON* l'angle de la verticale avec le rayon *CO*, qui est à Paris d'environ 15′, dont on donnera la Table (821), & que j'appelle *a*. La perpendiculaire *ON* est sensiblement égale au rayon *CO*, à cause de la petitesse de l'angle *CON*; la valeur du rayon *CO* pour dif-

férentes latitudes se trouvera dans le huitieme Livre, ainsi que la Table de la quantité, dont la parallaxe à chaque latitude terrestre est plus grande que la parallaxe polaire qui a pour base *CP* (821). La parallaxe qui auroit pour base *NO* seroit plus petite d'un cent millieme que la parallaxe horizontale, qui a pour base *CO*; mais on peut négliger ici cette différence, qui ne va qu'à un trentieme de seconde. Si l'observateur *O* étoit situé en *N*, il verroit encore la lune dans le même vertical où il la voit du point *O*, & au même point d'azimut sur l'horizon; mais cet azimut où la lune paroît, vue du point *O* ou du point N, quand la lune n'est pas au méridien, est différent de celui où elle paroîtroit, si on l'observoit du centre *C* de la terre; les rayons menés du point *C* & du point *N* jusqu'à la lune, font alors un angle que j'appelle la PARALLAXE D'AZIMUT. Si le rayon dirigé vers la lune est perpendiculaire à *CN*, cette ligne *CN* sera la sous-tendante ou la mesure de la parallaxe d'azimut; puisque dans les arcs très-petits les sinus & les tangentes ne different pas sensiblement des arcs, & si l'on appelle *p* la parallaxe horizontale qui répond au rayon *CO* ou *ON*, l'on aura 1 ou *CO*: sin. *a* ou *CN*:: *p*: parallaxe d'azimut; ainsi cette parallaxe qui répond à *CN* sera $= p$ sin. *a*, la lune étant à l'horizon & ayant 90^d d'azimut, c'est-à-dire, étant dans le premier vertical.

592. Si la lune s'éloigne vers le nord & que son azimut compté depuis le midi soit plus grand que 90^d, l'angle à la lune dont *CN* est la base, deviendra plus petit. Soit *CN* (*fig.* 70), la même ligne que dans la figure 69, tracée séparément, & qui s'étend horizontalement du midi au nord depuis le centre de la terre jusqu'à la verticale; que le rayon *CMR* soit dirigé vers le point de l'horizon où la lune répond & qui marque l'azimut de la lune, égal à l'angle *NCM* que j'appellerai *z*; la perpendiculaire *MN* abaissée du point *N* sur *CR* sera la mesure de la parallaxe d'azimut, au lieu de *CN*; en effet, c'est la même chose, quant à cette parallaxe, que la lune soit vue du point *C* ou du point *M*, l'un & l'autre point étant dans un même vertical, & d'ailleurs il vaut mieux quant à la mesure de cette parallaxe considérer la lune comme vue du point *M*. Or $MN = CN$ sin. *NCM*, ou *CN* sin. *z*; la parallaxe qui répond à *CN* est *p* sin. *a*, donc celle qui répond à *MN* est *p* sin. *a* sin. *z*: c'est la valeur générale de la parallaxe d'azimut, la lune étant à l'horizon, avec un azimut égal à *z*.

593. La parallaxe d'azimut employée dans le calcul des éclipses, (710) doit être mesurée sur un arc de grand cercle, tiré par le centre de la lune, parallélement à l'horizon ou perpendiculairement au vertical; ce petit arc ne change point, quelle que soit la hauteur de la lune, parce qu'il est formé dans tous les cas par la rencontre des lignes qui sont toutes

deux menées des points *M* & *N* à la lune, ou dans le plan de l'horizon, ou dans un même plan dont la partie *NM* est horizontale, & qui vont se réunir à la lune; ainsi la parallaxe d'azimut pour une hauteur quelconque de la lune sera encore *p* sin. *a*. sin. *z*: on en verra l'usage dans le calcul des éclipses (710).

594. Cette parallaxe d'azimut entraîne un petit changement dans la parallaxe de hauteur. En effet, si l'observateur étoit situé en *N* (*fig.* 69), la parallaxe de hauteur seroit mesurée par *ON*, & seroit *p* cos. *b*, suivant la règle ordinaire (582); mais la hauteur vraie vue du centre *C* de la terre est un peu moindre, si la lune est au midi du premier vertical; & un peu plus grande, si la lune est au nord ou du côté du pole élevé, puisque le rayon tiré du point *C*, & celui qui est tiré du point *N* n'ont pas la même inclinaison; il faut donc faire une correction à la parallaxe de hauteur trouvée par la règle ordinaire,

595. Soit *L* (*fig.* 70), la lune hors du méridien; *CML* le plan du vertical dans lequel se trouve la lune, ensorte que l'angle *LCM* soit la hauteur de la lune vue du centre de la terre, la ligne *CM* étant à la fois & dans le plan de l'horizon & dans le plan du vertical de la lune; soit aussi le petit arc *NM* perpendiculaire sur *CM*. La hauteur de la lune vue du centre *C* de la terre est plus petite que la hauteur vue du point *N* ou du point *M*, de la quantité de l'angle *CLM*; en effet, puisque le petit arc *NM* est perpendiculaire sur *CM*, il l'est aussi sur *LM*, parce qu'il est nécessairement perpendiculaire au plan du vertical *LMC* & à toutes les lignes tirées au point *M* de ce plan : ainsi la ligne *NM* étant comme infiniment petite par rapport à la grande distance *LM*, les lignes *LM* & *LN* sont sensiblement égales; le point *M* est donc placé de la même façon & à la même distance de la lune *L*, que le point *N*, donc la hauteur de la lune vue du point *N* ou du point *M* est sensiblement la même. Mais la hauteur de la lune vue du point *M*, qui est l'angle *LMR*, est plus grande que la hauteur vue du point *C*, c'est-à-dire, que l'angle *LCM*, de la quantité de l'angle *CLM*, parce que dans le triangle *CLM*, on a l'angle extérieur *LMR* égal aux deux intérieurs pris ensemble *LCM*, *CLM*; donc la hauteur de la lune vue du point *C* est plus petite que la hauteur vue du point *N*, de la quantité *CLM*.

596. Lorsque la lune est hors du méridien, cet angle *CLM* est plus petit que lorsque la lune est dans le méridien, & cela dans le rapport du cosinus de l'azimut au rayon. En effet, lorsque la lune est dans le méridien, (supposant que sa hauteur & sa distance soient les mêmes que dans le cas précédent), le point *M* tombe en *N*, l'angle *LCN* est la hauteur de la lune; car il faut concevoir le sommet *L* du triangle *CLM* relevé en l'air perpendiculairement au-dessus du plan de la figure. Si l'on examine dans ces deux cas la valeur de l'angle *CLM*, on ver-

ra que l'angle CLM a pour base la ligne CM, quand la lune est hors du méridien, & que dans le méridien il a pour base la ligne CN; comme tout est égal d'ailleurs, soit la distance CL, soit l'inclinaison du rayon CL sur la base CN ou CM, & que les lignes CM & CN sont extrêmement petites, les petits angles seront entre eux comme leurs bases CN & CM; mais dans le triangle CMN rectangle en N; CN est à CM comme le rayon est au cosinus de l'angle NCM qui est l'azimut de la lune; donc la différence CLM entre les hauteurs de la lune vues du point N & du point C, quand la lune est hors du méridien, est à cette même différence quand la lune est dans le méridien, à hauteur égale, comme le cosinus de l'azimut est au rayon.

597. L'angle MLC, dans le cas où il seroit le plus grand & où il auroit pour base la ligne entière CN, seroit égal à p sin. a (591); car il seroit alors la parallaxe d'azimut: si donc il avoit pour base & pour mesure le petit arc CM, nommant z l'azimut NCM, on aura cette proportion; 1 : cosin. z :: p sin. a : CLM; donc l'angle CLM seroit égal à p sin. a cosin. z, dans le cas où CL seroit perpendiculaire à CM, mais à cause de l'obliquité de la ligne CL & de l'angle LCR sur la base CM, qui diminue l'angle CLM, il n'a plus pour mesure que MS qui est à CM, comme le sinus de la hauteur MCS est au rayon, ou comme sin. b : 1, donc l'angle CLM est égal à p sin. a cos. z sin. b, équation de la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati.

598. Cette correction est additive à la parallaxe calculée pour le point N, lorsque la lune est entre le premier vertical & le pole élevé; dans tous les autres cas, on la retranche de la parallaxe calculée par la méthode ordinaire, & l'on a la véritable parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati. Je donnerai dans le Livre suivant (718) une méthode pour calculer les éclipses par les seules parallaxes de hauteur & d'azimut; c'est ce qui m'a déterminé à expliquer ici tout ce qui concerne ces parallaxes.

599. Quand on calcule la parallaxe de hauteur par la formule p cosin. b (582), on suppose le centre de la terre en N (*fig.* 69) sur la verticale ON, & l'on trouve la différence entre le lieu vu du point O & le lieu vu du point N, avec la même parallaxe horizontale, qui a pour base ON égale à OC, soit sur la terre sphérique, soit dans le sphéroïde; mais comme c'est au centre C qu'il est nécessaire de réduire le lieu de la lune, on est obligé d'ôter de la parallaxe p cos. b la correction p sin. a. sin. b. cos. z, qui devient additive quand l'azimut compté du point du midi ou du point opposé au pole élevé est plus grand que 90 degrés. C'est ainsi que l'on parvient sur la terre applatie, comme sur la terre sphérique, à réduire au centre C

de la terre le lieu vu du point O, par un petit changement de hauteur & d'azimut, quand on connoît les rayons de la terre, & les angles des verticales avec les rayons de la terre, dont on trouvera la Table dans le huitieme Livre (821).

LIVRE V.

Des Eclipses.

600. LES Eclipses (*a*) de soleil arrivent lorsque dans la conjonction la lune cache le soleil à nos yeux, & les éclipses de lune lorsque dans l'opposition la terre intercepte la lumière du soleil qui éclairoit la lune, ou que la lune entre dans l'ombre de la terre (544).

Si l'orbite de la lune étoit dans l'écliptique ainsi que l'orbite du soleil, il y auroit des éclipses dans toutes les conjonctions & dans toutes les oppositions, mais l'orbite de la lune est inclinée de 5° sur l'écliptique (565), & ne la coupe que dans les deux points que nous appellons les *nœuds*; ainsi les éclipses ne peuvent arriver que dans les temps où la lune est près de ces nœuds, & qu'elle est assez près de l'écliptique pour pouvoir nous cacher le soleil qui ne quitte jamais l'écliptique, ou entrer dans l'ombre de la terre qui est toujours aussi dans le plan de l'écliptique.

601. Le mouvement du soleil, celui de la lune, & celui de ses nœuds produit dans le retour des éclipses des inégalités continuelles, que les anciens durent avoir beaucoup de peine à démêler: il paroît que six à sept cents ans seulement avant J. C. on commença d'y appercevoir une espece de régularité.

602. Les anciens voyant que les éclipses n'arrivoient point dans des intervalles de temps uniformes & réguliers, chercherent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps; ils trouverent 6585 jours & 8 heures, qui

(*a*) Ἔκλειψις, *defectio*: c'est aussi de-là qu'on a tiré le mot d'écliptique, pour exprimer le cercle près duquel arrivent nécessairement les éclipses.

font 223 mois lunaires, ou 18 ans & 10 jours; il revenoit toujours une éclipse semblable au bout d'un pareil espace de temps, lorsque le soleil avoit fait 18 révolutions avec 10°. 40′. Dans cet intervalle, toutes les inégalités de la lune avoient eu leurs cours, & recommençoient toutes ensemble, soit en longitude, soit en latitude (*Almag. IV.* 2. *p.* 77). M. Halley appelle cet intervalle *Saros*, période *Caldaïque*, ou période de *Pline*: il est probable que si les Anciens parvinrent à prédire des éclipses, comme celle de Thalès 603 ans avant J. C. ce ne pouvoit être que par le moyen de cette période. C'est ainsi que M. Halley prédisit l'éclipse de soleil du deux Juillet 1684. v. 5. par le moyen de celle qu'on avoit observée le 22 Juin 1666; cette méthode suffit pour annoncer à peu-près les mois & les jours où il doit y avoir des éclipses, & même pour corriger les Tables & prédire très-exactement une éclipse par le moyen de celle qu'on a observée 18 ans auparavant.

603. Connoissant le lieu des nœuds de la lune, on choisit les mois de l'année où le soleil se trouve aux environs de ces nœuds, & l'on cherche les jours de la nouvelle lune & de la pleine lune dans ces mois-là, pour savoir si la latitude de la lune n'est que d'environ un degré, parce qu'alors on a lieu de croire qu'il peut y avoir éclipse.

604. Pour être certain qu'il peut y avoir éclipse dans une nouvelle ou pleine lune, & pour pouvoir en calculer les circonstances, il faut avoir l'heure & la minute de la conjonction ou de l'opposition, c'est-à-dire, l'instant où le lieu de la lune, calculé par les Tables, est le même que celui du soleil dans l'écliptique: il faut aussi calculer la latitude de la lune pour le moment de la conjonction; le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, la parallaxe & les diamètres du soleil & de la lune; c'est un préliminaire essentiel dans le calcul de toutes les éclipses de soleil ou de lune.

605. Avec les mouvemens horaires de la lune en longitude & en latitude, il faut trouver l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique; d'abord l'inclinaison de l'orbite vraie, ensuite celle de l'orbite relative; cela est nécessaire pour les éclipses de lune, & même pour les éclipses de soleil quand on veut en avoir les phases pour différens pays de la terre; voilà pourquoi je vais placer

[illegible] généraux du cal-
de la terre le lieu vu du point [illegible] de deux planètes,
hauteur & d'azimut, quand [illegible] éclipse ou un appul-
& les angles des verticaux [illegible] la quantité dont un
on trouvera la Table [illegible] ou le mouvement re-
[illegible] éclipse de soleil on deman-
[illegible] quelle direction la lune
L[illegible] pour cet effet de chercher
[illegible] planète surpasse celle de l'au-
[illegible], & combien une latitude
[illegible] espace de temps : ce n'est
[illegible] réel & absolu, de chacune des
600. L[illegible] d'un des mouvemens sur
la conjo[illegible] conjonction ou une éclipse.
éclips[illegible] faire aucune attention au mou-
cepe[illegible] planètes, pourvu qu'on donne à
la lu[illegible] des deux mouvemens, c'est-à-dire,
[illegible] seulement l'une des deux on lui
[illegible] longitude & de latitude par rapport à
[illegible] qu'elle en change réellement par la com-
[illegible] mouvemens pris ensemble ; on aura par
[illegible] conjonction apparente des deux astres, tout
[illegible] si l'on considéroit les deux mouvemens à

[illegible] pour calculer une conjonction de deux pla-
[illegible] considère que le mouvement relatif, c'est-
[illegible] mouvement de l'une par rapport à l'autre, &
[illegible] fixe l'une des deux ; cette supposition ne fait
[illegible] le calcul & ne change rien à l'état des
[illegible] car si une planète avance par heure de 36 minu-
[illegible], & l'autre de 2 minutes du même côté,
[illegible] évident qu'elles ne changeront que de 34 minutes
[illegible] par rapport à l'autre, & elles seront à la même di-
[illegible] que si l'une étant fixe, l'autre n'avoit eu que 34′
de mouvement. La distance à laquelle nous paroissent
les deux planètes, l'une par rapport à l'autre, est une
petite ligne droite, hypothénuse d'un triangle dont les
deux côtés sont la différence de longitude & la différence
de latitude ; ainsi cette distance sera toujours la même
quand on aura les mêmes différences en longitude & en
latitude, soit qu'elle soit le résultat de deux mouvemens
ou d'un seul.

608. On pourra donc faire un triangle *MNO* (*fig.* 71), dont les côtés *MN* & *NO* soient égaux chacun à la différence des mouvemens horaires en longitude & en latitude, l'angle *OMN* sera l'inclinaison de l'orbite relative, & *MO* le mouvement horaire sur cette orbite relative; on pourra supposer que le soleil étant resté fixe en *M*, la lune a décrit *MO*: par le moyen de cette supposition on voit que les deux planètes différeront, soit en longitude, soit en latitude, autant que lorsqu'on laissoit à chacune son mouvement particulier; tout se passera donc entr'elles, & toutes les apparences seront les mêmes qu'auparavant; la supposition de l'orbite relative *MO* ne fera que simplifier le calcul, en employant un seul mouvement qui équivaut aux deux autres.

609. Ainsi l'orbite relative *MO* est celle que l'on peut supposer à la place de l'orbite réelle, & dans laquelle pourroit se mouvoir une des deux planètes sans que ses distances réelles par rapport à l'autre parussent être changées. Dans le triangle *MNO* on a ces proportions de trigonométrie rectiligne: *MN* est à *NO*, comme le rayon est à la tangente de l'angle *OMN*, & le cosinus de l'angle *OMN* est au rayon, comme *MN* est à *MO*; ainsi pour trouver l'inclinaison de l'orbite relative & le mouvement horaire relatif, on fera ces deux proportions: *La différence des deux mouvemens horaires en longitude, est à la différence des mouvemens en latitude, comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative.* Ensuite, *le cosinus de l'inclinaison relative est au rayon comme la différence des mouvemens horaires en longitude est au mouvement horaire* MO *sur l'orbite relative.* C'est celui dont nous ferons usage (620), & nous en donnerons un exemple à l'art. 621 (*a*).

610. On suppose dans ces deux proportions que les planètes vont du même sens tant en longitude qu'en latitude; mais si l'une étoit directe & l'autre rétrograde, c'est-à-dire, si l'une des longitudes étoit croissante & l'autre décroissante, il faudroit prendre la *somme* des mouvemens horaires en longitude, au lieu de leur différence. De même si l'une des latitudes étoit croissante & l'autre décroissante, du même côté de l'écliptique,

(*a*) Il faut bien distinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (718).

c'est-à-dire, si l'une alloit au nord & l'autre au midi par le mouvement horaire en latitude, il faudroit prendre la *somme* des mouvemens en latitude au lieu de leur différence; tout cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipses des planètes par la lune (725).

611. Dans les éclipses de lune ce n'est pas le soleil, mais le point opposé au soleil que l'on considère comme l'une des deux planètes; ce point opposé au soleil, qui est le centre de l'ombre de la terre, a le même mouvement horaire en longitude que le soleil lui-même, & par conséquent doit se traiter comme le soleil. Le soleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude, c'est celui de la lune seule que l'on emploie dans les deux proportions de l'article 609.

612. Dans le calcul des éclipses de lune on peut se contenter d'ajouter 8 secondes à la différence des mouvemens horaires en longitude, pour avoir le mouvement relatif ou composé, de la lune au soleil, & éviter la seconde analogie, parce que dans un triangle dont un angle est de 5° ½, & l'hypothénuse d'un demi-degré, le grand côté a environ 8″ de moins que l'hypothénuse.

613. Dans les éclipses de soleil ou d'étoiles que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (695), on n'a besoin de savoir qu'à 5 minutes près, l'inclinaison de l'orbite lunaire, on peut alors supposer toujours que l'inclinaison est de 5° 40′ pour les éclipses de soleil, & 5° 9′ pour les éclipses d'étoiles; mais si l'on veut calculer l'éclipse rigoureusement, & même s'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune, il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, & faire les proportions de l'article 609.

Des Eclipses de Lune.

614. L'éclipse de lune est l'obscurité produite sur le disque de la lune, par l'ombre de la terre. L'éclipse totale est celle où la lune entière est obscurcie: l'éclipse partiale est celle où une partie du disque de la lune conserve sa lumière. L'éclipse *centrale* est celle qui a lieu quand l'opposition arrive dans le point même du nœud; la lune traverse alors par le centre même le cône d'ombre.

615. Il y a des années où il n'arrive aucune éclipse de lune, comme en 1767, mais communément il en arrive plusieurs chaque année.

616. Si la lune au moment de son opposition vraie est assez loin de ses nœuds pour que sa latitude surpasse 64 minutes, il ne sauroit y avoir éclipse, parce que l'ombre de la terre (618) n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47 minutes, & le demi-diamètre 17': ainsi pour que le bord de la lune puisse toucher l'ombre de la terre, il faut que la distance de leurs centres ou la latitude de la lune ne surpasse pas 64': si cette distance surpasse 30' l'éclipse ne sauroit être totale.

617. Nous mesurons les mouvemens de la lune par les arcs célestes qu'elle paroît décrire; il est donc nécessaire de mesurer de la même manière l'ombre qu'elle traverse dans les éclipses, c'est-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derrière elle, en interceptant la lumière du soleil, comme font tous les corps opaques.

Soit *S* le centre du soleil (*fig.* 72.), *T* le centre de la terre, *L* celui de la lune en opposition, *SA* le demi-diamètre du soleil, *TB* le demi-diamètre de la terre, *LC* le demi-diamètre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverser; cette ligne *LC* est le rayon du cercle qui forme la section, perpendiculaire à l'axe, du cône de l'ombre dans la région de la lune.

L'angle CTL formé au centre de la terre & qui a pour base le côté *CL*, est ce qu'on appellera le demi-diamètre de l'ombre; c'est l'angle sous lequel nous paroît le mouvement de la lune, ou l'arc de son orbite qu'elle décrit pendant la demi-durée de l'éclipse du centre, c'est-à-dire, en traversant l'ombre de C en L.

618. Le triangle rectiligne CAT dont le côté AT est prolongé jusqu'en D, a son angle externe CTD, égal aux deux angles internes opposés pris ensemble, c'est-à-dire, aux angles BAT & BCT, dont l'un est la parallaxe du soleil, l'autre celle de la lune (579); ainsi l'angle CTD est égal à la somme des parallaxes; si l'on en ôte l'angle LTD il restera l'angle CTL ou le demi-diamètre de l'ombre; mais l'angle LTD est égal à l'angle opposé ATS, qui mesure le demi-diamètre apparent du soleil; donc si l'on ôte *de la somme des parallaxes le demi-diamètre apparent du soleil, le reste sera le demi-diamètre de*

c'est-à-dire, si l'une alloit au nord & l'autre a
le mouvement horaire en latitude, il faud
la *somme* des mouvemens en latitude au lieu
férence; tout cela peut avoir lieu quand o
éclipses des planètes par la lune (725).

611. Dans les éclipses de lune ce n'est
mais le point opposé au soleil que l'on c
l'une des deux planètes; ce point oppo
est le centre de l'ombre de la terre,
vement horaire en longitude que le
par conséquent doit se traiter comm
leil n'ayant aucun mouvement horai
celui de la lune seule que l n ... ant de
proportions de l'article 609. ... mosphère

612. Dans le calcul des écl ... peu-près
contenter d'ajouter 8 secon
vemens horaires en lo ... par la règle pré-
relatif ou composé, d ... jusqu'à 46' 19";
conde analogie, parc ... périgée & le so-
gle est de 5° ...
grand côté a en ... l'ombre est égal à la

613. Dans le ... demi-diamètre du soleil,
ne veut calculer ... fort petite, il est clair
on n'a besoin de ... soleil de la parallaxe de
de l'orbite lunaire ... mètre de l'ombre; si l'on
l'inclinaison est de 5° 40 ... demi-diamètre par la du-
5° 9' pour les éclipses d ... & qu'on y ajoute le demi-
ler l'éclipse rigoureuse ... la parallaxe de la lune.
éclipse d'étoile par ... trouver cette parallaxe
ment horaire de la ... (586).
faire les proportions

Durée d'une Eclipse de Lune.

D

... connoît l'heure de la pleine lune ou

614. L'éclipse ... la latitude de la lune pour
disque de la lune ... de son orbite qui dépend du
tale est celle o ... de la lune, ... nt en longitude qu'en
partiale est cell ... chercher le temps du milieu de l'é-
serve sa lumi
quand l'oppo ... le point de l'écliptique opposé au
la lune tra ... centre de l'ombre de la terre à la distan-
d'ombre. ... OL le demi-diamètre de l'ombre, ELS
... de la lune (600); L le lieu de la lune

OL la latitude de la lune,
OM la perpendiculaire
au moment où l'é-
ord de la lune
le lieu de
le point
à la for-
sont égaux,
côtés égaux
l'autre en M;
donc le point M
u que le temps de
st au point L de son
OL perpendiculaire à
qui est directement op-

OM, formé par le cercle de
ndiculaire OM, l'angle LOM
l'orbite relative de la lune (609);
ire à l'orbite & la perpendiculaire
nécessairement le même angle que
l'écliptique; avec cet angle on a aussi
ue en opposition; on trouvera donc LM
proportion: *Le rayon est au sinus de l'in-*
la latitude OL *est à l'intervalle* LM. On
temps à raison du mouvement horaire de la
isant: *Le mouvement horaire relatif* (609) *est à*
30'', *comme l'espace* ML *est au temps qu'il y au-*
la conjonction & le milieu de l'éclipse. On retran-
cet intervalle de temps, du moment de l'opposi-
, si la latitude de la lune est croissante; on l'ajoutera
temps de l'opposition, si la latitude est décroissante,
que la lune aille en se rapprochant de l'écliptique &
du nœud, & l'on aura le milieu de l'éclipse.

622. EXEMPLE. Dans l'éclipse de lune du 17 Mars 1764, on trouve par les tables que la pleine lune ou l'opposition vraie devoit arriver à 12h 6' 12''; le mouvement horaire de la lune étoit de 37' 23'' en longitude, & 3' 26'' en latitude, le mouvement horaire du soleil 2' 29''; la différence des mouvemens horaires, 34' 54'', est au mouvement en latitude 3' 26'', comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative 5° 37': le cosinus de cette inclinaison 5° 37' est au rayon, comme la différence des

mouvemens horaires en longitude, 34′ 54″, est au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative 35′ 4″.

La latitude de la lune en opposition étoit de 38′ 42″; le rayon est au sinus de l'inclinaison 5° 37′, comme la latitude 38′ 42″ est à l'intervalle ML, qu'on trouve de 3′ 47″ en parties de degrés. Le mouvement horaire relatif 35′ 4″ est à 60′ 0″, comme 3′ 47″ sont à 6′ 28″ de temps; on ajoutera cet intervalle, parce que la latitude étoit décroissante, la lune n'étant pas encore arrivée à son nœud; & comme le temps de l'opposition est 12ʰ 6′ 12″, on aura le milieu de l'éclipse à 12ʰ 12′ 40″, c'est-à-dire, le 18 Mars, 0ʰ 12′ 40″ du matin.

623. Les mêmes quantités qui ont servi à trouver la différence LM entre la conjonction & le milieu de l'éclipse, serviront à trouver la plus courte distance OM de l'orbite lunaire au centre de l'ombre; car dans le triangle LOM rectangle en M, on connoît LO qui est la latitude au temps de la conjonction, & l'angle LOM égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune, on trouvera le côté OM de 38′ 31″.

624. Pour trouver le commencement & la fin de l'éclipse, soit E le centre de la lune à son entrée dans l'ombre, lorsque l'éclipse commence ou que le premier bord de la lune touche en P le bord de l'ombre. La distance OE des centres de la lune & de l'ombre, est composée des quantités OP & PE; dont l'une OP est le demi-diamètre de l'ombre (618), & l'autre le demi-diamètre de la lune EP; de même la distance OS, à la fin de l'éclipse, est composée des quantités OR & RS, c'est-à-dire, qu'elle est aussi égale à la somme du demi-diamètre de l'ombre & de celui de la lune; dans notre exemple ce sera 1° 3′ 19″.

625. Dans le triangle OEM, rectiligne rectangle en M, on connoît la perpendiculaire OM (623), & la somme OE des demi-diametres de la lune & de l'ombre; on cherchera le troisième côté ME: l'on convertira ce côté ME en temps par la proportion suivante. Le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, 35′ 4″ est à 1 heure ou 3600″, comme le côté trouvé ME, 50′ 15″ est à la demi-durée de l'éclipse, 1ʰ 25′ 59″.

626. Cette demi-durée de l'éclipse est le temps que la lune employoit à aller de E en M; mais le milieu de

l'éclipse en M a été trouvé 12 heures 12′ 40″ (622); si l'on en retranche 1 heure 25′ 59″, on aura pour le commencement de l'éclipse 10 heures 46′ 41″; & si on l'ajoute, on aura la fin de l'éclipse 13 heures 38′ 39″.

627. Dans les éclipses de lune qui sont totales, on a encore deux autres phases à chercher, qui sont l'IMMERSION & l'EMERSION, en N & en R (*fig.* 74.), le centre de la lune est en D à l'instant où elle est assez avancée dans l'ombre, pour que son dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre; on a un nouveau triangle OMD, dont l'hypothénuse OD est égale à la différence entre le demi-diamètre de l'ombre ON, & le demi diamètre DN de la lune; mais l'opération est la même que dans l'article 625; la demi-durée de l'éclipse totale se retranche du milieu de l'éclipse, pour avoir l'immersion qui arrive en D, & elle s'ajoute pour avoir l'émersion qui arrive en V.

628. Lorsqu'on a la plus courte distance des centres OM (*fig.* 73.), le demi-diamètre de l'ombre OA, & le demi-diamètre de la lune MB, il est aisé de trouver la partie éclipsée de la lune, c'est-à-dire, la quantité AC. Car AM est égale à OA — OM, si l'on y ajoute MC, l'on aura AC; donc AC est égale à OA + MC — OM, c'est-à-dire, que *la partie éclipsée est égale à la somme des demi-diamètres de la lune & de l'ombre, moins la plus courte distance.* Il en seroit de même de la partie AC (*fig.* 74), qu'on appelle aussi la grandeur de l'éclipse, en y comprenant la partie de l'ombre qui déborde la lune.

EXEMPLE. Dans l'éclipse du 17 Mars 1764, la somme des demi-diamètres est 63′ 19″, la plus courte distance est 38′ 31″, la différence 24′ 48″ est la partie éclipsée AC. On a coutume de l'exprimer en doigts ou en douzièmes parties du diamètre de la lune; on fera donc cette proportion: le diamètre apparent de la lune 33′ 18″ est à 12 doigts 0 minutes, comme 24′ 48″ sont à un quatrieme terme, qu'on trouvera 8ᵈ 56′½: ainsi la grandeur de l'éclipse sera de huit doigts, & 56′½ de doigts.

629. ON PEUT DÉTERMINER encore sans calcul, avec la règle & le compas, toutes les circonstances d'une éclipse de lune, aussi-tôt qu'on a calculé par les tables le temps de la conjonction, la latitude, la parallaxe, & le mouvement horaire. Cette méthode est même très-suffisante, lorsqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipses

qui doivent arriver: car on ne sauroit se tromper d'une minute dans l'opération graphique, si la figure a seulement un pied de diamètre; & l'on ne peut être assuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipse de lune; à peine peut-on être sûr de l'observation même à une minute près. Ainsi je crois qu'on peut très-bien se contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipses de lune.

630. EXEMPLE. Le demi-diamètre de l'ombre de la terre dans la région lunaire ayant été trouvé de 46′ (618); je divise le rayon OG (*fig.* 73.) en 46 parties; je prends OL égale à la latitude de la lune 38 $\frac{1}{3}$; & au point L, je tire l'orbite de la lune ELS, inclinée de 5° 37′, ou si l'on veut de 5° 40′ (613), sur la parallèle à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de 35′, je prends 35′ sur les divisions de OG, je les porte sur l'orbite de L en X; & ayant marqué en L le temps de la conjonction 12 heures 6′, je marque 11 heures 6′ au point X éloigné du point L de la quantité du mouvement horaire; je divise XL en 60′ de temps, & les mêmes ouvertures de compas servent à diviser le reste de l'orbite ELMS. Je prends une ouverture de compas égale à la somme des demi-diamètres de l'ombre & de la lune, 1° 3′, & la portant de O en S sur l'orbite relative, je trouve sur ses divisions que le point S répond à 13 heures 39 minutes, comme on l'a trouvé par le calcul (626).

631. LA PENOMBRE est une obscurité moindre que celle du cône d'ombre; c'est une lumière foible, causée par une portion du disque du soleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E (*fig.* 72.), qui est sur le côté OEP du cône d'ombre, est dans une entière obscurité, parce qu'il n'est éclairé par aucun rayon du soleil. Le point F, qui est sur la ligne AGF, menée par le bord supérieur A du soleil, & par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumière parfaite, parce qu'il voit le disque entier AO du soleil; mais tous les points situés entre E & F ne voient qu'une partie du disque solaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumière du soleil, & forment la pénombre; c'est ce qui fait que le commencement d'une éclipse de lune est si douteux, que l'on s'y trompe quelquefois de plusieurs minutes.

632.

632. On observe dans la couleur des éclipses de lune des différences considérables : lorsque la lune est apogée, elle traverse le cône d'ombre plus près de son sommet ; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuse, que lorsque les éclipses arrivent dans le périgée ; car dans le périgée, les rayons rompus par l'atmosphère, qui se dispersent dans le cône d'ombre, & qui en diminuent l'obscurité, ne parviennent pas jusqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, qui est trop large dans ce point-là ; & la lune étant plus près de la terre, l'obscurité qu'elle produit sur la lune est plus entiere.

633. Voilà pourquoi l'on a vû des éclipses où la lune disparoissoit entièrement, comme le 15 Juin 1620, ou le 9 de Décembre 1601 : suivant Képler on ne distinguoit pas le bord éclipsé. Hévélius en parlant de l'éclipse du 25 Avril 1642, assure qu'on ne distinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le temps fût assez beau pour voir les étoiles de la cinquième grandeur ; mais il est fort rare que la lune disparoisse ainsi totalement dans les éclipses.

Des Eclipses de Soleil.

634. Les éclipses de soleil sont produites par l'interposition de la lune, qui dans ses conjonctions passe quelquefois directement entre nous & le soleil : elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipses totales sont celles où le soleil paroît entièrement couvert par la lune, le diamètre apparent de la lune étant plus grand que celui du soleil. Les éclipses annulaires sont celles où la lune paroît toute entière sur le soleil ; alors le diamètre du soleil paroissant le plus grand, excède de tout côté celui de la lune, & forme autour d'elle un anneau ou une couronne lumineuse : telle fut l'éclipse du premier Avril 1764, que l'on vit annulaire à Cadix, à Rennes, à Calais & à Pello en Laponie. Les éclipses *centrales* sont celles où la lune n'a aucune latitude au moment de la conjonction apparente ; son centre paroît alors sur le centre même du soleil, & l'éclipse est totale ou annulaire, en même temps qu'elle est centrale.

635. Les plus anciens auteurs nous ont consigné comme des événemens remarquables les grandes éclipses de soleil. Il en est parlé dans Isaïe, chap. 13 ; dans Ho-

mère & Pindare; dans Pline, liv. II, chap. 12; dans Denis d'Halicarnasse, liv. II. Ce dernier dit qu'à la naissance de Romulus, & à sa mort, il y eut des éclipses totales de soleil dans lesquelles la terre fut dans une obscurité aussi grande qu'au milieu de la nuit. Hérodote nous apprend que dans la sixième année de la guerre entre les Lydiens & les Mèdes, il arriva pendant la bataille que le jour se changea en une nuit totale; Thalès le Milésien l'avoit annoncé pour cette année-là. Pline (Liv. II, chap. 2.) parle aussi de la prédiction de Thalès, & M. Costard prouve que cette éclipse fut celle du 17 Mai 603, avant J. C. (*Philos. trans.* 1753, *pag.* 23). On trouve de semblables éclipses dans les années 431, 190, & 50 ans avant J. C., & dans les années après J. C. 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, (*Kepl. astron. pars opt. pag.* 290, &c.) On trouve un catalogue exact de toutes les éclipses arrivées depuis l'ere vulgaire, dans *l'art de vérifier les dates*, in-folio 1770.

636. C'est en effet, une chose très-singuliere que le spectacle d'une éclipse totale de soleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 Août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obscurité étoit, pour ainsi dire, plus grande ou du moins plus sensible & plus frappante que celle de la nuit; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, & les oiseaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur causoit une si triste obscurité.

637. Il n'y a eu depuis très-long-temps à Paris d'autre éclipse totale, que celle du 22 Mai 1724; l'obscurité totale dura $2' \frac{1}{4}$; on apperçut à la vue simple le soleil, Mercure & Vénus qui étoient sur la même ligne: il parut peu d'étoiles à cause des nuages. La premiere petite partie du soleil qui se découvrit lança un éclair subit & très-vif, qui parut dissiper l'obscurité entière (*Hist. de l'Acad.* 1724); l'éclipse de 1706 fut de dix doigts & 58 minutes: il restoit environ $\frac{1}{12}$ du diamètre du soleil, sa lumiere étoit à la vérité d'une pâleur effrayante & lugubre; cependant tous les objets se distinguoient, aussi facilement que dans le plus beau jour (*Hist. acad.* 1706). Cette éclipse fut totale à Montpellier, & l'on y remarqua autour de la lune une couronne d'une lumière pâle, large de la douzième partie du diamètre de la lune, dans

sa partie la plus sensible; mais qui diminuant peu à peu s'appercevoit encore à 4 degrés tout autour de la lune.

638. Dans l'éclipse de soleil du 23 Septembre 1699, il ne resta que $\frac{1}{180}$ du diamètre du soleil à Gripswald en Poméranie, l'obscurité y fut si grande, qu'on ne pouvoit lire ni écrire; il y eut des personnes qui virent quatre étoiles, ce devoit être Mercure, Vénus, Régulus & l'Epi de la Vierge (*Hist. acad.* 1700).

639. Les éclipses de soleil sont beaucoup plus rares que les éclipses de lune, pour un lieu déterminé: la raison en est évidente; la lune étant beaucoup plus petite que la terre, ne peut couvrir qu'une très-petite partie de notre globe; souvent même la pointe du cône d'ombre n'arrive pas jusqu'à nous, comme dans les éclipses *annulaires*. Il arrive toutes les années plusieurs éclipses, quelquefois jusqu'à six, en comptant celles de lune & de soleil; mais on ne les voit pas toutes dans un même lieu; car depuis 1755 jusqu'en 1764 inclusivement, on ne trouve que quatre éclipses de soleil visibles à Paris, tandis qu'on y a dû voir onze éclipses de lune.

Le Roi ayant desiré de savoir s'il y auroit à Paris des éclipses totales, dans l'espace de quelques années, j'engageai M. du Vaucel à se livrer à cette recherche: il trouva que d'ici à l'année 1900, il y auroit 59 éclipses visibles à Paris, sans qu'aucune y soit totale, & une seule annulaire, qui sera celle du 9 Octobre 1847 (*Mém. présentés, &c. tom. V, pag.* 575).

640. Le calcul des éclipses de soleil est beaucoup plus difficile & plus long que celui des éclipses de lune, à cause des parallaxes qui y entrent nécessairement; les parallaxes different pour chaque point de la terre, ensorte qu'une éclipse de soleil paroît d'une manière différente à différens pays: au contraire, les éclipses de lune paroissent de la même manière, & sont parfaitement les mêmes pour tous ceux qui les voyent; car la lune perdant alors véritablement sa lumière, devient obscure pour tout le monde.

641. J'ai cru qu'il falloit diminuer la difficulté en employant d'abord une méthode, pour ainsi dire, mécanique, & telle que les yeux pussent soulager l'imagination; je vais donc expliquer une opération graphique, avec laquelle on pourra calculer une éclipse de soleil, pour la terre en général, avec la même facilité que l'on a cal-

culé une éclipſe de lune (629), & même trouver à peu près, pour chaque pays de la terre, les circonſtances de l'éclipſe par le moyen d'un globe terreſtre, pourvu qu'on ait fait ſeulement les calculs préliminaires (604).

642. Pour faire ſentir les raiſons & les principes de cette opération graphique, je vais montrer la maniere dont les éclipſes de ſoleil arrivent ſur la ſurface de la terre, dans le cas le plus ſimple. Je ſuppoſerai un principe qu'il ne faut pas perdre de vue, ſavoir que le ſoleil eſt aſſez éloigné de nous, pour que les rayons qui partent du centre du ſoleil, & qui vont aux différens points de la terre, ſoient ſenſiblement paralleles. Du point T (*fig.* 75.) que je ſuppoſe le centre de la terre, on voit le centre du ſoleil par un rayon TS; le point E qui eſt à la ſurface de la terre, voit le centre du ſoleil par un autre rayon EO, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de 8″½ (590), & qui va par conſéquent le rencontrer à une diſtance prodigieuſe; ainſi ce rayon eſt ſenſiblement parallèle au précédent: on peut donc ſuppoſer que la ligne EAO parallèle à TLS, eſt celle par laquelle le point E de la terre voit le centre du ſoleil.

643. Si la lune eſt en L au moment de la conjonction, l'obſervateur placé en K ſur la ſurface de la terre, verra une éclipſe centrale de ſoleil (634), puiſque le centre de la lune lui paroîtra ſur le rayon même TKLS, par lequel il voit le centre du ſoleil. Soit AL une portion de l'orbite lunaire décrite avant la conjonction, en allant de A en L, ou d'occident vers l'orient: puiſque le point E de la terre voit le centre du ſoleil ſur la ligne EAO (642), il s'enſuit évidemment que quand la lune ſera au point A de ſon orbite, elle couvrira le ſoleil, & formera une éclipſe centrale pour l'obſervateur placé en E, puiſqu'alors le centre de la lune, auſſi bien que celui du ſoleil, paroîtront ſur une même ligne EAO.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion AL de ſon orbite, l'éclipſe aura lieu pour le point E de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point K, ou pour le centre T de la terre, c'eſt-à-dire, une heure avant la conjonction, que je ſuppoſe arriver au point L.

644. Je ſais que l'on a d'abord quelque peine à ſe figurer ainſi le ſoleil, répondant au même inſtant à divers points de l'orbite lunaire pour différens lieux de la terre;

mais qu'on réfléchiſſe à ce qui ſe paſſe dans une allée de jardin, où l'on ſe promene en voyant le ſoleil ſur ſa droite; toutes les ombres des arbres ſont parallèles entr'elles; quand on eſt ſur la première ombre on voit le ſoleil répondre au premier arbre; quand on a fait quelques pas on voit le ſoleil répondre à l'arbre ſuivant; & s'il y a quatre perſonnes en même temps qui ſoient entre elles à la même diſtance que les quatre arbres ſont entr'eux, elles verront répondre le ſoleil aux quatre arbres différens; c'eſt ainſi que l'obſervateur qui eſt en D voit le ſoleil répondre au point C de l'orbite de la lune ou de la projection, tandis que l'obſervateur qui eſt en K voit le ſoleil au point L (*a*), comme celui qui eſt en F voit le ſoleil au point H.

645. Le point E de la terre eſt le premier point d'où l'on verra la lune ſur le ſoleil; il aura l'éclipſe centrale quand la lune ſera en A (643), le centre de la lune répondant au centre du ſoleil; mais avant que d'être en A, le centre de la lune a été en un point M, tel qu'alors le bord B de la lune touchoit le bord du ſoleil, parce que le centre du ſoleil paroiſſant en A, le bord de ſon diſque paroiſſoit en B éloigné du centre A d'environ 16′ qui eſt l'angle ſous lequel nous voyons le rayon ſolaire; le centre M de la lune étoit alors éloigné du centre A du ſoleil d'une quantité égale à la ſomme des demi-diamètres AB & BM, du ſoleil & de la lune, & c'étoit le commencement de l'éclipſe pour l'obſervateur ſitué en E, ou le premier inſtant où il a vu le bord de la lune toucher le bord du ſoleil. La diſtance de la lune au point L de la conjonction, ou à la ligne des centres, étant égale à la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune plus la quantité AL, égale à ET, l'obſervateur qui au lever du ſoleil étant en E aura vu l'attouchement des bords de la lune & du ſoleil, verra l'éclipſe centrale d'un autre point de l'eſpace abſolu, différent du point E; & ce ſera l'habitant de la terre qui ſera arrivé à ſon

(*a*) Il n'eſt pas beſoin d'avertir que les points *E*, *F*, *K*, de la terre ne ſont point fixes; ils tournent par le mouvement de rotation de la terre; mais dans ces préliminaires généraux, nous n'examinons pas quels pays de la terre occupent les divers points du globe, il ſuffit de conſidérer ces points en général.

tour au bord E du cercle d'illumination qui verra l'éclipſe centrale lorſque la lune ſera parvenue en A.

646. La partie AL de l'orbite lunaire égale au rayon ET de la terre paroît ſous un angle AEL, égal à l'angle ELT qui eſt la parallaxe horizontale de la lune (578); la partie ML paroît donc égale à la ſomme du demi-diamètre BM de la lune, du demi diamètre BA du ſoleil, & de la parallaxe horizontale de la lune qui eſt égale à AL. Ainſi le point E de la terre verra commencer l'éclipſe auſſi-tôt que la diſtance ML de la lune au point L de la conjonction ſera égale à la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune. De même le point G, le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entièrement l'éclipſe, lorſque la lune, après avoir paſſé la conjonction, ſera éloignée du point L de la même quantité, c'eſt-à-dire, de la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune.

Si la lune eſt en C, de maniere que AC ſoit auſſi égal à la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune, le point E de la terre verra auſſi le centre C de la lune éloigné du centre A du ſoleil, de la ſomme des demi-diamètres, c'eſt-à-dire, qu'il verra les bords du ſoleil & de la lune ſe toucher, & l'éclipſe finir; puiſqu'alors le centre du ſoleil paroît en A & celui de la lune en C, à une diſtance CA égale à la ſomme des demi diamètres.

Mais dans le temps que la lune eſt en C, & que le point E de la terre voit finir l'éclipſe, un autre point D de la terre, qui voit le centre du ſoleil ſur le rayon DC parallele à TS, voit le centre de la lune ſur celui du ſoleil, c'eſt-à-dire, qu'il a une éclipſe centrale; il en eſt de même de tous les autres points de la terre qui répondent perpendiculairement ſous différens points de la ligne ACL.

647. En même temps que le point E de la terre voit finir l'éclipſe par le contact des deux bords, lorſque le centre de la lune eſt en C, & que le point D voit l'éclipſe centrale, les points de la terre ſitués entre E & D, voient l'éclipſe de différentes grandeurs; ainſi le point F de la terre, qui voit le centre du ſoleil ſur la

parallele FH, voit la distance apparente de la lune C au soleil H de la quantité CH; si nous supposons que la ligne CH, prise sur l'orbite lunaire LCHAM, soit plus petite que la somme des demi-diamètres, la lune anticipera d'autant sur le soleil; si elle est plus petite d'un doigt, le bord de la lune sera d'un doigt sur le soleil, on dira que l'éclipse est d'un doigt. Si CH est supposée moindre de six doigts solaires, que la somme des demi-diamètres, il faut nécessairement que cette somme, qui forme la distance des centres de la lune & du soleil au commencement de l'éclipse, ait été retrécie d'autant; elle n'a pu l'être, que parce que le disque lunaire a anticipé d'autant sur celui du soleil; donc dans la supposition de CH moindre que CA de six doigts pour le point F, il doit y avoir six doigts du diamètre du soleil, couverts par la lune pour l'observateur F, & par conséquent l'on verra du point F le bord de la lune sur le centre même du soleil. De même si CH est plus petite que cette somme, & cela de trois doigts seulement, ou d'un quart du diamètre solaire, la lune anticipera ou mordra sur le soleil de trois doigts seulement, & l'éclipse ne sera que de la même quantité.

648. Ainsi pour trouver le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de trois doigts, à un instant donné où l'on suppose la lune en C, il faut, en partant du point C où est la lune: 1°, prendre CA égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune; 2°, en partant du point A, prendre AH de trois doigts; &c. 3°, abaisser une perpendiculaire HFN sur la terre, (c'est-à-dire, sur le plan GE du cercle de la terre, qui est perpendiculaire à la ligne des centres), & l'on aura le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de 3 doigts, la lune étant en C, puisque le soleil paroissant alors en H & la lune en C, leur distance est plus petite de 3 doigts, que la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune.

649. J'ai supposé jusqu'ici que l'orbite LBM de la lune passoit par la ligne SLT, qui joint les centres du soleil & de la terre, & que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude; voyons ce qui arrivera dans les cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut considérer d'abord que tout ce que j'ai dit du point M (645), doit s'entendre également de tout autre point qui seroit

à la même distance du point T & du point L; supposons que la ligne LM (égale à la parallaxe de la lune, plus la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune), tourne autour du point L, & décrive un cercle dont le plan soit perpendiculaire à LT, & au plan de notre figure, ensorte que tous les points de ce cercle soient à égales distances du point T; c'est ce cercle décrit dans la région lunaire perpendiculairement à la ligne des centres que nous appellerons le *Cercle de projection*, parce qu'on y rapporte & qu'on y projette la terre & le soleil; & nous allons le considérer seul dans la suite du discours, en y rapportant tout ce que nous venons de dire sur la *figure* 75. Il est évident que les différens points du cercle placé dans la région de la lune & décrit sur LA, répondent aux différens points de la circonférence de la terre, de la même maniere que le point A répond au point E de la terre, & le point L au point K; chaque point de la terre a sa projection ou son image à l'extrêmité de la ligne qui va tomber perpendiculairement sur le *Plan de projection*, que je suppose dans la région de la lune.

650. Supposons une ligne LB (*fig.* 76.), de même longueur que la somme LM du rayon de projection & des demi-diamètres du soleil & de la lune dans la *fig.* 75; décrivons un cercle BCGD sur le plan de projection; décrivons aussi un autre cercle AEFR, dont le rayon LA soit égal à la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 75 formoit le rayon de projection égal au rayon de la terre & vu sous un angle égal à la parallaxe de la lune; lorsque la lune approchera assez de la conjonction pour que son centre vienne à se trouver sur quelque point K de la circonférence BCD, l'éclipse commencera pour quelque point de la surface de la terre (646).

De même, lorsque le centre de la lune sera sur quelque point V de la circonférence AVE du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre sur le centre du soleil, & l'éclipse commencera d'être centrale pour quelque point de la surface de la terre, c'est-à-dire, pour celui qui se trouvera directement sous le point V, ou qui aura sa projection au point V.

651. L'ECLIPSE GÉNÉRALE de soleil est celle que l'on calcule pour la terre en général, sans examiner à quel pays elle se rapporte; c'est par où nous commençons, à

l'exemple de Képler (*Epitome pag.* 373.), avant de chercher les circonstances d'une éclipse de soleil pour chaque lieu déterminé de la terre. Au moment où la distance LK du centre de la projection au centre de la lune est égale à la somme des trois demi-diamètres du soleil, de la lune, & de la projection, l'éclipse de soleil commence pour un point de la terre qui répond perpendiculairement au point I (645), ou dont la projection est en I; c'est le commencement de l'éclipse générale: de même, lorsque la lune est parvenue au point G de son orbite, assez éloigné pour que la distance LG soit encore égale aux trois demi-diamètres, le bord de la lune quitte le bord du soleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir éclipse; c'est la fin de l'éclipse générale. De même, la perpendiculaire LM abaissée sur l'orbite, marque le milieu de l'éclipse générale, comme dans le cas des éclipses de lune (620).

652. Pour connoître le temps du milieu de l'éclipse générale, on suppose les mêmes calculs préliminaires, & l'on suit la même méthode que pour une éclipse de lune (620); LAB représente une portion de l'écliptique; L le point où est le soleil au moment de la conjonction, LH la latitude de la lune en conjonction, KMG l'orbite relative (609). Dans le triangle LMH rectangle en M, on connoît l'angle HLM égal à l'inclinaison de l'orbite relative, & l'hypothénuse HL égale à la latitude de la lune; on cherchera le côté HM; on le convertira en temps à raison du mouvement horaire de la lune sur l'orbite relative, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'éclipse; cet intervalle se retranchera du moment de la conjonction, arrivé en H, si la latitude de la lune est croissante, c'est-à-dire, si la lune a passé son nœud; mais il s'ajoutera au temps de la conjonction, si la lune va en se rapprochant de son nœud; & l'on aura le temps du milieu de l'éclipse générale en M, comme dans l'exemple de l'article 622.

653. Le cercle de projection AER représente le disque de la terre, ou l'image de l'hémisphère éclairé de la terre transporté dans l'orbite ou dans la région de la lune; la ligne VX est la portion de l'orbite lunaire qui sera décrite pendant la durée de l'éclipse totale, comme la ligne KG est la portion d'orbite qui sera décrite depuis le premier moment où la pénombre (631) touchera le dis-

que de la terre en quelque point I, c'eſt-à-dire, où quelque point de la terre verra un commencement d'éclipſe, juſqu'au dernier inſtant où la pénombre abandonnera la terre au point F, le centre de la lune étant alors en G, & l'éclipſe finiſſant pour le dernier de tous les pays où elle ſera viſible. Ainſi la longueur KG de l'orbite lunaire compriſe entre les points K & G, nous fera connoître la durée de l'éclipſe; comme le milieu M de la ligne KG nous fera trouver le temps du milieu de l'éclipſe générale: la ligne KG eſt coupée en deux parties égales par la perpendiculaire LM, parce que les côtés LK & LG ſont égaux; il en eſt de même de la corde VX; ainſi le point M indique le milieu de l'éclipſe générale, dont la durée eſt exprimée par KG; & la durée de l'éclipſe centrale eſt repréſentée par VX.

654. EXEMPLE. Dans l'éclipſe du premier Avril 1764, le temps vrai de la conjonction étoit à 10h 31′ 23″ du matin, à Paris; la latitude pour ce temps-là 39′ 36″ boréale; le mouvement horaire de la lune en longitude 29′ 39″, celui du ſoleil 2′ 27″⅓, l'inclinaiſon de l'orbite relative 5° 44′ 26″, le mouvement horaire relatif ou composé 27′ 19″⅓; on fera comme dans les éclipſes de lune (625) ces deux proportions: R: 39′ 36″ : : ſin. 5° 44′ 26″: 3′ 58″, valeur de HM, & enſuite 27′ 19″⅓: 60′ 0″ : : 3′ 58″: 8′ 42″ de temps, on retranchera ces 8′ 42″ de l'heure de la conjonction, parce que la latitude de la lune alloit en augmentant, & l'on aura 10h 22′ 41″ pour le temps du milieu de l'éclipſe générale, compté au méridien de Paris.

Le même triangle HLM fera trouver la perpendiculaire LM 39′ 24″; c'eſt la plus courte diſtance de la lune au centre de la projection dans le temps du milieu de l'éclipſe; cette perpendiculaire LM nous ſervira pour trouver le commencement & la fin.

655. Le commencement de l'éclipſe générale compté au méridien de Paris, ſe trouve de la même manière que le commencement d'une éclipſe de lune (625); dans le triangle LKM rectangle en M, on connoît la perpendiculaire LM (654) & l'hypothénuſe LK égale à la ſomme des trois demi-diamètres du ſoleil, de la lune, & de la projection (645); on cherchera le côté MK, on le convertira en temps à raiſon du mouvement horaire, & ce temps ôté de celui du milieu de

l'éclipse en M, donnera le temps du commencement de l'éclipse générale en K; étant ajouté il donnera la fin de l'éclipse en G.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, le côté LM est de 39′ 24″; la parallaxe de la lune de 54′ 0″ (*a*) pour Paris, le demi-diamètre horizontal de la lune 14′ 47″, celui du soleil 16′ 1″; on trouvera le commencement de l'éclipse générale à 7h 37′ 48″ du matin, & la fin à 1h 7′ 34″ après-midi; sa durée sur toute la terre étoit donc de 5 heures 29 minutes 46 secondes.

656. Le commencement de l'éclipse centrale arrive lorsque la lune est au point V, où son orbite coupe le cercle de projection; car alors le centre de la lune, le centre du soleil & le bord de la terre sont sur une même ligne, & le point de la terre dont la projection est en V, voit le centre de la lune sur le centre du soleil.

Dans le triangle LMV, rectangle en M, on connoît la perpendiculaire LM (654) & la ligne LV qui est la parallaxe ou le rayon de la projection; l'on cherchera le côté MV, on le convertira en temps, c'est-à-dire, on cherchera le temps que la lune emploie à parcourir VM, & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipse générale, on aura le temps qu'il étoit à Paris quand l'éclipse commençoit à être centrale pour quelque point V de la terre.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, supposant LV = 54′ 0″ = 3240″; LM = 39′ 24″, on trouvera MV = 36′ 56″, qui réduite en temps donne 1h 21′ 5″; cette demi-durée étant ôtée du milieu de l'éclipse 10h 22′ 41″ (654) donnera le commencement de l'éclipse centrale 9h 1′ 36″, & ajoutée au milieu de l'éclipse donnera la fin 11h 43′ 46″. Le temps que le centre de l'ombre employoit à traverser la terre étoit donc de 2h 42′ 10″.

657. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipse générale, peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipses de lune (629); on fera une grande figure dont le rayon LA soit égal à la parallaxe, ou divisé en autant de minutes qu'en contient cette paral-

(*a*) J'en ai ôté la parallaxe du soleil, afin qu'il ne restât que la quantité dont la lune est abaissée plus que le soleil; c'est de cette seule différence dont on a besoin pour calculer une éclipse.

lune; on prendra la ligne LH égale à la latitude de la lune, & l'angle MLH égal à l'inclinaison relative de l'orbite lunaire (609); on prendra sur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, que l'on portera de H en N; on marquera en H l'heure & la minute de la conjonction, & en N une heure de moins; on divisera par ce moyen l'orbite GK en heures & minutes, & l'on verra à quelle heure la lune s'est trouvée en K, en V, en M, en X & en G; comme on l'a trouvé par les calculs des articles précédens.

658. Il s'agit actuellement de connoître quels sont les différens pays de la terre qui sont en V, en X, au moment où la lune y arrive, c'est-à dire, leurs longitudes géographiques, & leurs latitudes; c'est ce que nous allons exécuter par le moyen d'un globe. Je ne conseillerois pas aux astronomes de faire ces calculs par la trigonométrie, si ce n'est dans des cas extraordinaires, & pour des observations importantes: le temps qu'exigent ces calculs rigoureux, est bien mieux employé à calculer des observations déja faites, pour en tirer des conséquences, qu'à annoncer avec une précision si scrupuleuse celles qui doivent arriver; les opérations graphiques sont suffisantes pour tracer des cartes semblables à celle de la planche XI. que l'on met ordinairement en abrégé dans les éphémérides. Ce fut M. Cassini qui en donna l'idée & le modèle, à l'occasion de l'éclipse de soleil qu'il avoit observée à Ferrare en 1664.

659. Je ne suppose qu'un globe terrestre qui ait au moins 6 pouces de diamètre, & une règle avec deux pieds, représentée par GVAE (*fig.* 77.), dont la longueur VA soit égale au diamètre du globe dont on se sert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus, afin d'être placée sur son horizon GE; le rayon de ce globe doit représenter le rayon de la terre, ou la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 76, c'est à-dire, qu'il faut le supposer, par exemple, de 54', parce que la parallaxe de la lune dans l'éclipse de 1764 étoit de 54'.

660. Comme l'on n'est pas maître de changer le diamètre de son globe dans les différentes éclipses de soleil, il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'est-à-dire, le mouvement horaire de la lune &



les diamètres du soleil & de la lune, en les réduisant à cette échelle; si le globe a 8 pouces de diamètre, & que la parallaxe actuelle soit, par exemple, de 54′, on tirera une ligne égale au rayon du globe, on la divisera en 54 parties, & l'on prendra 27½ de ces mêmes parties pour faire le mouvement horaire.

661. Pour placer sur le globe l'orbite de la lune, il faut avoir fait une figure, telle que la *fig.* 76, où la ligne BLD représente une portion de l'écliptique, & XV l'orbite relative; on y ajoutera une ligne OLQ pour représenter une portion de l'équateur; en faisant l'angle ALO égal à l'angle de position (693), ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien; l'équateur sera au midi ou au-dessous de l'écliptique à l'orient du globe, dans les signes ascendans, c'est-à-dire, quand la conjonction arrivera depuis le 21 Décembre jusqu'au 21 Juin. La somme de l'angle ALO & de l'inclinaison de l'orbite relative, ou leur différence, suivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire LM avec le méridien universel LP, ou le méridien du globe, que l'on suppose immobile; cet angle est le même que l'angle de l'orbite avec l'équateur. On prendra sur la figure avec un compas les arcs OV, QX, & l'on marquera un pareil nombre de degrés sur l'horizon du globe, à compter depuis les vrais points d'orient & d'occident, c'est-à-dire, depuis les intersections de l'équateur & de l'horizon du globe, en allant du côté du nord, si la latitude de la lune est boréale, ou du côté du midi, si elle est australe.

662. On élevera le pole du globe sur son horizon, du nombre de degrés que la déclinaison du soleil indiquera; si la déclinaison est boréale, c'est le pole boréal qu'il faut élever; on placera le support GVAE (*fig.* 77.), de manière qu'un bord de la règle supérieure VA réponde perpendiculairement au-dessus des deux points marqués sur l'horizon du globe; dans cet état, cette traverse VA représentera l'orbite de la lune, placée sur l'horizon du globe, comme elle l'étoit sur le cercle de projection dans la figure 76.

Il faut prendre encore sur la figure 76 les temps de l'orbite lunaire qui répondent en V & en X, c'est-à-dire, au commencement & à la fin; on les écrira sur le support VA, que je suppose couvert d'une petite bande

de papier collé, & l'on aura un intervalle AV, qu'on divisera en minutes de temps, comme l'on a divisé l'orbite VX de la lune (657), ou bien l'on se servira du mouvement horaire, & l'on marquera seulement le temps du milieu de l'éclipse sur le milieu L de la règle, une heure de plus à une distance égale au mouvement horaire, une heure de moins à l'occident ou à la droite, & le reste dans l'intervalle.

663. Il ne s'agira plus que de placer le globe sur l'heure qui lui convient; par exemple, dans l'éclipse de 1764, la lune devant être en A à 9h 2′, qui est le commencement de l'éclipse centrale (656), on tournera le globe de manière que Paris soit en C, 2h 58′ à l'occident du *Méridien universel* MP; c'est ce méridien dans lequel le soleil est supposé fixe, tandis que tous les pays de la terre passent successivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient.

Le globe terrestre étant ainsi disposé pour l'heure de Paris, tous les autres pays sont également à leur place pour ce moment, & la lune étant supposée en A, le point de la terre qui répond perpendiculairement sous la lune, est celui où l'éclipse paroît centrale dans ce même moment (645); on n'a donc qu'à abaisser un à-plomb du point A, si l'horizon du globe est bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au-dessus du point A, ou enfin, se servir d'une petite équerre, & l'on verra sur le globe le point de la terre que l'on cherchoit, perpendiculairement au-dessous de A dans l'horizon même du globe; l'on marquera la longitude & la latitude de ce point-là; ce sera le premier point de l'éclipse centrale, marquée A sur la carte de la *planche XI.*

664. Au point A l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon AD soit égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune prise sur l'échelle des 54 minutes. On pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallèlement à l'horizon du globe, son centre étant en A; ou bien l'on fera circuler un compas dont l'ouverture soit égale à la somme des demi-diamètres, & dont une pointe soit en A; on remarquera tous les points du globe qui se trouveront répondre perpendiculairement sous la circonférence de ce cercle, ce sont ceux qui verront les bords du soleil & de la lune se toucher au même instant, & celui de ces points qui se

trouvera dans l'horizon du globe verra le contact des deux bords au lever du soleil.

665. On fera un autre cercle dont le rayon soit plus petit que le précédent, d'un quart du diamètre du soleil, c'est-à-dire, de 3 doigts (ce sera 8′ en 1764); ou bien on échancrera de la même quantité une portion du même cercle qui a servi pour la premiere phase, comme dans le limaçon de la *figure* 79; ou, si l'on veut, on diminuera seulement l'ouverture du compas dont on s'est servi dans l'opération précédente; alors la circonférence du cercle, ainsi diminuée de trois doigts, ou l'ouverture du compas, promenée tout autour du point A (*fig.* 77), indiquera sur le globe, par le moyen de l'à-plomb, tous les points de la terre où le soleil est éclipsé dans ce moment-là de 3 doigts seulement; on comprendra la raison en réfléchissant sur les articles 647 & 648.

666. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipse de 2, 3, 4, 5 doigts, &c. en diminuant de 2, 3 doigts, &c. le rayon du cercle de la *pénombre*, c'est-à-dire, du cercle dont le rayon étoit égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune; on pourra échancrer un seul cercle dont la circonférence soit divisée en 12 parties, & le rayon de même en 12 parties, & dont les 12 secteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une montre à répétition (*fig.* 79), chacun étant plus petit que le précédent, d'un doigt ou d'une douzième partie du diamètre solaire, pris sur la même échelle que la parallaxe horizontale & le mouvement horaire (660); en promenant un à-plomb sur les circonférences de ces secteurs, il marquera sur le globe les pays qui pour cet instant-là auront l'éclipse d'un doigt, ou de 2, &c.

667. Si l'on place en L, sur le milieu de la traverse AV, le centre de ces cercles, & qu'on fasse la même opération, après avoir fait tourner le globe pour amener la rosette P du globe sur 10^h 23′, qui est l'heure du milieu de l'éclipse générale au méridien de Paris, on trouvera tous les pays qui à 10^h 23′ ont l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. C'est ainsi qu'on peut tracer sur un globe, ou sur une carte géographique, la figure de tous les points qui auront une éclipse centrale, ou qui auront l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. Il est bon d'observer que tous ces pays qui dans un instant donné

voient l'éclipse d'un doigt, n'ont pas cependant la grandeur de l'éclipse d'un doigt; car ce n'est pas la plus grande phase qu'on trouve par cette opération, c'est seulement la phase qui a lieu pour un moment donné; mais on pourroit trouver celui pour qui cette phase est la plus grande, en remarquant le point de la terre qui est le plus éloigné du point A (*fig.* 77), ou qui par un petit mouvement du globe & de la lune conserve la même distance à la lune.

Trouver les phases d'une éclipse de soleil par le moyen des projections.

668. La méthode que je viens d'expliquer pour trouver, par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipse de soleil, ne seroit pas assez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement & la fin de l'éclipse en un lieu quelconque, à moins qu'on n'eût un globe très-grand & très-parfait; mais nous y parviendrons aisément au moyen d'une figure de projection & d'une ellipse tracée avec soin: cette opération graphique avec la règle & le compas sera plus exacte, & aussi simple que celle du globe. Avant que d'en donner les règles, je vais tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec plus de soin les principes de la projection ortographique; j'en ai déja fait quelque usage (art. 643 & suiv.), mais je vais en expliquer ici tous les fondemens & toutes les circonstances. Flamsteed dit que Wren est le premier qui ait connu vers 1660 la manière de trouver les phases d'une éclipse sans calculer les parallaxes; il ajoute que M. Halley, avant son départ pour Sainte Helene en 1666, lui parla de la construction des éclipses, mais en lui cachant la méthode, à laquelle Flamsteed n'avoit pas alors beaucoup de confiance.

669. PROJETTER une figure, c'est la rapporter à un autre plan, par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On distingue plusieurs sortes de projections, mais la plus simple de toutes est la projection *ortographique* (a), formée par des lignes per-

(a) Ὀρθὸς, *rectus*, parce que cette projection se fait par des lignes à angles droits.

perpendiculaires au plan de projection ; c'est celle dont on se sert avec un très-grand avantage pour les éclipses sujettes aux parallaxes.

670. Soit une ligne AB (*fig.* 78), & un plan quelconque PL, différent de cette ligne ; si des extrémités A & B de la ligne donnée on abaisse sur le plan PL des perpendiculaires A*a*, B*b*, l'espace *ab* qu'elles occuperont sur le plan PL, sera la projection ortographique de la ligne AB, & le plan PL sur lequel on a abaissé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection*.

671. La projection ortographique *ab* d'une ligne AB faite sur un plan de projection PL par les perpendiculaires A*a*, B*b*, est le cosinus de son inclinaison. Car ayant tiré AC parallèle à PL, l'angle BAC est égal à l'inclinaison de la ligne AB sur le plan de projection PL ; & AC=*ab* est la projection de la ligne AB ; or AB : AC : : R : cos. BAC. Ainsi le rayon est au cosinus de l'inclinaison, comme la ligne AB est à sa projection AC. Donc si l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que *la projection d'une ligne est égale à cette ligne multipliée par le cosinus de son inclinaison sur le plan de projection.*

672. La projection d'un arc tel que FI est égale à son sinus. Soit la circonférence DFH (*fig.* 80) du demi-cercle dont on demande la projection, situé dans un plan perpendiculaire au plan de projection, toutes les lignes perpendiculaires FC abaissées de chaque point de la circonférence sur le rayon CH, seront perpendiculaires au plan & marqueront les projections des mêmes points ; le point K sera la projection du point I ; ainsi la ligne CK sera la projection de l'arc FI ; mais si C est le centre du cercle, CK égale à IL est le sinus de l'arc FI : ainsi les sinus des arcs FI seront les projections de ces arcs, si l'on prend leur origine au point F qui répond perpendiculairement au centre C. Cette proposition sera d'un grand usage dans le calcul des éclipses.

673. La projection ortographique d'un cercle incliné est toujours une ellipse. Soit DFH le cercle dont on cherche la projection, DH celui de ses diamètres qui est dans le plan de projection, ou parallèle à ce plan ; si l'on incline ce demi-cercle en le faisant tourner autour du diamètre DH, de maniere que toutes les lignes IK fassent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections des lignes KG

qui feront égales chacune à leur correſpondante IK multipliée par le coſinus de l'angle d'inclinaiſon (671), enſorte que KG ſera par-tout à IK comme le coſinus de l'angle d'inclinaiſon eſt au rayon; or, telle eſt la propriété d'une ellipſe démontrée dans les ſections coniques, que toutes ſes ordonnées KG ſoient aux ordonnées IK d'un cercle de même diamètre dans un rapport conſtant; donc les lignes KG formeront une ellipſe; donc enfin la projection d'un demi-cercle DFH ſera la circonférence d'une ellipſe DGH, dont le grand axe DH eſt le même que celui du demi-cercle; & le petit axe, plus petit en raiſon du coſinus de l'inclinaiſon. Il en ſeroit abſolument de même quand le diamètre DH du cercle projetté ſeroit à une certaine diſtance au-deſſous du plan de projection.

674. Un cercle vu obliquement paroît donc ſous la forme d'une ellipſe; car on ſait qu'une ligne AB (*fig.* 81), vue obliquement du point O, paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire AC = AB ſin. ABC; ainſi dans un cercle CAD (*fig.* 82), vu obliquement, toutes les ordonnées AB, EF paroiſſant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipſe CGD, dont le petit axe eſt au grand comme le ſinus de l'inclinaiſon eſt au rayon. Cette propoſition revient au même que la précédente; mais il eſt néceſſaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vu obliquement, paroît en forme d'ellipſe; car nous ferons un uſage continuel de cette propoſition.

675. Les principales lignes de la projection d'une écliple ſont repréſentées dans la *fig.* 83; ST eſt la ligne menée du centre du ſoleil au centre de la terre, que nous appellons ſimplement la ligne des centres; IL un plan qui paſſe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le *cercle d'illumination*, & ſépare la partie éclairée IDL de la partie obſcure LOVI. Nous allons rapporter à ce plan les différentes parties de la projection; & tout ce que nous dirons à ce ſujet pourra s'appliquer au plan de projection, lors même que nous le placerons dans la région de la lune (682), parce qu'il ſera toujours parallèle & égal au cercle d'illumination. La ligne PO eſt l'axe de la terre, EQ le diamètre de l'équateur, PELOQIP le *méridien univerſel* (661), c'eſt-à-dire, celui qui paſſe

continuellement par le soleil, & que les différens pays de la terre atteignent successivement par la rotation diurne de notre globe; ED est la déclinaison du soleil ou sa distance à l'équateur; l'arc PI est l'élévation du pole au-dessus du plan de projection; cette hauteur est égale à la déclinaison du soleil, car si des angles droits ou quarts de cercle PE & DI on ôte la partie commune PD, on aura PI=DE qui est la distance du soleil à l'équateur E, ou sa déclinaison. Cette élévation est aussi égale à l'inclinaison de tous les parallèles terrestres, par rapport à la ligne des centres, & le complément de leur inclinaison par rapport au plan de projection.

Ayant pris depuis l'équateur les arcs EG & QF égaux à la latitude d'un lieu de la terre, tel que Paris, la ligne GH perpendiculaire à l'axe PO, & qui est le cosinus de la latitude EG, sera le rayon du parallèle de Paris, ou du cercle que Paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre; GF sera le diamètre du parallèle. Des points G, F & H, qui sont les extrémités & le centre du parallèle de Paris, nous abaisserons des perpendiculaires GM, FR, HN; les points M, R, N, où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection IL, seront les projections des extrémités & du centre du parallèle.

676. La distance TM du centre T de la projection au bord intérieur M de la projection du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc GD ou de la différence entre EG qui est la latitude de Paris, & DE qui est la déclinaison du soleil; la distance TR du centre T de la projection à l'extrémité la plus éloignée R du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc DF, ou VF; cet arc VF est égal à la somme des arcs VQ & QF, dont l'un est égal à la déclinaison du soleil, & l'autre à la latitude de Paris; ainsi *la distance du centre de la projection au sommet du parallèle, est égale au sinus de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison du soleil.*

677. La projection du pole P se trouvera en abaissant une perpendiculaire du point P sur la ligne TI; elle marque un point éloigné du centre T d'une quantité égale à TP cos. PTI ou TP cos. déclin. ☉ (671).

678. La distance TN ou l'espace de la projection compris entre le centre T de la projection, & le centre N du parallèle est égal à TH. cos. HTN (671); mais

TH eſt le ſinus de la latitude de Paris, HTN eſt égal à PI ou à DE, c'eſt-à-dire, à la déclinaiſon du ſoleil; donc TN eſt égale au produit du ſinus de la latitude du lieu, par le coſinus de la déclinaiſon du ſoleil pour le moment donné, en prenant pour rayon le rayon même de la projection.

679. Le point D de la terre eſt celui qui a le ſoleil au zénit; un autre point quelconque E qui en eſt éloigné de la quantité DE, a donc le ſoleil éloigné de ſon zénit de la même quantité DE; de-là il ſuit qu'une ligne TA étant priſe ſur la projection, & étant convertie en arc pour avoir DE, elle donnera dans les ſinus la diſtance du ſoleil au zénit ou le coſinus de ſa hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projetté au point A; c'eſt-à-dire que la ligne TA, ſinus de l'arc DE, en eſt la projection.

680. Il ſuit auſſi de-là que TA exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projetté en A; car TL qui eſt la parallaxe horizontale (646), eſt encore le ſinus total; donc TA qui eſt le coſinus de la hauteur ſera auſſi la parallaxe de hauteur, qui eſt toujours $= p.$ coſ. h (582); donc en général *la diſtance d'un Pays de la terre au centre de la projection, eſt égale à la parallaxe de hauteur*, le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horizontale.

681. Le parallèle de Paris ou le cercle dont H eſt le centre (*fig.* 83), & GF le diamètre, étant rapporté ou projetté ſur le plan ITL y devient une ellipſe (673), & c'eſt cette ellipſe qu'il eſt néceſſaire de décrire ſur le plan, pour y rapporter les phaſes de l'éclipſe; mais auparavant je dois faire obſerver que l'on peut tranſporter dans la région de la lune le plan de projection ITL, & que l'ellipſe y ſera parfaitement la même que ſur le plan ITL qui paſſe par le centre de la terre; en effet elle ſera compriſe entre des lignes parallèles à la ligne des centres TDS, & qui s'étendent juſqu'à la lune, où elles forment une projection de la terre, égale à la terre elle-même (642), puiſque LA eſt égale à TE (*fig.* 75).

682. Nous choiſiſſons pour plan de projection celui qui eſt dans la région de l'orbite lunaire & qui paſſe à la diſtance de la lune, quoiqu'on pût choiſir d'autres plans qui paſſeroient ou par le ſoleil ou par la terre

(*Mém. Acad.* 1744. *p.* 191); mais celui qui passe par la lune me paroît le plus commode, parce que le mouvement de la lune & son diamètre y sont tels que nous les observons réellement de la terre; le rayon même de la terre y paroît d'une grandeur connue & donnée par les Tables, qui est la parallaxe horizontale de la lune. En employant un plan de projection tel que le proposoit Képler & Boulliaud, qui passeroit par le centre de la terre, on est obligé de supposer l'œil de l'observateur placé dans la lune, ce qui peut donner quelque difficulté de plus à ceux qui commencent à s'occuper de ces matières.

683. Ayant choisi la région lunaire pour y placer notre projection, voyons comment on doit y rapporter les parallèles terrestres. La projection de la terre entière sera un cercle parallèle & égal au cercle d'illumination, comme nous l'avons déjà dit; mais le parallèle de Paris n'étant point parallèle au plan de projection, il ne peut s'y projetter que sous une forme elliptique (673). C'est cette ellipse que nous allons décrire; elle est la même sur le plan de projection qui passe par la lune que sur le plan qui passeroit par le centre de la terre, c'est-à-dire sur le plan du cercle d'illumination, puisque ces deux ellipses sont renfermées entre des lignes parallèles; ainsi tout ce qui vient d'être dit à l'occasion de la Figure 83. (*art.* 675), aura lieu pour l'ellipse que nous allons décrire sur le cercle de projection qui passe dans l'orbite lunaire.

684. Dans les observations suivantes, il ne faut pas oublier que la distance de la lune au point de la projection qui représente un lieu de la terre, marque la distance apparente des centres du soleil & de la lune pour ce lieu-là. Je suppose un point E de la terre (*fig.* 75), projetté en A par un rayon EA; le même lieu E de la terre voit le soleil sur la ligne EA (643); si le centre de la lune répond alors au point L de la projection, l'Observateur situé en E verra la lune éloignée du soleil de la quantité AL; ainsi la distance apparente sur le plan de projection entre la lune L & le point A qui répond au point E de la terre, sera AL. Il faut bien concevoir que le point A étant la projection du lieu E de la terre, c'est au point A de la projection que l'on rapporte le soleil quand on l'observe du point E; ainsi

l'on peut indifféremment dire qu'un point A de la projection marque le lieu E de la terre, par exemple, la situation de Paris, ou qu'il marque le lieu du soleil vu de Paris (644).

685. Au moyen des propositions démontrées dans les articles 675 & suiv. il est aisé de tracer l'ellipse de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit AOB (*fig.* 85) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui est perpendiculaire au rayon du soleil ou à la ligne des centres; il faut supposer le soleil au-dessus de la figure, répondant perpendiculairement au dessus du centre C de la terre. La ligne OPDC est un diamètre du méridien universel dans lequel on suppose le soleil immobile; mais ce diamètre diffère de l'axe de la terre d'une quantité égale à la déclinaison du soleil. ACB est un diamètre de l'équateur, perpendiculaire au méridien universel; P est la projection du pole, c'est-à-dire, le point du plan de projection sur lequel le pole répond perpendiculairement (677); on prendra les arcs BL & AK égaux à la latitude du lieu; ensuite KM, KN, LR, LV, égaux à la déclinaison du soleil; on tirera les lignes MER, NFV, l'on aura CE égale au sinus de BR ou de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison de l'astre, & la ligne CF égale au sinus de BV ou AN, c'est-à-dire de la différence des mêmes arcs. Ainsi les points E & F seront les extrémités de la projection du parallèle (675); donc l'ellipse qui représente le parallèle aura EF pour petit axe, & divisant EF en deux parties égales au point G, l'on aura le centre de l'ellipse; car le centre doit être nécessairement à égales distances des deux extrémités E, F, du petit axe.

686. Il est vrai que le point G est différent du point D par lequel passe le diamètre KL du parallèle de Paris; mais cela vient de ce que le cercle AOB, sur lequel nous avons pris les arcs BL & AK égaux à la latitude de Paris, n'est pas un méridien ni un cercle sur lequel se comptent les latitudes; l'axe est incliné au cercle de projection; le méridien est incliné au cercle AOB, le point de l'axe par lequel passe le parallèle de Paris, est bien à une distance du centre égale à CD; mais ce point rapporté sur le cercle de projection répond perpendiculairement en G, ensorte que CG est égale à CD multipliée par le cosinus de la déclinaison (671).

Ainsi l'opération que nous venons de faire pour trouver le point G est seulement une construction par laquelle on a les grandeurs CE & CF telles que nous avons fait voir qu'elles devoient se trouver, mais où la ligne KDL n'est point employée comme diamètre du parallèle.

687. Le grand axe de l'ellipse est le diamètre du parallèle; ayant pris déjà les arcs AK & BL égaux à la latitude du lieu pour lequel on veut dresser la projection, la ligne droite KL sera le diamètre même du parallèle, qui n'est autre chose que le cosinus de la latitude du lieu. Ayant la grandeur de l'axe on tirera par le centre G que nous avons déterminé, une ligne SGX parallèle & égale à KL, qui est égale au diamètre du parallèle de Paris; SGX sera le grand axe de l'ellipse qu'il s'agit de décrire.

688. Connoissant le grand axe SX & le petit axe EGF (685) de l'ellipse que nous cherchons, il sera aisé de la décrire, c'est-à-dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. On décrira sur le grand axe SX un cercle SHXQ, qui représentera le parallèle de Paris, quoique situé dans un plan différent; ce cercle étant divisé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, &c. on fera sûr que chaque point *g* du parallèle paroîtra sur la ligne *gf*, perpendiculaire au grand axe SX, tirée par chaque point de division; car quelle que soit l'inclinaison du cercle SHX, & l'obliquité sous laquelle il sera vu, pourvu qu'il passe par les points S & X, le point *g* de sa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point *b* du grand axe, & l'abscisse G*b* de l'ellipse sera toujours le sinus même de l'arc H*g* du parallèle, ou de la distance au méridien.

689. Pour trouver aussi l'ordonnée *b b* de l'ellipse, au même point, on remarquera que la ligne *g b* du parallèle étant vue obliquement, doit paroître d'une longueur *b k*, plus petite que *g b*, dans le même rapport que GE est plus petit que GH, ou le petit axe plus petit que le grand axe; il s'agit donc de diminuer le cosinus *g b* d'un angle horaire de 15°, &c. dans ce même rapport.

690. Pour trouver aisément ces cosinus ainsi diminués, on peut se servir d'un compas de proportion, ou bien l'on décrira du centre G un autre cercle EYF sur le petit axe, on le divisera comme le cercle HXQ en 24 parties, si l'on se contente de 24 heures, ou en 48, si l'on veut avoir une ellipse divisée en demi-heures. Par

les points de division du grand cercle, on tirera des lignes *g b b* parallèles au petit axe, & par les points de division du petit cercle, qui correspondent aux mêmes heures, on tirera des lignes comme *a b* parallèles au grand axe; celles-ci étant prolongées iront rencontrer les premières dans des points tels que *b*, qui formeront l'ellipse que l'on cherche. Par exemple, la seconde ligne parallèle au petit axe, & qui va du point 30 ou *g* au point *f*, coupe la seconde ligne *a b*, tirée également à 30° du point E parallélement au grand axe GX, dans le point *b*; ce point est celui de l'ellipse qui est à deux heures du méridien, puisque *b b* est le cosinus de 30° dans le petit cercle, ou le cosinus *g b* diminué dans le rapport des axes. Le point correspondant *c* à gauche marque deux heures après midi. C'est ainsi qu'on a pour chaque heure la projection du parallèle de Paris, & la situation de Paris sur le cercle de projection, à toutes les heures du jour.

691. On voit dans la figure 87 une ellipse tracée par la méthode précédente pour 26 degrés de déclinaison, mais dans laquelle on a supprimé toutes les lignes qui ont servi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipse a lieu quand la déclinaison est septentrionale; car alors la partie éclairée du parallèle, telle que CB dans la figure 83, paroît la plus basse ou la plus méridionale par rapport au rayon solaire ST. Mais soit qu'on se serve de la partie supérieure ou de la partie inférieure de l'ellipse, il faut toujours considérer Paris ou le lieu de l'observateur, comme allant vers la gauche, c'est-à-dire à l'orient, dans la partie visible du parallèle, ou dans la partie qui est tournée vers l'étoile.

La partie droite ou occidentale de l'ellipse, (*fig.* 87), sert pour les heures du matin, dans les éclipses de soleil; mais si c'est une éclipse d'étoile fixe, cette partie sert avant le passage de l'étoile au méridien, puisque le mouvement de la terre se fait vers l'orient, soit sur la terre, soit sur la projection qui en est l'image; on marque 0^h ou 12^h aux sommets du petit axe, lorsqu'il s'agit du soleil; mais l'on y marque l'heure du passage de l'étoile au méridien, lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune.

692. On voit au bas de la figure 87 les diamètres des ellipses qu'on trouveroit pour différentes déclinaisons en employant le même rayon de projection. On y voit aussi

à quelle distance passeroient toutes ces ellipses du sommet S de la projection, c'est-à-dire, la valeur de SV. J'ai marqué au milieu de l'ellipse les lieux des centres de ces différentes ellipses; chacun pourra les tracer toutes sur autant de cartons différens, pour calculer les éclipses de toutes les étoiles par la lune.

693. La situation du cercle de latitude par rapport au cercle de déclinaison CG (*fig.* 84.), peut se trouver par le moyen du calcul de l'angle de position (313); mais pour abréger, autant qu'il est possible, l'opération graphique dont nous allons parler, on peut se servir de la méthode suivante. Je suppose que FGH soit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire, que du point G où se termine le méridien CG de la projection, on ait pris les arcs GF & GH, chacun de 23° 28'; sur la tangente GV de l'arc GF & du centre G, l'on décrira un cercle XMV qu'on divisera en 12 signes, comme l'écliptique, en commençant au point X du côté de l'occident, où l'on marquera le Bélier, c'est-à-dire, 0s de longitude, & continuant de X en M, V, B. L'on prendra sur ce cercle un arc XM égal à la longitude du soleil ou de l'étoile dont on calcule l'éclipse; on abaissera sur le diamètre VX la perpendiculaire MN; & le point N de la tangente GNX où passera cette perpendiculaire MN, sera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude CN.

En effet, GN est le cosinus de l'arc XM ou de la longitude du soleil, pour le rayon GX, donc GX : R :: GN : cos. long. ☉; c'est-à-dire, GN = GV cos. longit. mais par la construction GM = tang. 23° ½ pour le rayon que nous supposons égal à l'unité, c'est-à-dire, CG ou CH, donc GN = tang. 23° ½ cos. long., cela revient à la proportion de trigonométrie sphérique, par laquelle on trouve l'angle de position quand on connoît la longitude du soleil & l'*obliquité* de l'écliptique: le rayon est au *cosinus* de l'hypothénuse ou de la longitude du soleil, comme la tangente de l'angle qui est l'obliquité de l'écliptique est à la cotangente de l'autre angle ou à la tangente de l'angle de position. Donc l'angle NCG est celui que doit former le cercle de latitude CN avec le méridien CG.

694. On pourroit aussi faire une construction semblable pour les étoiles fixes que la lune rencontre, il est vrai

qu'on supposeroit le cosinus de la latitude égal au rayon, mais l'erreur est insensible; car la latitude de la lune ne va pas à 6°, il n'y a pas $\frac{1}{180}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8 minutes de degré sur l'arc AF: or 8′ sont insensibles même sur une figure d'un pied de rayon, telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai marqué sur la circonférence de la figure 87 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles, telles que γ ♍, c'est-à-dire, l'étoile γ de la constellation de la Vierge, &c. On voit que toutes celles dont la longitude est dans le premier ou le dernier quart de l'écliptique, c'est-à-dire, dans les signes ascendans, sont à la droite du méridien CS, les autres sont à la gauche; parce que dans la figure 84, les trois premiers & les trois derniers signes de longitude sont à droite ou à l'occident du point G; cela est aisé à appercevoir sur un globe; la direction de l'écliptique tend à l'orient dans tous les cas; si en même temps elle se rapproche du nord, la perpendiculaire doit décliner du côté opposé à la direction de l'écliptique, c'est-à-dire, à l'occident, quand on la considère du côté du nord.

Trouver les phases d'une Eclipse de soleil ou d'étoile, avec la règle & le compas.

695. Les constructions précédentes suffisent pour faire trouver avec l'exactitude d'une minute de temps le commencement & la fin d'une éclipse, sans calculer les parallaxes. On voit dans la figure 87 un demi-cercle d'environ 5½ pouces de rayon, qui représente la projection de la terre dans l'orbe de la lune (649); le rayon CR est divisé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe; le diamètre TR est parallèle à l'équateur, CS est une portion du méridien universel ou du cercle de déclinaison qui passe par le soleil ou par l'étoile; CK est la distance du centre de projection au centre de l'ellipse, trouvée ci-dessus (678); KF est le demi-axe de l'ellipse (687), égal au cosinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipse, par exemple, de Paris. La ligne KV ou KQ est la moitié du petit axe de l'ellipse, qui est au grand axe comme le sinus de la déclinaison de l'astre est au rayon (674). Cette ellipse dans la figure 87 représente le parallèle de Paris, ou la trace décrite sur

le plan de projection par le rayon mené de Paris à *Antarès*, dont la déclinaison est de 26°.

696. La partie supérieure de l'ellipse est l'arc diurne, ou celui dont on doit faire usage quand la déclinaison du soleil est méridionale; la partie inférieure FQH, est celle qui sert pour les déclinaisons septentrionales (691): le cercle de latitude est représenté par CL (694).

697. La latitude de la lune au moment de la conjonction étant prise sur les divisions de la ligne CR, qui sert d'échelle, & portée de C en L sur le cercle de latitude, le point L est celui où doit passer l'orbite de la lune, en lui donnant l'inclinaison convenable. Pour cet effet on tirera par le point L de la conjonction une ligne LM perpendiculaire au cercle de latitude; on prendra la quantité du mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui du soleil, sur les divisions de CR, & l'on portera ce mouvement de L en M; on prendra aussi le mouvement horaire en latitude, on le portera de M en N parallèlement au cercle de latitude; au midi du point M, si la lune se rapproche du nord; au nord, si la lune s'approche du midi, c'est-à-dire, si la latitude est australe croissante, ou boréale décroissante. Par les points N & L, on tirera l'orbite relative INL; on marquera au point L l'heure & la minute de la conjonction; on marquera en N une heure de moins; l'on divisera NL en 60 minutes de temps, & l'on portera les mêmes divisions à gauche du point L, pour avoir la situation de la lune de minutes en minutes, une heure avant la conjonction, & une heure après, ou même davantage.

698. On marquera sur l'ellipse les heures du soleil ou de l'étoile qui répondent aux divisions qu'on a trouvées (690); en prenant la partie inférieure de l'ellipse si le soleil ou l'étoile déclinent du côté du pole élevé (691). Quand il s'agit d'une éclipse d'étoile, c'est l'heure du passage au méridien que l'on écrit sur le méridien, en V, ou en Q.

699. On prendra sur les divisions de CR la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, ou le demi-diamètre seul de la lune, s'il s'agit d'une éclipse d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra si le moment de la conjonction marqué en L, & la même minute de temps prise sur les divisions de l'el-

lipſe, ſont éloignés entre eux de cette quantité des demi-diamètres; ſi cela arrivoit, le temps de la conjonction feroit auſſi le temps du commencement ou de la fin de l'éclipſe; ce ſeroit le commencement ſi le point trouvé ſur le parallèle étoit à l'orient du point L; ce ſeroit la fin ſi le point de l'ellipſe marqué de la même heure que le point L, étoit à l'occident ou à la dr ite du point L.

Si cette diſtance des points correſpondans ſur l'ellipſe & ſur l'orbite de la lune n'eſt pas égale à la ſomme des demi-diamètres, on placera le compas à la droite ou à la gauche du point L ſur l'orbite de la lune comme en I; on verra ſi le point A de l'ellipſe marqué du même nombre d'heures & de minutes que le point I de l'orbite, eſt à la gauche de celui-ci de la quantité des demi-diamètres; s'il eſt trop éloigné, on promenera la branche droite du compas, ſans changer l'ouverture, juſqu'à ce que la branche gauche trouve un point A de l'ellipſe marqué du même nombre de minutes que le point de l'orbite où eſt la branche droite.

Quand on aura ainſi trouvé deux temps correſpondans, l'un ſur l'orbite, l'autre ſur le parallèle, tels que I & A, marqués de la même heure & de la même minute, & éloignés de la quantité IA, de manière que le point I de l'orbite ſoit à la droite ou à l'occident du point A du parallèle, on ſera ſûr que ce moment eſt celui du commencement de l'éclipſe; car on a vu que l'éclipſe commence pour Paris, quand la diſtance entre le point de la projection où Paris voit le ſoleil, c'eſt-à-dire, auquel Paris répond, & celui où ſe trouve la lune au même inſtant, eſt égale à la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune (646).

700. La lune avance vers l'orient dans ſon orbite de I en E, & Paris avance ſur ſon parallèle de A en B; mais beaucoup plus lentement, puiſqu'il faut 12 heures pour décrire la demi-ellipſe du parallèle de Paris, tandis que la lune en deux heures de temps ou environ fait dans ſon orbite un chemin auſſi conſidérable: ainſi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & ſe trouvera en E lorſque Paris ne ſera arrivé qu'en B; ils ſeront encore une fois à la même diſtance l'un de l'autre, c'eſt-à-dire, à une diſtance BE, égale à la ſomme des demi-diamètres de la lune & du ſoleil, la lune abandonnant le ſo-



leil; & quand on aura trouvé deux points B & E marqués de la même minute, on sera sûr d'avoir la fin de l'éclipse.

701. Le milieu de l'éclipse est à-peu-près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin: ainsi l'on cherchera la minute ou le point D qui tient le milieu entre ces momens marqués en I & en E, & la minute où le point G qui tient aussi le milieu entre A & B. La distance de ces deux points D & G, dont l'un est sur l'orbite, l'autre sur le parallèle de Paris, donnera la plus courte distance des centres de la lune & du soleil, ou leur distance, dans le temps du milieu de l'éclipse.

702. Cette distance étant portée avec le compas sur les divisions du rayon CR, se trouvera exprimée en minutes & en secondes de degré; car sur une échelle d'un pied de rayon, chaque minute occupe plus de deux lignes, & l'on y distingue facilement un intervalle de 5 à 6'': ainsi l'on aura en minutes & en secondes la plus courte distance du centre de la lune au centre du soleil ou de l'étoile, au temps du milieu de l'éclipse. Si le point D de l'orbite est au-dessous ou au midi du point G du parallèle, ce sera une preuve que la lune passe au midi de l'étoile.

703. Pour éviter de diviser chaque fois le rayon CR de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe, c'est-à-dire, tantôt en 54', tantôt en 61', sans compter les fractions de minutes, on forme une échelle EF (*fig.* 88) de 60 minutes, dont les lignes sont plus longues que le rayon du cercle, lorsque la parallaxe est plus petite que 60'; mais sont plus petites quand la parallaxe excède 60': par exemple, si la parallaxe est de 54', c'est-à-dire, plus petite d'un sixième que le rayon de la projection qu'on suppose toujours de 60', il faut avoir une échelle où le compas puisse indiquer 54' au lieu de 60'; car la même ouverture de compas qui valoit 10' quand le parallaxe étoit de 60', ne doit valoir que 9' quand cette parallaxe n'est que de 54'; il faut donc avoir une échelle plus grande d'un sixième; cette échelle, quoique divisée en 60 parties, n'en fera trouver que 54 quand on y portera le rayon de projection, parce qu'elle est plus grande que ce rayon, & que ses parties ont plus d'étendue.

704. Le demi-diamètre de la lune étant toujours les $\frac{3}{11}$ de la parallaxe (584), on pourra tirer une ligne droite CD sur l'échelle, de manière qu'elle intercepte les $\frac{3}{11}$ de toutes les échelles de parallaxe, en comptant de la ligne marquée 10, 10; on prendra facilement sur cette échelle le demi-diamètre de la lune qui est, par exemple, de 16′ $\frac{2}{3}$ si la parallaxe est de 61′; de 14′ $\frac{2}{3}$ si elle est de 54′, & ainsi des autres; on le prendra avec le compas sans avoir besoin d'en savoir la valeur.

705. Quand on a la plus courte distance GD des centres du soleil & de la lune, & qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipse en doigts (628), il faut retrancher cette distance de la somme des demi-diamètres, & porter le reste sur le diamètre du soleil, divisé en 12 parties ou 12 doigts; l'on y verra la partie éclipsée du soleil, en doigts & fractions de doigts.

706. Lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile, on suit le même procédé que pour les éclipses de soleil, en observant, 1°, que CL est la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile; 2°, que LN est le mouvement horaire de la lune seule, puisque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°, que sur les points V ou Q de l'ellipse on marque l'heure du passage au méridien, ou plus exactement, la différence entre son ascension droite & celle du soleil, convertie en temps, pour l'heure de l'éclipse; 4°, que l'on prend la distance IA égale au seul diamètre de la lune.

707. EXEMPLE. Le 7 Avril 1749, Antarès fut en conjonction avec la lune à 2h 22′ du matin; la parallaxe de la lune étoit alors de 57′ $\frac{1}{4}$, son mouvement horaire 33′ 12″ en longitude, & 1′ 56″ en latitude décroissante; la latitude au moment de la conjonction étoit de 3° 45′ 22″, celle de l'étoile étoit de 4° 32′ 12″; ainsi la lune étoit au nord de l'étoile de 46′ 50″.

Je commence par tirer l'axe de l'écliptique ou le cercle de latitude CL au point qui convient à la longitude d'Antarès 8s 6° 16′ (693), je prends sur la ligne qui répond à 57′ dans l'échelle des parallaxes (*fig.* 88), une quantité de 46′ 50″, & je la porte de C en L sur le cercle de latitude; au point L je tire la perpendiculaire LM (*fig.* 87.)

Je prends sur la même ligne de l'échelle des parallaxes le mouvement horaire de la lune 33′ ½, & je le porte de L en M sur la perpendiculaire au cercle de latitude; je porte aussi 2′ au-dessous du point M, parce que la lune s'avançoit de 2′ par heure vers le nord, & le point N marque le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à 1ʰ 22′ du matin: ayant donc marqué en L le moment de la conjonction 2ʰ 22′, je marque en N 1ʰ 22′, & divisant l'intervalle LN en 60 parties, je marque la situation de la lune de 10 en 10′, comme on le voit dans la figure 87 depuis 0ʰ 50′ jusqu'à 2ʰ 30′.

L'heure du passage d'Antarès au méridien de Paris est 3ʰ 11′ (363), je la marque au sommet V de l'ellipse, & je marque 2ʰ 11′, 1ʰ 11′, &c. sur les autres divisions de l'ellipse; je subdivise les intervalles de 10 en 10′, du moins dans les heures où il paroît que l'éclipse peut arriver, c'est-à-dire, qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends sur l'échelle le demi-diamètre de la lune, depuis la ligne 10, 10, jusqu'à la ligne CD, & cela sur la ligne de 57′; cette ouverture de compas étant promenée sur l'orbite de la lune & sur l'ellipse, je vois qu'une des pointes étant en I sur 1ʰ 1′, l'autre pointe tombe en A sur l'ellipse, & y rencontre aussi 1ʰ 1′: ainsi la lune étant en I à 1ʰ 1′, & la projection de Paris, ou le lieu apparent de l'étoile en A, il doit se faire une éclipse, la distance de la lune à l'étoile étant précisément égale au demi-diamètre de la lune, ce qui suppose un contact de l'étoile au bord de la lune.

Je promène la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en E sur 2ʰ 11′, l'autre pointe tombe aussi à 2ʰ 11′ sur l'ellipse en B, c'est le moment de l'émersion; la lune a donc parcouru la portion IE de son orbite, depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui de l'émersion, & le lieu apparent de l'étoile a changé de la quantité AB. C'est vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en D & l'étoile en G, qu'est arrivée la plus courte distance; on s'en assurera en mesurant la distance de minute en minute, car l'on verra qu'aux environs de 1ʰ 36′ elle cesse de diminuer, après quoi elle augmente; cette plus courte distance DG étant portée sur la ligne 57 de l'échelle des parallaxes, se trouvera de 6′,

ce qui m'apprend que le centre de la lune a paſſé 6′ au midi de l'étoile, au temps de la plus courte diſtance. Si c'eſt une éclipſe de ſoleil, on prend la ſomme des demi-diamètres du ſoleil & de la lune pour la porter ſur les diviſions de l'orbite & de l'ellipſe.

708. Il ſeroit facile de réduire au calcul les opérations graphiques, dont on vient de voir l'explication; mais on a encore d'autres méthodes pour calculer rigoureuſement les phaſes d'une éclipſe de ſoleil; on en peut voir le détail dans *mon Aſtronomie*; je ne puis donner ici qu'une idée de celle que j'ai adoptée & perfectionnée, & que j'appelle la méthode des angles parallactiques.

Soit S le ſoleil (*fig.* 86) ou l'étoile dont on calcule l'éclipſe, ZCSD le vertical du ſoleil, PBSE le cercle de latitude tiré du pole de l'écliptique par le ſoleil, OS le cercle de déclinaiſon tiré du pole de l'équateur. Connoiſſant la déclinaiſon du ſoleil, & l'heure pour laquelle on veut calculer la diſtance apparente des centres, l'état ou la phaſe de l'éclipſe; on cherchera la hauteur du ſoleil (368), & ſon angle parallactique OSZ (369), on en retranchera l'angle de poſition OSP (313, 318) formé au centre du ſoleil par le cercle de déclinaiſon & le cercle de latitude; on l'ajoutera ſi le pole de l'écliptique eſt ſitué de l'autre côté du point O, ce qui peut s'appercevoir aiſément avec un globe que l'on auroit placé convenablement pour le jour & l'heure propoſée (192): on aura *l'angle parallactique* proprement dit, formé par le vertical & le cercle de latitude.

709. Connoiſſant pour le même inſtant la longitude vraie de la lune & celle du ſoleil, on a leur différence, qu'il faut multiplier par le coſinus de la latitude de la lune, & qui dans cet état eſt repréſenté par la ligne AB parallèle à l'écliptique, ou perpendiculaire au cercle de latitude. On connoît auſſi la latitude vraie de la lune pour le même inſtant, c'eſt l'arc SB du cercle de latitude compris entre le ſoleil & le point B auquel la lune A répond perpendiculairement. Dans le triangle ABS rectangle en B, on connoît les deux côtés AB & BS, on cherchera par la trigonométrie rectiligne l'angle de conjonction ASB, & la ligne AS qui eſt la vraie diſtance de la lune au ſoleil. On retranchera l'angle parallactique PSC de l'angle de conjonction ASB, ou bien on prendra leur ſomme ſi le point

point A est situé de l'autre côté de BS, & l'on aura l'angle d'azimut ASC; connoissant cet angle avec l'hypothénuse AS, on cherchera SC qui est la différence de hauteur entre le soleil & la lune, & AC qui est leur vraie différence d'azimut. Cette différence de hauteur étant ajoutée avec la hauteur du soleil, donnera la hauteur vraie de la lune. Connoissant la parallaxe horizontale, on calculera la parallaxe de hauteur (582), qui retranchée de la hauteur vraie donnera la hauteur apparente. La différence entre cette hauteur apparente & celle du soleil, donnera l'arc SD du vertical, qui désignera la ligne horizontale DL sur laquelle doit se trouver le lieu apparent L de la lune. La différence apparente d'azimut DL est un peu plus grande que la différence vraie CA; mais la différence ne va jamais qu'à 30″ & peut se négliger dans bien des cas; on pourroit la trouver facilement, puisque CA est à DL comme le sinus de la distance vraie au zénit est au sinus de la distance apparente. J'en ai donné une table dans la connoissance des temps de 1764. On corrigera encore la différence d'azimut DL par la parallaxe d'azimut (592), & si l'on veut employer une extrême précision dans le calcul, on appliquera aussi à la parallaxe de hauteur CD l'équation qui vient de l'applatissement de la terre (594). Connoissant par ce moyen DL avec DS on résoudra le triangle DSL, & l'on trouvera l'hypothénuse SL, qui est la distance apparente des centres du soleil & de la lune.

710. Si cette distance est égale à la somme des demi-diamètres apparens du soleil & de la lune (ou de la lune seule s'il s'agit d'une éclipse d'étoile), c'est une preuve que les deux bords se touchent & que l'éclipse commence ou bien qu'elle finit: si cette distance est plus petite, par exemple, de 5′, on est assuré que la lune anticipe sur le soleil de 5′ ou qu'il y a 5′ d'éclipse. En abaissant une perpendiculaire LE du lieu apparent L de la lune sur le cercle de latitude BSE, on a la latitude apparente de la lune SE, & la différence de longitude apparente EL. Ainsi la quantité BE est la *parallaxe de latitude*, & la différence entre AB & LE est la *parallaxe de longitude*, en supposant que le point L & le point A soient l'un & l'autre du même côté du cercle de latitude BSE.

711. Quand on a fait le même calcul pour deux instans différens, on a deux latitudes apparentes, & deux différences de longitudes entre la lune & le soleil ; on pourra tracer *l'orbite apparente* affectée par la parallaxe, & calculer les phases d'une éclipse de soleil, comme nous avons calculé celles d'une éclipse de lune en traçant l'orbite relative vraie (620).

Usage des Eclipses pour trouver les longitudes géographiques.

712. La méthode la plus exacte que nous ayons pour connoître les longitudes des lieux de la terre (47), ou les différences des méridiens (51, 54), est certainement celle des éclipses de soleil ou d'étoiles ; le seul inconvénient de cette méthode est la longueur des calculs qu'elle exige, mais cela n'empêche pas que nous n'en fassions un usage continuel pour le bien de la géographie.

713. Lorsqu'on a observé le commencement & la fin d'une éclipse de soleil, l'immersion & l'émersion d'une étoile cachée par la lune, ou celle d'une planète, il faut en déduire le temps de la conjonction vraie ; & quand on a le temps de la même conjonction pour chacun des deux pays, la différence des temps est évidemment celle des méridiens (*Kepler. astron. pars optica* 395). Cette méthode est la plus directe, la plus élégante & la plus sûre dont on puisse faire usage. Je choisis, pour exemple, le calcul d'une éclipse d'étoile, comme renfermant quelques considérations de plus que celui d'une éclipse de soleil ; mais j'y ajouterai toujours les modifications qu'exigent les éclipses de soleil.

714. Soit S (*fig.* 90), le soleil, ou l'étoile éclipsée, L la situation apparente du centre de la lune par rapport au soleil au commencement de l'éclipse ; F le lieu apparent du centre de la lune au moment de l'émersion ; LF le mouvement apparent de la lune par rapport au soleil ou à l'étoile, dans l'intervalle de la durée de l'éclipse ; SH le cercle de latitude qui passe par l'étoile, GHI un arc de l'écliptique, DSE une ligne perpendiculaire à SH, passant par l'étoile & sensiblement parallèle à l'écliptique ; supposons encore FA parallèle à DE, l'on aura le mouvement apparent en latitude AL, & le mouvement relatif apparent en longitude FA sur un arc de



grand cercle; cet arc se confond sensiblement avec le parallèle à l'écliptique, mais il est plus petit de quelques secondes que l'arc GI de l'écliptique; ce mouvement apparent est la première chose qu'il s'agit de trouver.

715. On connoît par les tables l'heure de la conjonction vraie, calculée, de même que les longitudes & les latitudes vraies de la lune, & de l'astre éclipsé, au commencement & à la fin de l'éclipse; on calcule pour les mêmes instans la différence des parallaxes en longitude & en latitude (710); on ajoute chaque parallaxe à la longitude vraie, ou bien on la retranche suivant que le lieu apparent de la lune est plus ou moins avancé que le lieu vrai, & l'on a les longitudes apparentes ou affectées de la parallaxe, dont la différence est le mouvement apparent de la lune sur l'écliptique; on en retranche le mouvement du soleil, ou de l'astre éclipsé (s'il est rétrograde on les ajoute); & l'on a la valeur de GI mouvement relatif apparent sur l'écliptique.

716. On applique de même la différence des parallaxes en latitude pour chacun des deux instans, à la latitude vraie de la lune calculée par les tables (ou à sa distance au pole boréal de l'écliptique), & l'on a les deux latitudes apparentes IL, GF, au commencement & à la fin de l'éclipse; la différence de ces latitudes apparentes (ou leur somme, si l'une étoit australe & l'autre boréale), est le mouvement apparent de la lune en latitude; on en ôte le mouvement en latitude de l'astre éclipsé, si sa latitude change dans le même sens que celle de la lune, & l'on a la valeur de AL mouvement relatif apparent de la lune. On multiplie la différence des longitudes apparentes, c'est-à-dire, GI, par le cosinus de la latitude apparente qui tient le milieu entre les latitudes IL & GF (531), & l'on a la valeur du mouvement FA mesuré dans la région de l'éclipse.

717. Dans le triangle FAL rectangle en A, l'on connoît les deux côtés FA & AL, on trouvera l'angle LFA & l'hypothénuse FL, c'est-à-dire, l'inclinaison de l'*orbite apparente*, & le mouvement apparent en ligne droite, sur l'orbite apparente de la lune relativement à l'astre S, qui est toujours supposé immobile pendant la durée de l'éclipse.

718. Dans le triangle LSF, on connoît trois côtés, le mouvement apparent FL en ligne droite, la somme des demi-diamètres de la lune & de l'astre éclipsé, celui de la lune étant augmenté à raison de sa hauteur sur l'horizon [illegible]; la somme des demi-diamètres pour le commencement est SL, pour la fin c'est SF; on cherchera [illegible] SLF & SFL; commençant par l'analogie ordinaire [illegible] la trigonométrie rectiligne: le mouvement FL [illegible] somme des deux distances observées, ou des [illegible] sommes des demi-diamètres, SL & SF, comme [illegible] différence est à la différence des segmens BL & SF; [illegible] moitié de cette différence trouvée, étant ajoutée avec la moitié du mouvement FL donnera le plus grand des deux segmens; cette demi-différence retranchée de la moitié du mouvement FL donnera le plus petit des deux segmens.

719. Quand on aura les deux segmens, il sera facile de trouver les angles comme BLS, BFS; l'un de ces angles ajouté avec celui de l'inclinaison apparente LFA, & l'autre retranché, donneront les complémens des angles de conjonction apparente, c'est-à-dire, les angles DSF, LSE.

Le rayon est à la somme des demi-diamètres apparens SF, qui répond à la plus grande latitude, comme le cosinus de l'angle DSF est à SD; cette quantité divisée par le cosinus de latitude HS de l'astre S (si ce n'est pas le soleil), donnera la distance HG à la conjonction apparente, pour celle des deux observations qui répond à la plus grande des deux latitudes apparentes de la lune, c'est-à-dire, à DF. On ôtera cette distance de la longitude vraie du soleil ou de l'étoile, si c'est le commencement de l'éclipse auquel répond la plus grande latitude, on l'ajoutera avec la longitude de l'étoile, si c'est la fin de l'éclipse, & l'on aura la longitude apparente de la lune observée. Cette longitude observée étant comparée à celle qu'on avoit calculée, donnera l'erreur des tables en longitude.

720. La parallaxe de longitude étant appliquée à la longitude apparente donnera la longitude vraie de la lune; la différence entre cette longitude vraie & celle de l'étoile S convertie en temps à raison du mouvement horaire sur l'écliptique, fera trouver l'heure de la conjonction vraie, pour le lieu de l'observation. L'on fera



le même calcul pour une autre obſervation, & l'on aura pour ce nouveau méridien l'heure de la conjonction vraie; elle différera de la premiere d'une quantité qui ſera la différence des méridiens entre les deux pays où l'obſervation a été faite.

721. La manière de déterminer les longitudes des différens pays de la terre par la conjonction vraie calculée pour les deux pays, eſt la plus exacte que nous ayons; le ſeul inconvénient comme je l'ai dit eſt la longueur du calcul qu'elle ſuppoſe; c'eſt un très-grand obſtacle, à cauſe du peu de perſonnes qui s'occupent de ces recherches. Cependant depuis quelques années on a déterminé les longitudes d'un très-grand nombre de villes par des obſervations d'éclipſes de ſoleil, & j'en ai rapporté beaucoup dans la *connoiſſance des temps* pour 1774.

722. Les étoiles dont on obſerve les immerſions, paroiſſent ſouvent pendant quelques ſecondes être entiérement ſur le diſque de la lune. Il eſt probable que cette apparence eſt occaſionnée par l'irradiation ou le débordement de lumière de la lune; tous les corps lumineux ſont ainſi bordés, & comme enflés par la lumière qui les environne.

723. L'atmoſphère de la lune produit un autre phénomène, que M. du Séjour paroît avoir démontré dans les Mémoires de l'académie pour 1767, c'eſt une INFLEXION de 4″½ égale au double de la réfraction horizontale qui a lieu dans l'atmoſphère de la lune: pour tenir compte de cette inflexion, il faut dans les éclipſes de ſoleil diminuer le demi diamètre de la lune de cette quantité, en même-temps qu'on diminue celui du ſoleil de 3″, à cauſe de l'irradiation: la circonſtance la plus favorable pour conſtater cette inflexion ſeroit celle d'une éclipſe qui ſeroit totale pour les pays où la lune ſeroit fort élevée ſur l'horizon, & annulaire dans les pays où la lune ſeroit la plus baſſe; telle a dû être l'éclipſe du 23 Septembre 1699.

724. Les éclipſes des planètes par la lune ſe calculent de la même manière que les éclipſes de ſoleil ou d'étoiles, pourvu qu'on ait égard à leurs mouvemens en longitude & en latitude, qui augmente ou qui diminue celui de la lune, & qui influe ſur la ſituation de l'orbite relative.

... s planètes font quelquefois assez proches l'u-
ne ... tre pour s'éclipser mutuellement; Mars parut
... upiter le 9 Janvier 1591, & il fut éclipsé par
... 3 Octobre 1590, (*Képler*, *Astron. Pars Opti-
ca*, p ... 305); Mercure fut caché par Vénus le 17 Mai
1737 ... *Philos. Transact.* No. 450). On trouve aussi dans
les ... es des Astronomes plusieurs exemples des oc-
cu... d'étoiles par les planètes: Saturne couvrit l'é-
to... la sixieme grandeur qui est à la corne australe
du ... au, le 7 Janvier 1679, suivant M. Kirch,
(... *Berolin. pag.* 205).

DES ... VENUS ET DE MER- ... sur le Soleil.

... ui tournent autour du soleil à
... terre, (art. 393), se
trou... l à chaque révolution sy-
n... ont alors que peu de lati-
t... ne tache noire & ronde,
d... environ la trentième par-
tie ... Vénus, & seulement la
150e parti... st Mercure.

726. Av... crut avoi... apperçu Mercure sur le Soleil, mais Albategnius & ... opernic ne pensoient pas qu'il fût possible de l'y voir à la vue simple, & ils avoient raison. Képler crut aussi avoir apperçu Mercure sur le soleil à la vue simple; mais il reconnut ensuite que ce ne pouvoit être qu'une tache du soleil; il s'en trouve quelquefois d'assez grosses pour qu'on puisse les entrevoir sans lunettes; Galilée assuroit en avoir vu & les avoir montré à d'autres à la vue simple, & nous en citerons des exemples (936, 941). Mais à l'égard de Mercure qui n'a que 12″ de diamètre; il est impossible qu'on l'ait jamais apperçu sur le soleil; c'est tout ce que l'on pouvoit faire, en 1761, que d'y appercevoir Vénus, qui avoit 58″ de diamètre. Il n'est donc pas étonnant qu'avant la découverte des lunettes, on n'eût jamais observé Mercure ni même Vénus sur le soleil.

727. Ces passages n'arrivent que lorsque Vénus & Mercure dans leur conjonction inférieure, n'ont pas une latitude plus grande que le demi-diamètre du soleil,

c'est-à-dire, lorsque la conjonction arrive fort près du nœud, tout au plus, à la distance de 1° ¾ pour Vénus.

728. Ces passages sont importans; ils fournissent un moyen de déterminer exactement le lieu du nœud N de Mercure, ou de Vénus (*fig.* 91), quand on a vu la situation OR de l'orbite de la planète; ils donnent la longitude héliocentrique indépendamment de la parallaxe du grand orbe, puisque la conjonction de la planète avec le soleil S prouve que la planète vue du soleil est la même que la longitude de la terre; mais les passages de Vénus ont sur-tout l'avantage singulier de pouvoir faire connoître exactement la parallaxe du soleil (735), d'où dépendent les distances de toutes les planètes entr'elles & par rapport à nous (585); c'est ce qui leur a donné une si grande célébrité, & qui a fait écrire tant de mémoires & entreprendre tant de voyages à ce sujet.

729. Il y a dans les passages de Vénus trois choses qui concourent à donner de l'avantage & du mérite à ces sortes d'observations; 1°, la grande précision avec laquelle on observe le contact de deux objets, dont l'un est obscur & placé sur celui qui est lumineux; il n'y a dans l'Astronomie que ce seul cas où l'on puisse observer un angle de distance à un dixième de seconde près; 2°, le rapport connu de la parallaxe de Vénus au soleil, avec celles de toutes les autres planètes; 3°, la grandeur de cette parallaxe qui produit plus d'un quart-d'heure de différence entre les observations, & qui est plus que double de celle du soleil.

730. Képler fut le premier qui en 1627, après avoir dressé sur les observations de Tycho ses Tables Rudolphines, osa marquer les temps où Vénus & Mercure passeroient devant le soleil; il annonça même un passage de Mercure pour 1631, & deux passages de Vénus, l'un pour 1631, & l'autre pour 1761, dans un avertissement aux Astronomes, publié à Leipsic en 1629: Képler n'avoit pas pu donner à ses tables un degré de perfection assez grand, pour annoncer d'une manière exacte & infaillible ces phénomènes, qui tiennent à des quantités fort petites; le passage qu'il annonçoit pour 1631 n'eut pas lieu; & Gassendi, qui s'y étoit rendu fort attentif à Paris, ne l'avoit point apperçu; mais aussi il y eut en 1639 un passage de Vénus que Képler n'avoit point annoncé & qui fut observé en Angleterre. Képler mou-

fut quelques jours avant celui du paſſage de Vénus qu'il avoit annoncé pour 1631 ; mais le paſſage de Mercure fut obſervé, comme il l'avoit prédit.

731. Examinons d'abord pourquoi les paſſages de Mercure & ſur-tout ceux de Vénus ſur le ſoleil, ſont ſi rares; Vénus revient toujours à ſa conjonction inférieure au bout d'un an & 219 jours (454) ; il ſembleroit donc qu'à chaque conjonction Vénus devroit paroître ſur le ſoleil, étant placée entre le ſoleil & nous ; mais il en eſt de ces éclipſes comme des éclipſes de lune (600), il ne ſuffit pas que Vénus ſoit en conjonction avec le ſoleil, il faut qu'elle ſoit vers ſon nœud, & que ſa latitude vue de la terre n'excède pas le demi-diamètre du ſoleil, c'eſt-à-dire, environ 16′. Soit S le centre du ſoleil (*fig.* 91), SN l'écliptique, ORN l'orbite de Vénus; au moment où elle répond perpendiculairement au point S de l'écliptique où eſt le ſoleil, SV eſt la latitude géocentrique de Vénus; ſi cette latitude eſt plus petite que le rayon SA du ſoleil, il eſt évident que Vénus paroîtra ſur le diſque OAR du ſoleil; il en eſt de même de Mercure.

732. Lorſqu'on connoît la révolution ſynodique moyenne de Mercure ou le retour de ſes conjonctions au ſoleil, qui eſt de $115^j\ 21^h\ 3'\ 22''\ 3$ (454), on peut trouver pour un intervalle quelconque toutes les conjonctions inférieures de Mercure au ſoleil ; on choiſit celles qui arrivent quand le ſoleil eſt près du nœud de Mercure, c'eſt-à-dire, vers le commencement de Mai & de Novembre, & en les calculant avec plus de ſoin comme les conjonctions de la lune, on voit bientôt ſi la latitude géocentrique au moment de la conjonction vraie n'excède pas le demi diamètre du ſoleil, & ſi Mercure peut paroître ſur le diſque du ſoleil. C'eſt ainſi que M. Halley calcula, en 1691, pluſieurs paſſages de Mercure ſur le ſoleil, qui ſont rapportés dans les Tranſactions philoſophiques. On y trouve les calculs que M. Halley avoit faits de 29 paſſages tant pour le dernier ſiècle que pour celui-ci. Il y employoit des périodes de 6 ans, de 7, de 13, de 46 & de 265, qui fort ſouvent ramènent les paſſages de Mercure ſur le ſoleil au même nœud, & qui ſuffiſent pour indiquer les années où il peut y en avoir. M. Halley avoit fait la même choſe pour les paſſages de Vénus; il y reconnut des périodes de 8 ans, de 235

& de 243, qui ramènent les passages de Vénus sur le soleil, & il calcula 17 passages de Vénus, depuis l'an 918 jusqu'à l'année 2119.

733. La première observation que l'on ait eu d'un semblable phénomène, est le passage de Mercure observé à Paris par Gassendi, le 7 Novembre 1631 au matin. Depuis ce temps-là on en a observé 12 autres, y compris celui du 9 Novembre 1769, qui a été vu en Amérique & aux Indes; nous en attendons d'autres pour 1776, 1782, 1786, 1789, 1799, &c.

734. Vénus fut observée sur le soleil en 1639, elle l'a été sur-tout en 1761 & 1769, elle y passera encore en 1874, 1882, 2004, 2012, 2117, 2125, &c; le passage de Vénus, observé en 1769, est une des observations les plus importantes que les Astronomes ayent jamais faites, par la connoissance qu'elle nous a donnée de la véritable parallaxe du soleil; ce fut M. Halley qui fit cette remarque intéressante en 1677; si la parallaxe qui abaisse les astres fait paroître Vénus le long de la ligne BC au lieu de l'orbite OR, elle décrira sur le soleil une corde moins longue, & la durée observée peut nous faire juger de la parallaxe de Vénus. Aussi nous attendions avec impatience les passages de Vénus annoncés pour 1761 & pour 1769: la plupart des Souverains & des Académies de l'Europe se sont empressés de procurer des voyages dans des lieux éloignés pour que l'effet de la parallaxe fut plus considérable, & ces voyages ont réussi, sur-tout en 1769, de manière à ne laisser presque rien à desirer.

La Société Royale de Londres, secondée par le Roi d'Angleterre, envoya des Observateurs au Fort du Prince de Galles sur la Baye d'Hudson & à l'Isle de Taïti dans le milieu de la mer du Sud; l'Abbé Chappe se transporta en Californie; le P. Hell à Wardhus, qui est à l'extrémité la plus septentrionale de la Laponie. M. Planman s'étoit placé à Cajanebourg en Finlande; & ces cinq observations qui ont réussi complettement, nous ont appris que la parallaxe du soleil étoit de 8″ 5 ou 8″ 6, c'est-à-dire, huit secondes six dixièmes.

735. Pour parvenir à cette connoissance, il suffit de calculer le commencement & la fin d'un passage de Vénus, en y employant la parallaxe par une méthode semblable à celle que nous avons expliquée ci-dessus à

l'occasion des éclipses de soleil (710). On trouve que la durée du passage de 1769, vue du centre de la terre, devoit être de 5h 41′ 56″ entre les deux contacts intérieurs, c'est-à-dire entre le moment où le disque de Vénus se trouva tout entier sur le soleil & le premier instant où elle commença d'en sortir; mais en calculant ces mêmes phases pour Wardhus, & en employant une parallaxe de 8″ 5 pour le soleil, ce qui donne pour ce jour-là 21″ $\frac{12}{1000}$ pour l'excès de la parallaxe de Vénus sur celle du soleil, on trouve que la durée du passage devoit y être plus grande de 10′ 52″ de temps. Au contraire, à l'Isle de Taïti elle devoit être plus petite de 11′ 43″. De-là il suit que si l'on a véritablement observé à Taïti une durée plus petite de 22′ 35″ qu'à Wardhus, la parallaxe du soleil est réellement de 8″ 5; or le P. Hell observa cette durée de 5h 53′ 14″, & MM. Green, Cook & Solander l'observerent à Taïti de 5h 30′ 4″ plus petite que la premiere de 23′ 10″: cette quantité differe à la vérité de 35″, mais sur une différence totale de 23′ 10″ cela ne fait pas $\frac{1}{30}$ de différence; d'ailleurs ayant comparé de même toutes les autres observations, j'ai trouvé qu'elles s'accordoient assez avec la parallaxe de 8″ 6, pour prouver qu'il n'y a pas un soixantième d'incertitude sur le total de cette détermination. On peut voir toutes les observations, les calculs, la méthode & les résultats, dans mon *Mémoire sur le passage de Vénus*, imprimé séparément en 1772 (à Paris, chez Lattré, Graveur, rue S. Jacques); cet ouvrage, que tout le monde peut consulter, me dispensera d'entrer ici dans un plus grand détail. On trouve chez le même graveur une Mapemonde dans laquelle j'ai désigné par des cercles l'effet de la parallaxe dans tous les pays de la terre, avec une explication où j'indiquois toutes les stations où il importoit de faire l'observation pour que le résultat fût plus concluant : j'ai eu la satisfaction de voir toutes mes indications suivies, & le succès répondre aux espérances que j'en avois conçues.

796. La manière d'observer les passages de Mercure & de Vénus, consiste à déterminer avec un quart de cercle ou avec un réticule la différence d'ascension droite & de déclinaison, pour en conclure la différence de

longitude (946) & l'heure de la conjonction. Ces passages de Mercure & de Vénus sur le soleil servent encore à trouver le lieu du nœud avec une très-grande précision lorsqu'on a observé la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & le soleil (595, 946). On en conclud la distance SM à laquelle Vénus a paru dans le milieu de son passage éloignée du centre du soleil, & sa latitude géocentrique SV, on la réduit au soleil ; alors dans le triangle SNV connoissant l'inclinaison N de son orbite & le côté NV ; l'on en conclud la distance SN entre le soleil & le nœud de la planète.

LIVRE VI.

Des Réfractions.

737. L'ATMOSPHERE (*a*), c'est-à-dire, la masse d'air qui environne la terre, affoiblit la lumière, la disperse, la décompose, & change sa direction. Il est prouvé par un grand nombre d'expériences, qu'on trouve dans tous les livres d'optique, que les rayons de lumière qui entrent obliquement d'un milieu moins dense dans un milieu plus compact, changent de direction, & se rapprochent de la perpendiculaire, comme s'ils étoient plus fortement attirés par la matiere la plus dense ; ce changement des rayons de lumiere est différent suivant l'obliquité du rayon, & les tables qui en contiennent l'effet, s'appellent *Tables de Réfractions*, ou *Tables Anaclastiques* (b).

Soit ABD la surface de la terre, (*fig.* 92) ; EKG la surface extérieure de l'atmosphère qui environne la terre, & dont la densité est sensible jusqu'à quelques lieues de hauteur ; A le lieu de l'observateur, & MK un rayon de lumière qui entre obliquement dans l'atmosphère en K ; ce rayon plié & courbé dans l'atmos-

(*a*) Ἀτμος, *Vapor*; Σφαίρα, *Globus*.

(*b*) Ce mot vient de Κλάω, *frango*.

phère, parvient au point A, comme s'il avoit suivi la ligne droite NKA; l'œil reçoit l'impression de la lumière suivant la direction NKA du rayon qui arrive à l'œil en A; l'observateur rapporte sur le rayon AKN l'astre qui est véritablement en M, ensorte que la réfraction fait paroître l'astre plus élevé de la quantité de l'angle NKM, que nous appellons la RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

738. Le rayon CKR étant perpendiculaire à la surface réfringente en K, on appelle ANGLE D'INCIDENCE l'angle MKR, que forme le rayon incident avec la perpendiculaire, avant la réfraction, & l'on appelle ANGLE DE RÉFRACTION, l'angle NKR, ou son égal AKC que forme ce rayon avec la même perpendiculaire, après la réfraction; les sinus de ces deux angles ont entre eux un rapport constant, qu'on appelle le *Rapport de Réfraction*, & que Newton suppose ici être de 3201 à 3200; aussi n'y a-t-il point de réfraction quand le rayon est perpendiculaire à la surface réfringente, car un des angles étant nul, l'autre s'évanouit nécessairement; d'ailleurs le rayon perpendiculaire à une surface plus dense, ne change pas de direction pour en être plus attiré, puisqu'il y arrive le plus directement possible, & par le plus court chemin. De-là il suit que la réfraction se fait toujours dans un plan vertical; car le rayon rompu n'ayant de tendance que pour se rapprocher de la ligne verticale ou du zénit, ne se détournera ni à droite ni à gauche de cette ligne, le rayon rompu sera dans le même plan que le rayon direct & la ligne du zénit; ainsi le lieu vrai & le lieu apparent seront dans le même vertical.

739. On trouvera les loix, les propriétés & les effets de la réfraction, & ceux de la lumière, dans plusieurs livres d'optique, sur-tout dans celui qui a pour titre; *A compleat System of Optiks by* Robert SMITH, Cambridge, 1738, 2 vol. *in*-4°. Il y en a deux éditions Françoises d'Avignon & de Brest, données par le P. Pézenas & par M. le Roy.

Les anciens connurent très bien le phénomène des réfractions en général: Aristote dans un de ses problêmes parle de la courbure apparente d'une rame dans l'eau, & Archimède passe pour avoir écrit un traité sur la figure d'un cercle vu sous l'eau; on croyoit alors que

les angles de réfraction étoient proportionnels aux angles d'incidence : Snellius & Descartes ont fait voir que la proportion n'avoit lieu qu'entre les sinus de ces angles.

La réfraction astronomique ne fut même pas inconnue à Ptolomée, quoiqu'il n'en ait pas fait usage dans ses calculs; il dit sur la fin du VIII[e] livre de l'Almageste, qu'il y a des différences dans le lever & le coucher des astres, qui dépendent des changemens de l'atmosphère : il en faisoit mention d'une manière plus détaillée, dans son *Optique*, Ouvrage qui ne nous est pas parvenu, (Montucla, *Histoire des Mathématiques*, *I*. 308). Alhazen, Opticien Arabe du dixième siècle, qu'on soupçonne généralement d'avoir pris dans Ptolomée presque toute son optique, en parle décidemment & fort au long; il donne même la manière de s'en assurer par l'expérience.

Prenez, dit-il, un instrument composé avec des cercles ou armilles qui tournent autour des poles; mesurez la distance d'une étoile au pole du monde, lorsqu'elle passe près du zénit dans le méridien; & lorsqu'elle se lève près de l'horizon, vous trouverez la distance au pole plus petite dans ce dernier cas; Alhazen démontre ensuite que cela doit arriver par l'effet de la réfraction; il ne dit point, à la vérité, quelle est la quantité qui en résulte sur les observations; mais ce passage d'Alhazen fait voir de quelle manière on observa l'effet de la réfraction, & comment on parvint d'abord à le reconnoître. De même quand les Anciens observoient l'équinoxe avec ces armilles, ils pouvoient l'appercevoir deux fois en un même jour, par l'effet des réfractions, (Flamstéed, *Prolegom. pag.* 21). Cet effet pouvoit aussi se reconnoître facilement par les étoiles circompolaires; car si l'on observe deux étoiles, comme γ d'Andromède & l'étoile polaire, éloignées l'une de l'autre de 47°, on trouvera leur distance plus grande d'un demi-degré, quand la première passera par le méridien, près du zénit, que quand elle passera sous le pole, près de l'horizon; & toutes les distances des étoiles entre elles changeront ainsi plus ou moins.

Snellius, en publiant les observations de Waltherus, remarqua que ces observations étoient si exactes, qu'elles avoient appris à Waltherus l'augmentation de hauteur que cause la réfraction; mais Tycho fut le pre-

mier qui la détermina d'une manière à en dresser des tables : voici la manière dont il raconte lui-même cette découverte astronomique (*Progymnasmata*, *pag.* 15.)

740. Il avoit déterminé avec un ou deux instrumens assez bien faits, la hauteur du pole par les hauteurs supérieures & inférieures de l'étoile polaire (33), il la détermina aussi par les hauteurs du soleil dans les deux solstices (70), & il trouva la seconde plus petite de 4'; il eut d'abord un soupçon sur la bonté de ses instrumens, il continua d'en faire construire jusqu'à dix de différentes grandeurs & de différentes formes, travaillés avec plus grand soin, & il trouva toujours le même résultat; il ne pouvoit plus alors attribuer cette différence au défaut des observations; il pensa sérieusement à chercher une cause de ce phénomène, & il imagina enfin, qu'il provenoit d'une réfraction considérable que le soleil devoit éprouver au solstice d'hiver, n'étant élevé que de 11° pour lui. Cette explication étoit d'accord avec les démonstrations de l'optique, cependant il avoit peine à se persuader que cette réfraction fût assez considérable pour produire une si grande erreur; il jugeoit qu'il y avoit au moins 9' de réfraction (*a*) à la hauteur de 11°; c'est pourquoi Tycho fit faire encore des armilles de dix pieds de diamètre, dont l'axe répondoit exactement au pole du monde, & avec lesquelles il mesuroit la déclinaison des astres hors du méridien, il reconnut alors que, même en été, la réfraction, quoiqu'insensible à la hauteur méridienne du soleil, devenoit sensible près de l'horizon, & que l'effet alloit à un demi-degré.

Tycho-Brahé crut que la réfraction du soleil devenoit nulle à 45° de hauteur, & celle des étoiles à 20°; quoiqu'à cette hauteur elle soit de 2' ½; cette erreur subsista long-temps : le P. Riccioli, même en 1665, supposoit encore que les réfractions n'avoient plus lieu au delà de 26° de hauteur, ou environ; quoiqu'elle soit encore de deux minutes.

741. Ce fut M. Cassini qui, vers l'an 1660, entreprit de former une nouvelle table de réfractions, en même temps que les nouvelles tables du soleil, qui représentè-

(*a*) Il n'y en a réellement que 4¾, mais Tycho en augmentoit l'effet par la parallaxe du soleil qu'il supposoit de 2' 5" à cette hauteur, au lieu de 8".

rent les observations avec une justesse beaucoup plus grande qu'on ne l'avoit fait avant lui. Mais pour éprouver la justesse de sa nouvelle table de réfractions, M. Cassini souhaita d'avoir des observations du soleil faites au zénit, où tout le monde convenoit qu'il n'y avoit point de réfractions ; par-là il pouvoit vérifier si les observations qui y seroient faites ne seroient pas beaucoup mieux représentées par ses nouvelles tables du soleil, que par les Tychoniciennes ; car dès-lors il n'y avoit plus de doute que les tables du soleil & celles des réfractions, ne fussent préférables à celles de Tycho, représentant mieux les observations, & dans les cas où il y a réfraction & dans ceux où il n'y en a point.

Louis XIV, & le grand Colbert, dont le zèle pour la gloire des sciences avoit déja paru tant de fois, laissoient à l'Académie le choix des entreprises : elle jugea qu'il n'y avoit point de lieu plus commode pour de pareilles observations que l'Isle de Cayenne, qui est à 5° de l'équateur, & où la France envoyoit des vaisseaux plusieurs fois l'année. Les hauteurs méridiennes du soleil devoient être, en tout temps, exemptes de réfractions, si cette réfraction étoit nulle au-dessus de 45° ; car la plus petite hauteur du soleil y est de 61°, on devoit donc trouver l'obliquité de l'écliptique, sans aucune diminution de réfractions, mais au contraire, augmentée par l'effet de la parallaxe du soleil dans les deux solstices ; ainsi dans les hypothèses Tychoniciennes, la distance des deux tropiques devoit se trouver à Cayenne de plus de 47° 3', & selon M. Cassini qui diminuoit la parallaxe & supposoit de la réfraction, même dans les grandes hauteurs, cette distance ne devoit paroître à Cayenne que de 46° 58', il y avoit donc entre ces hypothèses une différence de 5' qui pouvoit s'observer exactement à Cayenne, & décider à la fois ces trois objets, la parallaxe, la réfraction & l'obliquité de l'écliptique. Ces seuls motifs étoient plus que suffisans pour faire entreprendre le voyage de Cayenne. Il y avoit encore d'autres objets intéressans à constater, tels que la longueur du pendule, la parallaxe de la Lune, de Mars & du Soleil, la théorie de Mercure, les longitudes géographiques, la position des étoiles australes, les marées, les variations du baromètre ; tels furent les motifs curieux du voyage qu'entreprit M. Richer. Il partit de Paris

au mois d'Octobre 1671, & il séjourna à Cayenne depuis le 22 Avril 1672, jusqu'à la fin de Mai 1673; ses observations furent publiées en 1679, & sont aussi rapportées dans le recueil d'observations que l'Académie donna en 1693.

Les choses arrivèrent à Cayenne à peu-près comme M. Cassini l'avoit prévu; l'obliquité apparente de l'écliptique y parut de 23° 28′ 32″, c'est-à-dire, beaucoup plus petite qu'elle ne devoit être, suivant Tycho-Brahé; elle ne différa que de 5″ de celle qu'il devoit y avoir, en admettant pour les réfractions, & pour la parallaxe du soleil, les tables de M. Cassini; il n'eut d'autres conséquences à tirer des observations de Cayenne, si ce n'est que les élémens par lesquels il avoit représenté les observations faites en Europe, représentoient avec la même justesse les observations faites en Amérique; ce que ne faisoient point les élémens dont s'étoit servi Tycho-Brahé à l'égard de l'obliquité de l'écliptique, de la parallaxe du soleil & des réfractions astronomiques.

Méthodes pour observer la quantité des Réfractions Astronomiques.

742. Après avoir tracé l'histoire de la réfraction, je passe aux méthodes qui ont été employées successivement pour l'observer. On a vu celle des déclinaisons (740): voici celle des hauteurs. La réfraction étant la différence entre la hauteur apparente & la hauteur vraie, il s'agit de pouvoir calculer celle-ci pour le moment où l'on a observé la première.

Lorsqu'on n'avoit pas l'usage des horloges, on employoit l'azimut ou l'angle Z (*fig.* 31), pour résoudre le triangle PZS, & trouver la véritable hauteur; l'angle Z ou PZS ne dépend point de la réfraction & n'en est point affecté, puisque le lieu vrai & le lieu apparent sont dans un seul & même vertical ZS (739), & par conséquent au même degré d'azimut; ainsi dans le triangle PZS, on connoîtra pour l'instant donné les côtés PZ & PS avec l'angle Z opposé à l'un d'eux; l'on trouvera par la trigonométrie sphérique, le troisième côté ZS, dont le complément est la hauteur vraie, qui comparée avec la hauteur apparente, observée en même temps que l'azimut, donne la quantité de la réfraction.

(Tycho



(Tycho, *Progymn. pag.* 93). Cette méthode des azimuts n'est point usitée actuellement.

743. Les hauteurs correspondantes du soleil, ou d'une étoile, sont le moyen le plus propre à faire connoître la quantité de la réfraction, si elles sont prises avec un grand quart-de-cercle & une pendule excellente. Je suppose, par exemple, que la hauteur du soleil observée à six heures de distance du méridien, le matin & le soir, se soit trouvée de 9° précisément, & que suivant le calcul (368), elle ne doive être réellement que de 8° 54′; on saura dès-lors qu'à la hauteur apparente de 9° il y a 6′ de réfraction, & que le soleil paroît trop élevé de 6′.

Dans le triangle PZS (*fig* 31,) formé au pole, au zénit & au soleil, on suppose connues la distance PZ du pole au zénit, & la distance PS du soleil au pole boréal du monde, indépendamment des réfractions; mais l'erreur qui peut en résulter sur les grandes réfractions est très-petite; on connoît aussi, par l'observation des hauteurs correspondantes, l'heure qu'il est, & l'angle horaire ZPS: ainsi l'on trouvera par la résolution du triangle PZS la distance au zénit, ou ZS; c'est le complément de la hauteur vraie, puisque les deux côtés PZ & PS, aussi bien que l'angle P, sont des quantités vraies, & données indépendamment des réfractions. Cette hauteur vraie, trouvée par le calcul, est toujours plus petite que la hauteur apparente observée avec le quart-de-cercle, & la différence est la quantité de réfraction qui convient à la hauteur observée. Cette méthode fut employée autrefois par M. Picard, & l'a été en 1751 par M. de la Caille; l'on a reconnu par ce moyen que la réfraction horizontale, ou la plus grande de toutes les réfractions astronomiques, est d'environ 32 minutes & demie.

744. M. de la Caille, avant son voyage en Afrique, avoit aussi entrepris de déterminer les réfractions par le moyen des angles horaires & des hauteurs correspondantes du soleil, & des étoiles fixes les plus brillantes; il est le premier qui ait eu l'avantage d'employer cette méthode d'une maniere indépendante des hypothèses; car à son retour du Cap, connoissant les déclinaisons des étoiles observées près du zénit du Cap, indépendamment des réfractions, il avoit le côté PS avec une ex-

trême exactitude ; il a donc calculé à son retour la plupart de ces hauteurs correspondantes ; elles lui ont servi à d[illegible]sser une table de réfractions, plus exacte & plus c[illegible]ue qu'on ne l'avoit eu jusqu'alors.

[illegible] y a un moyen de trouver la réfraction à de ce[illegible]s hauteurs, sans supposer connu l'angle P ; elle co[illegible] à observer une étoile qui passe au méridien, par le point même du zénit, ou fort près de-là, & qui passe ensuite au méridien sous le pole. La réfraction étant nulle au zénit, on aura la vraie distance de l'étoile au pole ; environ 12 heures après, passera au méridien sous le pole & fort près de l'horizon, on trouvera sa distance au pole beaucoup moindre, parce qu'elle sera accourcie par la r[illegible]fraction qui élevoit l'étoile, & l'on aura la quanti[illegible] de la réfraction à cette hauteur.

EXEMPLE. La Ch[illegible] de [illegible]ée passoit, il y a quelques années, [illegible]énit de Paris ; ainsi l'on étoit sûr que [illegible]le étoit de 41° 4', par conséquent [illegible]u méridien sous le pole à 41° 4' du [illegible] de hauteur vraie. On l'observoit ce[illegible]'' ; ainsi l'on étoit assuré que la réfra[illegible]toile de 6' 25'' à 7° 52' de hauteur apparente.

746. M. de la Caille trouva aussi une méthode ingénieuse de déterminer les réfractions lorsqu'il étoit au Cap de Bonne-Espérance, en comparant les observations des étoiles qui étoient fort près de son zénit, tandis qu'elles étoient presque à l'horizon de Paris, & de celles qui étoient vers notre zénit, tandis qu'il les voyoit à l'horizon.

747. Lorsqu'on eut ainsi observé les réfractions à divers degrés de hauteurs, il étoit facile d'appercevoir que depuis le zénit jusqu'à plus de 80° de distance, elles suivoient les rapports des tangentes des distances au zénit ; mais ce fut M. Bradley qui vers l'année 1760 étendit cette regle, guidé par les recherches de M. Simpson sur la trajectoire des rayons de lumière ; il fit voir qu'en diminuant chaque distance au zénit de 3 fois la réfraction, la tangente du reste étoit exactement comme la réfraction même : d'après cette loi M. Bradley construisit une table de réfractions qui diffèrent peu de celles de M. de la Caille ; elles sont plus petites de 14'' à 6. de hauteur, de 26'' à 20°, & de 11'' à 40°.

748. M. Bouguer observa au Pérou en 1740 que la réfraction horizontale étoit de 27′, au lieu de 32′ ; que nous trouvons en Europe; mais cette diminution n'a lieu que dans la Zone Torride, & l'on trouve en Laponie & jusques sous le cercle polaire, que les réfractions sont les mêmes qu'à Paris. M. de la Caille les a trouvées à peu-près les mêmes au Cap de Bonne-Espérance.

M. Picard reconnut par les hauteurs méridiennes du soleil en 1669, que les réfractions étoient plus grandes en hiver qu'en été : il les trouva aussi plus grandes la nuit que le jour. Il étoit naturel d'en conclure que lorsque l'air devenoit plus ou moins dense, les réfractions devoient être plus ou moins considérables, & que ces variations devoient suivre celles du baromètre & du thermomètre. M. Mayer trouva en 1753 que la réfraction moyenne augmentoit d'une vingt-deuxième partie, toutes les fois que le baromètre montoit de 15 lignes, ou que le thermomètre descendoit de 10 degrés sur la division de M. de Réaumur.

Les vapeurs qui bordent l'horizon & qui changent par l'humidité, par les vents & autres circonstances très-variables, affectent sensiblement les réfractions ; aussi les Astronomes évitent le plus qu'ils peuvent de faire des observations trop près de l'horizon.

749. La réfraction augmente toutes les hauteurs des astres, elle diminue aussi leurs distances respectives; & toutes les fois qu'on mesure sur la mer l'arc de distance entre la lune & une étoile, pour trouver la longitude du vaisseau, il est nécessaire de faire une correction à cette distance observée.

La réfraction fait paroître le soleil & la lune d'une forme ovale, dont un diamètre est plus petit que l'autre de 4′ 21″ ; elle fait paroître aussi les objets terrestres trop élevés, & l'on est obligé d'en tenir compte dans les nivellemens d'une certaine étendue, où l'on veut mettre beaucoup de précision.

750. Les rayons en traversant obliquement l'atmosphère, se dispersent, ensorte que l'intensité de la lumière du soleil, lorsqu'il est à l'horizon, est 1354 fois moindre que lorsqu'il est au zénit, suivant les expériences de M. Bouguer : voyez son Livre intitulé : *Traité d'Optique sur la gradation de la lumière.*

751. LE CRÉPUSCULE ou la lumière crépusculaire qu'on apperçoit vers l'horizon, après que le soleil est couché, de même que l'aurore qui nous annonce son lever (108), sont encore des effets semblables à celui de la réfraction; c'est l'atmosphère qui disperse les rayons du soleil, ensorte qu'il en parvient jusqu'à nos yeux une partie assez forte pour nous empêcher de distinguer les astres, quoique le soleil soit déja au-dessous de l'horizon.

752. L'ARC D'ÉMERSION d'un astre est la quantité dont le soleil est abaissé sous l'horizon dans un vertical, lorsque l'on commence à appercevoir cet astre à la vue simple. On estime ordinairement l'arc d'émersion de 5° pour Vénus, quoique dans certains temps il soit absolument nul, & qu'on la voie en plein jour; de 10° pour Mercure & Jupiter; de 11 à 12 pour Mars, Saturne & les étoiles de première grandeur. Cependant Sirius se voit en plein jour dans les Pays méridionaux; M. de la Nux l'a vu souvent à l'Isle de Bourbon. *Canopus* est une étoile aussi grande en apparence que Sirius, du moins dans une belle nuit; mais sa lumière est un peu moins blanche, ou un peu plus terne, & on ne la voit pas aussi facilement dans le crépuscule. L'arc d'émersion, suivant Ptolomée, est de 14° pour les étoiles de 3e grandeur : enfin il est d'environ 18° pour les petites étoiles, puisqu'on ne les apperçoit distinctement à la vue simple, que quand le soleil est abaissé de 18°; c'est ce qu'on appelle l'abaissement du cercle crépusculaire; les plus petites étoiles paroissent alors; ainsi l'arc d'émersion est de 18° pour les petites étoiles. Mais on sent que cette quantité varie beaucoup: il y a des pays méridionaux où l'air est si pur dans certains temps, que l'on apperçoit Sirius en plein jour; à Paris même on distingue Vénus à la vue simple, en été lorsque le temps est bien net, & qu'elle est assez éloignée du soleil & assez près de la terre pour que son éclat soit le plus vif.

753. La hauteur de l'atmosphère indiquée par ces 18° est d'environ 15 lieues suivant le calcul de M. de la Hire (*Mém. Acad.* 1713); mais à onze lieues d'élévation ou 25100 toises, l'air est déja si rare que le baromètre ne s'y soutiendroit qu'à une ligne de hauteur, au lieu de 27 pouces. Si l'on divise 25275 pieds par le nombre de

lignes qui exprime la hauteur du mercure dans le baromètre, on a la quantité dont il faut s'élever pour que le baromètre varie d'une ligne; ce nombre de pieds suppose le thermomètre à la température de dix degrés. Voyez le grand ouvrage de M. de Luc intitulé: *Recherches sur les modifications de l'atmosphère, en 2 vol. in-4°*, dans lequel il a approfondi tout ce qui concerne le thermomètre & le baromètre; la chaleur de l'air, & les réfractions, avec la sagacité du plus habile Physicien.

LIVRE VII.

Des Mouvemens des Etoiles fixes.

754. On doit considérer six espèces de mouvemens dans les étoiles fixes, la précession, l'aberration, la nutation, le changement général de latitude, les changemens particuliers à différentes étoiles, & la parallaxe annuelle que plusieurs Astronomes y ont soupçonnée. Nous avons déja parlé de la précession (320), c'est-à-dire, de ce changement annuel d'environ 50″ $\frac{1}{3}$ par année, qui s'observe dans les longitudes de toutes les étoiles fixes. Il en résulte des changemens sur les ascensions droites & sur les déclinaisons, dont les Astronomes font un usage fréquent. Mais il est facile, quand on connoît la longitude & la latitude d'un astre, de trouver par la trigonométrie sphérique l'ascension droite & la déclinaison (318), par conséquent d'avoir le changement de l'une quand on connoît le changement de l'autre.

755. Cette précession générale vient de la rétrogradation des points équinoxiaux le long de l'écliptique immobile; elle ne suppose par conséquent aucun changement dans les latitudes des étoiles fixes: on peut imaginer à cet égard que tout le ciel ait un petit mouvement autour des poles & de l'axe de l'écliptique, & que toutes les étoiles soient transportées vers l'orient, parallèlement à l'écliptique de 50″ $\frac{1}{3}$ par année.

Cette rétrogradation des points équinoxiaux vient, comme nous le dirons en parlant de l'attraction, de la figure aplatie de la terre qui donne prise à l'attraction latérale du soleil & de la lune; ces deux astres attirant de côté l'équateur terrestre, le déplace insensiblement, de sorte qu'il ne répond plus aux mêmes étoiles; il en est à peu-près comme si les étoiles avoient eu un mouvement par rapport à l'équateur, en avançant parallèlement à l'écliptique.

756. Depuis la découverte de l'attraction, on a reconnu que toutes les planètes devoient avoir un mouvement dans leurs nœuds (1062) aussi-bien que la lune; l'observation l'a constaté (518). Il s'ensuivoit que la trace ou l'orbite de chaque planète étoit changée ou déplacée par l'attraction des autres: l'orbite de la terre devoit l'être à son tour.

M. Euler remarqua en 1748 que l'attraction de Jupiter sur la terre devoit être sensible, & qu'elle suffisoit pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique, & le changement de la latitude des étoiles fixes par rapport à l'écliptique dont Tycho-Brahé avoit déja parlé.

757. Eratosthène, Hyparque & Ptolomée avoient trouvé l'obliquité de l'écliptique de 23° 50'; Albategnius vers l'an 880 l'observa de 23° 35'$\frac{1}{3}$; Tycho-Brahé en 1587 de 23° 31' 30": nous ne la trouvons actuellement que de 23° 28' 0", ensorte qu'il est difficile de se refuser à admettre une diminution dans l'obliquité de l'écliptique. Cette diminution doit être accompagnée d'un changement dans la latitude des étoiles fixes, & d'une petite inégalité dans leurs longitudes: je l'ai expliqué fort au long dans le XVIe Livre de mon *Astronomie.*

758. Les mouvemens généraux que nous venons d'expliquer affectent toutes les étoiles; mais il y en a quelques-unes qui forment exception à ces règles, & qui ont eu un mouvement propre, un dérangement physique dont on ignore la cause, & qu'on tâche de déterminer par observation.

M. Halley en fit la remarque en 1718; ARCTURUS est de toutes les étoiles celle dont le mouvement propre est le plus sensible. Suivant les observations de Flamstéed, la déclinaison d'Arcturus au commencement de 1690, étoit de 20° 49' 0", &, suivant les observations

de M. de la Caille, elle étoit au commencement de 1750 de 20° 29′ 39″, la différence est de 19 21″, tandis qu'elle ne devroit être que de 17′ 7″ 2, suivant les loix connues de la précession des équinoxes; il y a donc 2′ 13″ 8 de plus, pour le mouvement propre de cette étoile en déclinaison dans l'espace de 60 ans, ou 22″ 3 tous les dix ans.

759. Les étoiles de la premiere grandeur, telles que *Sirius*, *Aldébaran* & *Rigel*, paroissent avoir éprouvé de semblables dérangemens, quoique d'une moindre quantité. Nous ne pouvons les attribuer qu'à l'attraction des autres étoiles, ou des planètes de quelques systêmes voisins; mais les étoiles sont si éloignées de nous qu'il est impossible de rien affirmer sur cette matière.

760. La Parallaxe annuelle, dont nous avons vu les effets sur le mouvement des planètes (441), auroit de l'influence sur le mouvement des étoiles, si elles n'étoient pas très-éloignées de la terre. On a cru pendant longtemps, qu'elles devoient avoir une parallaxe annuelle; mais quoiqu'il soit démontré actuellement que la parallaxe annuelle est absolument insensible & comme nulle dans les étoiles fixes, j'ai cru qu'il étoit nécessaire de donner au moins une idée d'une question qu'on a traitée si souvent, & même en 1760.

761. Soit S le soleil (*fig.* 93), AB le diamètre du grand orbe que la terre décrit chaque année (413), A le point où se trouve la terre au premier Janvier, B le point où elle est au premier Juillet, E une étoile qu'on apperçoit sur le rayon AE; la ligne AB étant dans le plan de l'écliptique, & l'orbe de la terre étant conçu perpendiculaire au plan de la figure, ensorte qu'on ne le voye que sur son épaisseur, l'angle EAB est la latitude de l'étoile; mais quand la terre sera en B, l'étoile étant en opposition par rapport au soleil, elle paroîtra sur le rayon BE & sa latitude apparente sera l'angle EBC; cette latitude EBC est plus grande que la première, & la différence est l'angle AEB; enfin l'angle AES qui est sensiblement la moitié de AEB à cause de l'extrême petitesse de AB, est la *parallaxe annuelle* en latitude.

762. Si la distance SE de l'étoile fixe est deux cent mille fois plus grande que la distance SA du soleil à la terre, l'angle AES sera d'une seconde, & la latitude EAS d'une étoile en conjonction sera plus petite de 2″

que la latitude EBC de l'étoile observée dans son opposition ; en supposant que la latitude de l'étoile soit à peu-près de 90°, Copernic en démontrant par plusieurs raisons le mouvement de la terre ne dissimula pas cette objection, (Cop. *L. I. c.* 10). Pour que la latitude des étoiles paroisse la même en tout temps de l'année, malgré le mouvement de la terre, il faut que la distance des étoiles soit si grande que l'orbite de la terre n'y ait aucun rapport sensible, & que l'angle AES soit comme infiniment petit; mais, dit-il, „ je pense qu'on doit „ plutôt admettre cette grande distance des étoiles que la „ grande quantité de mouvemens qui auroient lieu si la „ terre étoit immobile"; d'ailleurs la grande distance des étoiles est un fait que rien ne contredit, & qu'il est très-aisé de concevoir (404).

763. Si la parallaxe annuelle étoit sensible, par exemple, de 20″, une étoile située réellement au pole de l'écliptique, paroîtroit décrire chaque année un petit cercle de 20″ de rayon, parce qu'elle paroîtroit toujours de l'autre côté du pole, & toujours de 20″, ainsi elle seroit toujours placée à la partie opposée de ce petit cercle par rapport au lieu de la terre. M. Picard avoit remarqué en 1672 quelques variations dans l'étoile polaire, elles n'étoient point conformes à cet effet de la parallaxe annuelle, mais elles étoient exactes ; & ce célèbre Observateur a eu la gloire, en faisant la première découverte de l'Astronomie moderne sur les étoiles fixes, de jetter les fondemens de toutes celles que l'on a faites depuis.

764. Le Docteur Hook, célèbre dans presque tous les genres de littérature, & qui se regardoit lui-même comme le plus savant homme de l'Angleterre, voulut aussi avoir l'honneur de déterminer ces variations en 1669. Il avoit placé au college de Gresham à Londres une lunette de 36 pieds, avec laquelle il observa les distances au zénit de γ du Dragon; & les observations qu'il rapporte sont aussi exactement d'accord avec la théorie des parallaxes, que si on les y eût ajustées par avance, en supposant que la parallaxe de γ du Dragon fût de 15″, cependant tout cela s'est trouvé faux.

765. M. Picard voulut vérifier cette observation; mais la hauteur méridienne de la lyre observée dans les deux solstices, lui parut la même, ce qui étoit contrai-

re aux observations de M. Hook, comme il le remarqua lui-même dans l'assemblée de l'Académie, le 4 Juin 1681. (*Hist. céleste, page* 252).

Flamstéed, ayant observé l'étoile polaire avec son quart-de-cercle mural en 1689, & dans les années suivantes, trouva que la déclinaison étoit plus petite de 40″ au mois de Juillet, qu'au mois de Décembre; ces observations étoient justes, mais elles ne prouvoient point la parallaxe annuelle, comme le fit voir M. Cassini, (*Mém. Académ.* 1699). Au reste, quoique Flamstéed crût reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle dans les différences qu'il avoit observées, il avoit quelques doutes sur ses observations, & il souhaitoit que quelqu'un voulût faire construire un instrument de 15 à 20 pieds de rayon, sur un fondement inébranlable, pour éclaircir une question qui, sans cela, disoit-il, pourroit être bien long-temps indécise. M. Cassini crut trouver dans Sirius une parallaxe de 6″, (*Mém. Acad.* 1717, *pag.* 265).

766. La découverte de l'aberration dont nous allons parler, a fait voir que les inégalités apperçues dans les étoiles ont une cause toute différente de la parallaxe annuelle; car cette nouvelle cause satisfait si bien à toutes les observations, qu'elle exclut toute idée de parallaxe.

767. La connoissance de la parallaxe annuelle nous conduiroit à celle de la distance des étoiles, si cette parallaxe pouvoit s'observer; mais puisqu'elle est insensible, nous en tirerons au moins par exclusion une des limites de cet éloignement. Si la parallaxe absolue d'une étoile ou l'angle APS (*fig.* 93) étoit de 1″, le côté PS seroit 206264 fois plus grand que le rayon AS de l'orbe annuel, qui est lui-même de 34 millions de lieues. La distance moyenne du soleil AS, contient 22198 fois le demi-diamètre de la terre, en supposant la parallaxe 9″; donc si la parallaxe annuelle d'une étoile étoit seulement de 1″, sa distance seroit 4727200000, ou 4727 millions de fois plus grande que le rayon de la terre, c'est-à-dire, de 6771770 millions de lieues. Mais la parallaxe des étoiles n'étant pas d'une seconde, même pour les étoiles les plus proches de la terre, leur distance doit être encore plus considérable, c'est-à-dire, plus de 6771770000000 de lieues.

768. La grandeur apparente des étoiles que l'on croyoit d'une minute, avant la découverte des lunettes, est

incomparablement plus petite: il eſt prouvé aujourd'hui que 4 étoiles de la première grandeur, Régulus, Aldébaran, l'Epi de la Vierge & Antarès, n'ont pas 1″ de diamètre: car lorſque ces étoiles ſont éclipſées par la lune, elles n'emploient pas deux ſecondes de temps à ſe plonger ſous le diſque de la lune; ce qui arriveroit néceſſairement ſi le diamètre de ces étoiles étoit de 1″. En effet, la lune emploie environ 2″ de temps à avancer d'une ſeconde de degré; ainſi pendant l'eſpace de 2″ de temps, on verroit une étoile diminuer de grandeur & diſparoître peu-à-peu; or; il n'en eſt pas ainſi: les étoiles diſparoiſſent en une demi-ſeconde, elles reparoiſſent avec la même promptitude & comme un éclair; donc le diamètre n'eſt pas d'une ſeconde.

769. Si l'on voit dans les lunettes une lumière éparſe qui environne les étoiles, qui les amplifie & les fait paroître comme ſi elles avoient 5 à 6″ de diamètre, on doit attribuer cette apparence à la vivacité de leur lumière, à l'air environnant & illuminé, à l'aberration des verres, à l'impreſſion trop vive qui ſe fait ſur la rétine.

770. Si le diamètre d'une étoile étoit d'une ſeconde, & ſa parallaxe annuelle d'une ſeconde, le diamètre réel de l'étoile ſeroit égal au rayon du grand orbe, c'eſt-à-dire, de 34 millions de lieues; mais il peut ſe faire que les parallaxes des étoiles ſoient plus grandes que leurs diamètres apparens, enſorte que le diamètre réel ſoit beaucoup plus petit que 34 millions de lieues; nous ne pouvons rien décider là-deſſus, peut-être un jour les Aſtronomes ſeront-ils plus inſtruits.

771. L'extrême petiteſſe du diamètre apparent des étoiles fixes eſt probablement la cauſe du mouvement de ſcintillation qu'on y remarque; cette ſcintillation qui n'a point lieu dans les planètes, vient de ce que le diamètre des étoiles étant extrêmement petit, la moindre molécule de vapeur qui paſſe devant l'étoile en cache une partie, de façon que la diſparition & la réapparition continuelle des étoiles reſſemble à un mouvement de vibration dans leur lumière.

DE L'ABERRATION DES ETOILES.

772. L'Aberration des étoiles eſt un mouvement apparent découvert en 1728 dans les étoiles fixes, par le-

quel elles semblent décrire des ellipses de 40″ de diamètre; il est causé par le mouvement de la lumière, combiné avec le mouvement annuel de la terre (783). La définition de la *Nutation* se trouvera ci-après (794); l'Histoire de la découverte de ces deux mouvemens exige que l'on se rappelle ce qui a été dit à l'occasion de la parallaxe annuelle (763).

773. Flamstéed avoit cru non-seulement d'après les observations du Docteur Hook (765), mais encore d'après les siennes propres, qu'il y avoit une parallaxe annuelle dans les étoiles fixes; cependant la quantité & la loi en étoient peu connues; *Samuel Molyneux*, Irlandois, entreprit vers l'an 1725, de vérifier ce qu'on avoit dit là-dessus, & de déterminer avec plus de soin les circonstances de ces mouvemens; c'est au projet de Molyneux que nous sommes redevables de toutes les connoissances qui vont faire la matière de ce Chapitre; mais M. Bradley eut la gloire d'exécuter ce que Molyneux n'avoit fait qu'entreprendre.

774. Molyneux fit construire un instrument dans le même goût & choisit les mêmes étoiles que le Docteur Hook; *Georges Graham*, cet Horloger célèbre dans les arts, autant par son génie que par son zèle, contribua plus que tout autre à ce travail: il fit construire pour Molyneux un secteur de 24 pieds, dont l'exactitude surpassoit de beaucoup tout ce qui avoit jamais été fait pour parvenir à mesurer dans le ciel de petits arcs.

Le secteur de Molyneux fut placé à Kew, près de Londres, & le 3 Décembre 1725, il observa au méridien l'étoile γ à la tête du Dragon; il marqua exactement sa distance au zénit; il répéta cette observation le 5, le 11, le 12 du même mois, il ne trouva pas de grandes différences; & comme on étoit dans un temps de l'année où la parallaxe annuelle de cette étoile ne devoit pas varier, il crut qu'il étoit inutile de continuer pour-lors les mêmes observations.

775. M. Bradley se trouva dans ce temps-là à Kew, il eut la curiosité d'observer aussi la même étoile le 17 Décembre 1725, & ayant disposé l'instrument avec soin, il vit que l'étoile passoit un peu plus au sud que dans les premiers jours du mois; d'abord les deux Astronomes ne firent pas grande attention à cette différence, elle pouvoit venir des erreurs d'observation; cependant le 20

Décembre l'étoile avoit encore avancé vers le ſud, & elle continua les jours ſuivans, ſans qu'on pût attribuer ce progrès au défaut des obſervations.

776. Cette différence paroiſſoit d'autant plus ſurprenante qu'elle étoit dans un ſens contraire à l'effet que devoit avoir la parallaxe annuelle; comme on ne concevoit aucune autre cauſe qui pût produire un pareil changement, on craignit qu'elle ne vînt de quelque altération dans les parties de l'inſtrument; il fallut donc s'aſſurer par diverſes expériences de ſon exactitude; mais l'étoile alloit toujours vers le ſud, on ne ſongea plus qu'à meſurer exactement ce progrès, pour tâcher d'en découvrir les circonſtances & la cauſe. Au commencement du mois de Mars 1726 l'étoile ſe trouva parvenue à 20″ du lieu où on l'avoit obſervée trois mois auparavant, alors elle fut pendant quelques jours ſtationaire; vers le milieu d'Avril elle commença de remonter vers le nord, & au commencement de Juin elle paſſa à la même diſtance du zénit que dans la première obſervation faite ſix mois auparavant; ſa déclinaiſon changeoit alors de 1″ en trois jours; d'où il étoit naturel de conclure qu'elle alloit continuer d'avancer vers le nord; cela arriva comme on l'avoit conjecturé; l'étoile ſe trouva au mois de Septembre de 20″ plus au nord qu'au mois de Juin, & 39″ plus qu'au mois de Mars: de-là l'étoile retourna vers le ſud, & au mois de Décembre 1726, elle fut obſervée à la même diſtance du zénit que l'année précédente, avec la ſeule différence que la préceſſion des équinoxes devoit produire.

777. Par-là étoit bien prouvé que le défaut de l'inſtrument n'étoit pas la cauſe des différences obſervées; d'un autre côté, l'effet étoit trop régulier pour pouvoir être attribué à une fluctuation irrégulière de la matière éthérée, comme Manfredi l'avoit ſoupçonné dans un temps où l'on n'avoit que de mauvaiſes obſervations; mais la difficulté étoit de trouver une explication ſuffiſante.

778. La première idée fut d'examiner ſi cela ne provenoit point de quelque nutation dans l'axe de la terre, produite par l'action du ſoleil ou de la lune, à cauſe de l'aplatiſſement de la terre, ainſi que cela devoit avoir lieu par l'attraction (794); mais d'autres étoiles obſervées en même temps ne permettoient pas d'adopter cette hy-

pothèse: une petite étoile qui étoit à même distance du pole, & opposée en ascension droite à γ du Dragon, auroit dû avoir par l'effet de cette nutation le même changement en déclinaison; cependant elle n'en avoit eu qu'environ la moitié, comme cela parut en comparant jour par jour les variations de l'une & de l'autre, observées en même temps; c'étoit la trente-cinquieme étoile de la Giraffe. Pour éclaircir mieux les faits, M. Bradley fit construire un autre secteur, qui fut placé en 1727, & M. Bradley commença d'examiner soigneusement quelles étoient les variations des étoiles, suivant leur différente situation.

779. Il vit alors que chaque étoile paroissoit stationaire, ou dans son plus grand éloignement vers le nord ou vers le sud, lorsqu'elle passoit au zénit vers six heures du soir ou du matin; que toutes avançoient vers le sud lorsqu'elles passoient le matin, & vers le nord lorsqu'elles passoient le soir, & que le plus grand écart étoit à peu-près comme le sinus de la latitude de chacune. Enfin, lorsqu'au bout d'une année il eut vu toutes les étoiles reparoître, chacune au même lieu où elle avoit d'abord paru, M. Bradley, muni d'un assez grand nombre d'observations, entreprit de chercher la cause de ces variations. Il falloit trouver une cause annuelle & constante, égale pour les étoiles foibles & pour les plus brillantes, dont le plus grand effet du nord au sud fût comme le sinus de la latitude de l'étoile, c'est-à-dire, nul pour les étoiles situées dans l'écliptique, & contraire à l'effet de la parallaxe, & dont la plus grande valeur fût de 40″.

780. M. Bradley apperçut heureusement que cette différence de 40″ étoit précisément le chemin que la terre parcourt dans son orbite en 16 minutes de temps, il se rappella que la lumière employoit le même temps à parcourir le diamètre de l'orbite de la terre, suivant la découverte faite par Romer en 1675 (838). M. Bradley put d'abord imaginer que l'on voyoit les étoiles 16′ plus tard, à cause de leur éloignement, quand elles étoient en conjonction, que lorsqu'elles étoient en opposition, & que par-là on les voyoit de 40″ moins avancées; mais suivant ce raisonnement il n'y auroit point eu d'aberration pour l'étoile située au pole de l'écliptique, dont la distance est toujours la même.

781. Cependant l'étoile γ du Dragon avoit une aberration de 20″ au nord & au ſud, qui croiſſoit comme les ſinus des diſtances au point où elle étoit nulle. M. Bradley jugea que cette étoile décrivoit un cercle ſemblable à celui qui auroit lieu par une parallaxe de 20″ ; mais qu'elle le décrivoit de manière à être toujours avancée de 20″ vers le côté où va la terre. Tel eſt le phénomène qui étoit indiqué par les obſervations de M. Bradley ; nous en parlerons plus au long (791). Il reſtoit donc à chercher un moyen pour faire enſorte que l'étoile parût toujours du côté où alloit la terre.

782. Enfin M. Bradley eut l'idée heureuſe de combiner le mouvement de la lumière avec celui de la terre, ſuivant les loix de la décompoſition des forces ; il eſſaya cette hypothèſe, & voyant qu'elle s'accordoit parfaitement avec toutes les obſervations, il rendit compte de ſa découverte au mois de Décembre 1728 (*Philoſophical Tranſactions*).

Pour faire voir combien ſon hypothèſe s'accordoit avec ſes obſervations, M. Bradley diſpoſa dans une table 15 obſervations de γ du Dragon faites dans tous les mois de l'année ; on y voit combien à chaque jour elle devoit être plus méridionale, ſuivant le calcul rigoureux fait d'après les principes que nous allons indiquer, & combien elle avoit paru l'être par l'obſervation, la différence ne va jamais au delà d'une ſeconde & demie.

Le même accord que l'on voyoit dans cette table de γ du Dragon, parut par toutes les autres étoiles ; ainſi M. Bradley dut regarder cet accord des obſervations, comme une démonſtration de ſon hypothèſe, ou plutôt il dut ceſſer de regarder comme hypothèſe une théorie qui s'accordoit ſi bien, & avec le mouvement des étoiles & avec la propagation ſucceſſive de la lumière, déja connue par les éclipſes des ſatellites (838).

783. Je paſſe donc à l'explication de la cauſe que M. Bradley aſſigna aux phénomènes qu'il avoit obſervés, & comme on a ordinairement quelque peine à la bien concevoir, je ferai mes efforts pour la mettre hors de doute, & en rendre le principe auſſi évident que doit l'être une propoſition de pure géométrie ; je vais donc le préſenter ſous différentes formes ; toutes ſuppoſent néanmoins que l'on ait une idée de la décompoſition des forces dans les parallélogrammes (479), telle qu'on

la trouve dans tous les livres élémentaires de Mécanique. Soit E une étoile (*fig.* 94), qui lance vers nous un rayon de lumière, considéré comme un corpuſcule qui va de E en B; ſoit AB une petite portion de l'orbite de la terre, de 20″ par exemple (l'on verra dans un inſtant pourquoi nous choiſiſſons ce nombre 20″), & CB l'eſpace que le rayon a parcouru pendant que la terre décrivoit AB; ainſi le corpuſcule de lumière B étoit en C lorſque la terre étoit en A, & arrive au point B en même temps que la terre; par ce moyen CB & AB expriment les vîteſſes de la lumière & de la terre en 20″ de temps.

784. Je tire la ligne CD parallèle & égale à AB, & je termine le parallélogramme DBA; ſuivant le principe ſi connu de la compoſition & décompoſition des forces, on peut regarder la vîteſſe CB de la lumière comme réſultante de deux vîteſſes ſuivant les directions CD & CA; la vîteſſe CD étant du même ſens & de la même quantité que la vîteſſe AB de la terre, ne ſauroit être apperçue, elle eſt détruite pour nous; l'œil ne ſauroit voir en vertu d'un rayon qui ſeroit pouſſé du même ſens & avec la même vîteſſe que l'œil. Ainſi la ſeule partie CA de la vîteſſe de la lumière ſubſiſtera pour nous; le rayon parviendra à notre œil ſous la direction CA, & nous appercevrons l'étoile dans la ligne AC, ou ſuivant BD qui lui eſt parallèle; l'angle CBD eſt ce que nous appellons l'ABERRATION; c'eſt la quantité ou l'angle CBD dont une étoile paroît éloignée de ſa véritable place, ou de la ligne BCE, par un effet du mouvement de la terre & de celui de la lumière.

785. L'on peut encore ſe repréſenter le même effet ſous une autre forme; le corpuſcule de lumière B vient frapper notre œil avec la vîteſſe CB; mais puiſque l'œil avance en même temps de A en B, avec la vîteſſe AB, il vient auſſi frapper le rayon, enſorte qu'il y a un double choc tout à la fois, celui de la lumière qui vient contre l'œil avec la vîteſſe CB, celui de l'œil qui va contre la lumière avec la vîteſſe AB. A la place de ce dernier choc, on peut imaginer (ſans rien changer à l'effet qui en réſultera), que le corpuſcule ſoit venu de F en B, frapper l'œil avec une vîteſſe FB, égale à AB; ainſi l'œil reçoit une impreſſion ſuivant CB, & une ſuivant FB: de ces deux impreſſions faites ſuivant les côtés CB & FB du parallélogramme CF, il en réſulte une impreſſion unique & compoſée, qui ſe fait ſentir

ſuivant la diagonale DB, donc l'on appercevra l'étoile dans la direction BD, & non dans la direction BCE.

786. Un exemple familier fera peut-être encore mieux comprendre le mécaniſme de ces impreſſions compoſées. Soit un vaiſſeau GCFA (*fig.* 95), qui va de droite à gauche; que d'un angle C de ce vaiſſeau on ait jetté une pierre à l'autre angle A, & que dans le temps où elle a parcouru CA, le vaiſſeau ait avancé de la quantité CD ou AB; celui qui eſt dans le vaiſſeau en A ſe trouvera alors parvenu au point B, & ſera frappé de la même manière que ſi le vaiſſeau n'avoit eu aucun mouvement; la pierre lui paroîtra venir de l'angle D ſuivant DB, comme elle lui auroit paru venir de C ſuivant CA, ſi le vaiſſeau eût été immobile; l'impreſſion ſera la même, puiſque la relation du point C au point A, leur ſituation, leur diſtance, ne dépendent en aucune façon du mouvement de ce vaiſſeau; ce mouvement eſt commun à la pierre & au vaiſſeau; & il eſt nul par rapport au choc. Néanmoins dans l'eſpace abſolu cette pierre eſt venue de C en B; ainſi elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui du rivage R, eût été jettée directement en B. Voilà donc deux pierres, l'une qui vient du rivage R, & qui a parcouru la ligne CB, l'autre qui eſt partie du point C, angle du vaiſſeau, & qui a de même parcouru CB, à cauſe du mouvement de ce vaiſſeau: or celle-ci s'eſt fait ſentir ſuivant la direction DB, donc celle qui auroit été jettée du rivage R, ſe ſeroit fait ſentir réellement auſſi dans la direction DB, à celui qui étant à l'angle A du vaiſſeau ſe ſeroit trouvé tranſporté de A en B, tandis que la pierre venoit de C en B.

787. L'aberration de 20″ répond à 8′ 7″½, dans la table des mouvemens du ſoleil, ainſi l'on eſt aſſuré à moins de 5″ près, qu'il faut 8′ 7″ à la lumiere du ſoleil pour arriver juſqu'à nous dans ſes moyennes diſtances; d'où il ſuit que la vîteſſe de la lumière eſt 10313 fois plus grande que la vîteſſe moyenne de la terre. (*a*).

788. Avant

(*a*) La vîteſſe de la terre dans ſon orbite eſt de 23531 lieues par heure, ou 6½ lieues par ſeconde; mais celle de la rotation diurne n'eſt que de 238 toiſes par ſeconde, à peu près comme la vîteſſe d'un boulet de canon.

788. Avant que d'entrer dans l'explication détaillée des phénomènes de l'aberration, je dois avertir que le plan ECBA (*fig.* 94), qui joint la ligne AB décrite par la terre avec l'étoile E, s'appelle *plan d'aberration*, parce que c'est dans ce plan que l'aberration se fait ; le lieu apparent de l'étoile, son lieu vrai, l'œil de l'observateur, & l'espace qu'il décrit en 8′ de temps, se trouvent tous ensemble dans ce plan, ensorte que l'aberration ne peut faire paroître l'étoile dans un autre plan. On appelle aussi *triangle d'aberration* le triangle CBA formé par le chemin de la lumière avec celui de la terre, & dont le petit angle C mesure l'aberration. Voyons ce qui arrive quand le triangle d'aberration est rectangle ou obtus-angle.

789. On doit être convaincu par les démonstrations précédentes (783), qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, & cela de la quantité de l'angle BCA ; la valeur de cet angle dépend du rapport de la vîtesse AB de la terre, à la vîtesse CB de la lumière, ce rapport est celui de 1 à 10313 (787) ; ce qui donne un angle de 20″ dans le cas où CB est perpendiculaire à AB ; ainsi l'aberration sera toujours de 20″ quand la route de l'œil sera perpendiculaire au rayon de l'étoile : mais lorsque CB (*fig.* 99), est inclinée sur la route AB de l'œil, alors l'angle ACB d'aberration devient moindre, & parce que CB est à AB, comme le sinus de l'angle A est au sinus de l'angle C, il suit que le sinus de l'arc d'aberration, ou l'aberration même, est comme le sinus de l'inclinaison du rayon CA sur la route de l'œil, qui est toujours un petit arc de l'orbite terrestre ; c'est-à-dire, qu'il est égal à 20″ multipliées par le sinus de l'angle que fait la route de l'œil, avec le rayon de lumière. Enfin, si la ligne CA s'inclinoit jusqu'à se confondre avec la ligne ABD, l'angle C s'évanouiroit, & il n'y auroit plus d'aberration ; ce qui d'ailleurs est évident, puisqu'alors le rayon de lumière arriveroit toujours à nous sous la même direction.

790. Supposons maintenant que l'œil au lieu d'avancer de A en B, avance de B en A, ensorte que le rayon arrive en A en même temps que l'œil ; si l'on décompose la vîtesse CA (784), suivant CE & CB, on verra aisément que la vîtesse CE est détruite par la

vîteſſe BA de la terre, & qu'il ne reſte que CB ou ſa parallèle EA; ainſi dans ce cas l'étoile paroîtra s'élever au-deſſus de la ligne que l'œil décrit, au lieu qu'elle paroiſſoit s'abaiſſer dans le cas précédent; elle paroîtra en E au lieu de paroître en C: toujours l'aberration porte une étoile du côté où va la terre. Quand la terre eſt au point G de ſon orbite GHD (*fig.* 96), & enſuite au point K, elle paroît aller en deux ſens oppoſés: dans le premier cas, l'étoile eſt en oppoſition, & paroît à gauche du lieu moyen E: dans le ſecond cas, la terre allant de D en K, l'étoile eſt en conjonction avec le ſoleil, & paroît de 20 ſecondes à droite, c'eſt-à-dire, à l'occident du point E ſur une ligne DS. Quand la terre décrit le petit arc FL, l'aberration diminue, parce qu'il n'y a que la valeur de la perpendiculaire LN qui cauſe de l'aberration, & cette partie LN eſt plus petite que LF dans le même rapport que le coſinus de l'arc GL de l'élongation eſt plus petit que le rayon, ou SV plus petit que SL, à cauſe des triangles ſemblables LFN, SVL, qui donnent cette proportion LF: LN: :SL: SV. Ainſi l'aberration en longitude qui dépend du mouvement BG, ou NL de la terre perpendiculairement au rayon mené vers l'étoile, eſt proportionnelle au ſinus de la diſtance au point où elle eſt nulle, c'eſt-à-dire, au point H de la quadrature. Par la même raiſon, l'aberration en latitude dépend du chemin ou du mouvement de la terre dans la direction perpendiculaire à celle-là, c'eſt-à-dire, du petit mouvement FN, & elle eſt proportionnelle au ſinus de la diſtance GL, ou à la ligne LV, à cauſe des mêmes triangles LFN, LVS, dans leſquels LF: FN: :SL: LV.

791. Si cette étoile étoit au pole de l'écliptique, on la verroit toujours 20 ſecondes en avant du côté où va la terre; & par conſéquent la terre décrivant un cercle, l'étoile paroîtroit en décrire un, c'eſt ce que M. Bradley remarqua du moins à très-peu-près ſur l'étoile γ du Dragon.

Si l'étoile eſt plus près du plan de l'écliptique, & qu'on la voie par un rayon oblique, l'effet de l'aberration perpendiculairement au plan de l'écliptique deviendra plus petit, à raiſon du ſinus de l'obliquité (789;) mais il reſtera le même dans le ſens parallèle à l'éclipti-

que ; ainsi le cercle deviendra une ellipse comme LAK (*fig.* 98). Le grand axe LK parallélement à l'écliptique sera toujours de 40″, parce que quand l'étoile est en conjonction ou en opposition, l'aberration est toujours de 20″, soit que l'étoile ait une latitude ou qu'elle n'en ait point, la route BG de la terre (*fig.* 96) étant toujours perpendiculaire au rayon de l'étoile ; mais le petit axe AF de l'ellipse sera moindre à raison du sinus de la latitude.

Le point L qui est le plus à gauche ou à l'occident est le lieu où paroît l'étoile lorsqu'elle est en opposition ; le point K est celui de la conjonction ; le point A si c'est une étoile australe, ou le point F si c'est une étoile boréale, c'est-à-dire, le point de l'ellipse qui est le plus près de l'écliptique, marque le lieu apparent de l'étoile trois mois après la conjonction. L'aberration en longitude étant comme le cosinus de l'élongation de l'étoile dans le cercle circonscrit à l'ellipse, & qui forme l'ellipse par son inclinaison, si l'on marque en K le lieu du soleil qui est égal à la longitude de l'étoile, & qu'on divise le cercle circonscrit en 360°, les perpendiculaires abaissées de chaque degré de longitude sur le grand axe LEK, marqueront sur l'ellipse tous les points où l'étoile doit paroître aux mêmes temps ; c'est ainsi que j'ai marqué sur l'ellipse ALFK les lieux d'*Arcturus* sur son ellipse d'aberration pour le premier jour de chaque mois.

792. Arcturus est à l'extrémité occidentale du grand axe de son ellipse à droite, le 13 Octobre jour de sa conjonction ; il est à l'extrémité inférieure ou méridionale F du petit axe, le 11 Janvier jour de la première quadrature. L'ellipese d'Arcturus est inclinée par rapport à la ligne horizontale AB, que je suppose parallèle à l'équateur, de la quantité de l'angle de position (318) ; il suffiroit d'abaisser des perpendiculaires sur AB pour voir dans les différens temps de l'année, l'aberration en ascension droite & en déclinaison. On voit dans cette même ellipse l'effet de la parallaxe (763), qui feroit paroître l'étoile aux mêmes points de l'ellipse trois mois plutôt que ne fait l'aberration, en supposant que la plus grande parallaxe fût de 20″ comme l'aberration ; c'est en dedans de l'ellipse que j'ai marqué les situations que donneroit la parallaxe annuelle quatre fois l'année.

793. L'aberration en longitude, que l'on prendroit dans cette figure sur le parallèle de l'étoile en supposant EL de 20″, doit être réduite à l'écliptique pour les usages astronomiques, c'est-à-dire, qu'il faut la diviser par le cosinus de la latitude de l'étoile (531) : de-là vient que l'aberration absolue qui est toujours de 20″ de grand cercle, si on la prend dans la région d'une étoile, devient très-grande pour les étoiles voisines du pole, si on la mesure sur l'équateur, ou qu'on ait égard au changement qui en résulte sur l'ascension droite ; j'ai donné des tables d'aberration pour un grand nombre d'étoiles dans plusieurs volumes de la *Connoissance des temps*.

DE LA NUTATION.

794. LA NUTATION ou *déviation* est un mouvement apparent de 9″ observé dans les étoiles fixes, dont la période est de 18 ans, causé par l'attraction de la lune sur le sphéroïde de la terre. On verra dans le XII[e]. livre que la précession des équinoxes qui est de 50″ par an, est produite par l'action du soleil & de la lune sur la partie de la terre que l'on conçoit relevée vers l'équateur du sphéroïde (1064). De ces 50″ il y en a au moins 36 qui sont produites par l'action seule de la lune; or, la lune ne peut pas produire ces 36″ de précession d'une manière uniforme, puisque les nœuds changent continuellement de place & que son inclinaison par rapport à l'équateur, d'où son effet dépend, varie de dix degrés; il en doit résulter non-seulement une inégalité dans la précession annuelle des équinoxes à différentes années, mais aussi un balancement ou une nutation dans l'axe de la terre. Par l'effet de cette nutation les étoiles doivent paroître se rapprocher & s'éloigner de l'équateur, puisque l'équateur répond à différentes étoiles.

Nous voyons que Flamstéed avoit espéré vers l'an 1690, au moyen des étoiles voisines du zénit, de déterminer la quantité de cette nutation qui devoit suivre de la théorie de Newton; mais il abandonna ce projet, parce que, dit-il, si cet effet existe il doit être insensible jusqu'à ce qu'on ait des instrumens bien plus longs que 7 pieds, plus solides & mieux fixés que les miens (*Hist. Cél. tom. III, pag.* 113).

M. Horrebow rapporte un paſſage formel, tiré des manuſcrits de Romer, par lequel on voit qu'il ſoupçonnoit auſſi une nutation dans l'axe de la terre, & qu'il eſpéroit d'en donner la théorie: *Baſis aſtronomiæ* 1733, *pag.* 66.

Ces idées de nutation devoient ſe préſenter naturellement à tous ceux qui avoient apperçu dans les étoiles des changemens de déclinaiſons, & nous avons vu que les premiers ſoupçons de M. Bradley en 1727, furent qu'il y avoit quelque nutation de l'axe de la terre qui faiſoit paroître l'étoile γ du Dragon plus ou moins près du pole (778); mais la ſuite des obſervations l'obligea de chercher une autre cauſe pour les variations annuelles; ce ne fut qu'au bout de quelques années qu'il reconnut le ſecond mouvement dont il s'agit ici.

795. Pour bien expliquer la découverte de la nutation par M. Bradley, il faut remonter au temps où il obſervoit les étoiles pour découvrir l'aberration; il vit en 1728, que le changement annuel de déclinaiſon dans les étoiles voiſines du colure des équinoxes étoit un peu plus grand qu'il ne devoit réſulter de la préceſſion des équinoxes ſuppoſée de 50″, & calculée à la maniere ordinaire, ſans que cette différence pût être attribuée à l'inſtrument, parce que les étoiles voiſines du colure des ſolſtices ne donnoient point la même différence.

En général, les étoiles ſituées proche le colure des équinoxes avoient changé de déclinaiſon d'environ 2″ plus qu'elles n'auroient fait par la préceſſion moyenne des équinoxes, qui eſt très-bien connue; & les étoiles voiſines du colure des ſolſtices moins qu'elles n'auroient dû faire; mais, ajoute M. Bradley „ ſoit que ces petites „ variations viennent d'une cauſe réguliere, ou qu'elles „ ſoient occaſionnées par quelque changement dans le ſec- „ teur, je ne ſuis pas encore en état de les déterminer". M. Bradley n'en fut que plus ardent à continuer ſes obſervations pour déterminer la période & la loi de ces variations; il demeura preſque toujours à Wanſted juſqu'en 1732, qu'il fut obligé d'aller à Oxford, pour remplacer M. Halley; il continua d'obſerver avec la même exactitude toutes les circonſtances des changemens de déclinaiſon ſur un grand nombre d'étoiles. Chaque année il voyoit les périodes de l'aberration ſe rétablir ſuivant les regles que l'on a vues ci-deſſus; mais d'une année

à l'autre il y avoit d'autres différences; les étoiles situées entre l'équinoxe du printemps & le solstice d'hiver se trouvoient être plus près du pole boréal, & les étoiles opposées s'en étoient éloignées; il commença de soupçonner que l'action de la lune sur l'équateur, c'est-à-dire, sur la partie la plus relevée de la terre, pouvoit causer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre; son secteur étant demeuré fixe à Wansted, il continua d'y venir observer souvent, & il s'est trouvé en état, en 1747, de prononcer sur la cause de ce phénomene; nous allons rendre compte de cette nouvelle découverte d'après M. Bradley lui-même (*Phil. transactions*, Janv. 1748).

796. En 1727, le nœud ascendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printemps, de sorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ses plus grandes latitudes de 28° ½; en 1736, le nœud ascendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de 18° ½, de sorte que son orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727, qu'en 1736, ce qui rendoit son attraction plus sensible sur l'équateur.

M. Bradley observa en 1727, par le changement de déclinaison des étoiles voisines du colure des équinoxes que la précession des équinoxes paroissoit avoir été plus grande que la moyenne (795), & cependant les étoiles situées proche le colure des solstices, paroissoient se mouvoir d'une manière contraire aux effets de cette augmentation; les étoiles opposées en ascension droite étoient affectées de la même manière; γ du Dragon, & la 35e étoile de la Giraffe avoient éprouvé le même changement en déclinaison, l'une vers le nord, l'autre vers le sud; cela s'accordoit très-bien avec une nutation de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence sur les étoiles opposées en ascension droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé jusqu'au solstice d'hiver; alors les étoiles situées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaison suivant la précession de 50″. Dans les années suivantes, ce changement diminua, jusqu'en 1736, que le nœud ascendant parvint à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles situées vers le colure des solstices changerent leur déclinaison depuis 1727, jusqu'en 1736, de 18″ moins que n'exigeoit la précession de 50″; de sorte que le pole du monde ou l'axe de la terre avoit éprouvé une nutation de 18″ pendant une demi-révolution des nœuds de la lune. En 1745, au bout de 18 ans, les nœuds étant revenus à leur première situation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, ayant égard à la précession des équinoxes; on vit les mêmes phénomènes qu'en 1727, & M. Bradley ne douta plus que la nutation de l'axe terrestre n'en fût la véritable cause.

797. M. Machin, secrétaire de la société royale, à qui il envoya ses conjectures, vit bientôt qu'il suffisoit pour expliquer, & la nutation & le changement de la précession, de supposer que le pole de la terre décrivoit un petit cercle, comme Tycho l'avoit supposé pour l'orbite lunaire. En donnant 18″ au diamètre de ce cercle, & supposant qu'il étoit décrit par le pole dans l'espace de la révolution observée par M. Bradley, & qui étoit celle des nœuds de la lune, il expliquoit, & le changement de la précession annuelle, tel que les étoiles voisines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, & la nutation de l'axe de la terre démontrée par les étoiles voisines du colure des solstices.

Pour faire voir l'accord de sa théorie avec les phénomènes, M. Bradley rapporte grand nombre d'observations faites depuis 1727, jusqu'en 1747, sur différentes étoiles & sur-tout γ du Dragon. De plus de 300 observations qu'il avoit faites de celle-ci, il ne s'en est trouvé que onze qui différassent de la moyenne de 2″.

798. Soit E le pole de l'écliptique (*fig.* 97), P le pole de l'équateur qui en est éloigné de 23° ½, & autour du point P un petit cercle, dont le rayon PB soit de 9″. Au lieu du point P qui est le lieu moyen du pole, on suppose que le vrai pole décrive un cercle ABCD, qu'il soit en A lorsque le nœud de la lune est dans l'équinoxe du printemps, ou sur le colure des équinoxes P ♈, & qu'il continue de se mouvoir d'A en B de la même maniere que le nœud; ensorte que quand le pole du monde est en O l'arc AO soit égal en degrés à la longitude du nœud de la lune; le lieu du vrai pole sera toujours plus avancé de 3 signes en ascension droite dans le cercle ABC que le lieu du nœud de la lune dans l'é-

cliptique, & le pole sera en D lorsque le nœud sera en ♋. Puisque le pole rétrograde de A en B, il doit se rapprocher des étoiles qui sont dans le colure PB ♈ des équinoxes; de sorte que la précession paroîtra plus grande, en occasionnant dans les étoiles qui sont sur le colure des équinoxes, un changement de déclinaison plus grand de 9″ qu'il ne devoit être, & cela dans l'espace de 4 ans & 8 mois que le nœud employera à venir du Bélier au Capricorne, & le pole à venir de A en B; en même temps le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui sont vers le solstice d'hiver ou du côté de E; telles sont en effet les circonstances que M. Bradley avoit observées (796).

799. Le premier effet général de la nutation, celui qui est le plus facile à appercevoir, est le changement de l'obliquité de l'écliptique; cet angle augmente de 9″ quand le nœud ascendant de la lune est dans le Bélier; puisqu'alors le pole est en A, & que la distance des poles EA devient plus grande de 9″ que quand le nœud est dans la Balance. L'obliquité de l'écliptique étoit en 1764 de 23° 28′ 15″; elle n'étoit en 1755 que de 23° 28′ 5″; non-seulement elle n'a pas diminué de 8″ comme elle auroit dû faire (758), mais elle a augmenté de 10″; ce qui fait 18″ de plus pour le seul effet de la nutation, qui est égal à AC.

Quand le pole de la terre est arrivé de A en O, l'obliquité de l'écliptique est EO ou EH, & la nutation se trouve égale à PH; l'arc AO ou l'angle APO est égal à la longitude du nœud, & PH en est le cosinus; or PH = 9″ sin. OB ou 9″ cos. AO, donc la nutation PH = + 9″ cos. nœud, ou 9″ multipliées par le cosinus de la longitude du nœud de la lune. Cette nutation doit se retrancher de l'obliquité moyenne ou uniforme, tant que le nœud de la lune est entre 3 & 9 signes; elle s'ajoute dans le premier & le quatrieme quart de la longitude du nœud.

La nutation change également les longitudes, les ascensions droites & les déclinaisons des astres; il n'y a que les latitudes qu'elle n'affecte point, puisque le pole E de l'écliptique est immobile dans la théorie de la nutation: l'hypothèse précédente suffit pour calculer ces changemens; car il ne s'agit que de prendre O pour le pole de l'équateur, EO pour colure des équinoxes au



lieu de EP; du point O considéré comme pole du monde, l'on tire un arc OS vers une étoile S, alors OS est le complément de sa déclinaison, l'angle SEO le complément de sa longitude, l'angle SOE le complément de son ascension droite, l'arc SE le complément de sa latitude; c'est la seule quantité qui ne varie point dans le triangle ESP, qui devient le triangle ESO; il est aisé de calculer par la trigonométrie sphérique toutes ces variations, dès qu'on connoît la position du colure EO, par rapport au colure moyen EP qui auroit lieu sans le phénomène de la nutation.

LIVRE VIII.

De la Figure de la Terre.

800. On a vu dans le premier Livre la méthode par laquelle on a trouvé la grandeur de la terre (39); mais les anciens étoient peu certains de leurs mesures: suivant les dimensions rapportées dans Pline, le degré de la terre étoit de 100 stades, & les stades de Pline avoient 91 toises ¼, ainsi le degré étoit de 66000 toises; suivant d'autres, on n'en trouvoit que 8999 (art. 39). Par des mesures faites vers l'an 830, par ordre du Calife Almamon, le degré se réduisoit à 47000 toises. Fernel en 1550 avoit trouvé 56746 toises; Snellius en 1617, 55021; Norwood en 1635, 57424; & Riccioli, 62900 toises: telle étoit l'incertitude de nos connoissances à cet égard, lorsque l'Académie des Sciences entreprit de connoître la véritable grandeur de la terre en mesurant un degré au milieu de la France. Il eût été long & difficile de mesurer toise à toise, d'un bout à l'autre, un espace de 25 lieues, quoique cela se soit fait dans l'Amérique septentrionale (*Phil. trans.* 1768). M. Picard aima mieux employer la trigonométrie, & se contenta de mesurer avec soin un espace de deux lieues, du chemin de Ville-juive à Juvisy, qui étoit déja pavé en droite ligne, & il en conclud tout le reste par des triangles. Depuis ce temps, l'Académie a fait élever à Ville-juive & à Juvisy, deux pyramides, dont les axes

sont exactement à [illegible] toises l'un de l'autre, suivant la mesure que nous avons faite en 1756.

801. La toise qui nous a servi pour cette opération, est déposée au cabinet de l'Académie, & l'on en a envoyé des modèles exacts dans toutes les Généralités du Royaume, afin qu'il n'y eût plus à l'avenir de difficultés sur la véritable toise de France, comme il y en avoit eu jusqu'à présent, & comme il y en a même en Angleterre, où l'on n'est pas encore convenu d'une mesure certaine ; la toise de l'Académie est de toutes les mesures de l'Univers la mieux constatée, & la plus célèbre dans tous les pays où il y a des savans. J'ai donné dans la *Connoissance des temps*, pendant plusieurs années, une table des mesures étrangeres avec la nôtre.

802. Le premier triangle formé par M. Picard sur la base de Ville-juive, se terminoit au clocher de Brie-comte-Robert ; le second avoit pour base la distance de Ville-juive à Brie-comte-Robert, & se terminoit à la tour de Montlhéry ; ce second triangle lui fit trouver la distance de Brie à Montlhéry 13121 ½ toises. En continuant ainsi de triangle en triangle, il parvint jusqu'au clocher de Notre-Dame d'Amiens, qui est plus septentrional que la façade méridionale de l'observatoire de 60390 toises (*Méridienne vérifiée*, p. 46 & 50), mais dont la latitude est aussi plus avancée de 1° 3′ 9″ : ce qui donne pour la longueur d'un degré juste 57069 toises. La 25e partie de ce degré est ce que l'on est convenu assez généralement d'appeller une lieue ; la lieue est donc de 2283 toises, ensorte que la circonférence entière de la terre est de 9000 mille lieues, chacune de 2283 toises. Les lieues marines sont de 20 au degré ou 2853 toises, on les compte ainsi sur la mer pour que 3 minutes, qui sont trois milles marins d'Angleterre & d'Italie, fassent une lieue marine de France, & que les Navigateurs de tous les pays puissent s'entendre plus aisément.

DE LA FIGURE DE LA TERRE, ET DE SON APLATISSEMENT.

803. Le degré mesuré par M. Picard, entre Paris & Amiens, suffisoit pour connoître la grandeur de la terre entière, en la supposant sphérique ; mais si la ter-



re n'est pas ronde, & qu'elle soit plus convexe dans une partie de sa circonférence que dans l'autre, les 360 degrés doivent être différens entre eux, & celui des environs de Paris ne sera plus la 360e. partie de la circonférence de la terre; ce fut pour s'en assurer que l'Académie des Sciences de Paris songea en 1683 à se procurer la mesure de plusieurs degrés sous différentes latitudes, afin de voir si ces degrés étoient égaux, comme ils devoient l'être en supposant la terre sphérique.

804. Je ne sais pas à qui l'on dut la première conjecture qui donna naissance à toutes ces recherches; je trouve seulement que M. Picard, dans l'article IV de sa mesure de la terre, publiée en 1671, parle d'une conjecture *qui avoit déja été proposée dans l'assemblée, que supposé le mouvement de la terre, les poids devroient descendre avec moins de force sous l'équateur que sous les pôles*, & M. Picard observe que de-là il résulteroit une différence sur les pendules qui battent les secondes, & qui iroient plus vîte là où il y auroit plus de pesanteur, ou moins de force centrifuge. Il ajoute qu'on a fait à Londres, à Lyon & à Bologne en Italie quelques expériences, d'où il semble qu'on pourroit conclure que les pendules à secondes doivent être plus courts à mesure qu'on avance vers l'équateur, mais qu'on n'est pas suffisamment informé de la justesse de ces expériences pour en conclure quelque chose; d'ailleurs, dit-il, on doit remarquer qu'à la Haye, où la hauteur du pole est plus grande qu'à Londres, la longueur du pendule exactement déterminée par le moyen des horloges, a été trouvée la même qu'à Paris.

805. On ne savoit donc encore rien de positif en 1671, sur la figure de la terre & sur la diminution du pendule sous l'équateur; mais la même année M. Richer fut envoyé à Cayenne (742), & parmi les objets de son voyage nous voyons qu'il étoit chargé par l'Académie d'observer la longueur du pendule à secondes. Dans le chapitre X des observations qu'il fit imprimer à son retour, il donne un article exprès sur la longueur du pendule, & il dit que c'est l'une des plus considérables observations qu'il ait faites. „ La même
„ mesure qui avoit été marquée en Cayenne sur une ver-
„ ge de fer suivant la longueur qui s'étoit trouvée né-

» cessaire pour faire un pendule à secondes de temps, » ayant été apportée en France, & comparée avec cel- » le de Paris, leur différence a été trouvée d'une li- » gne & un quart, dont celle de Cayenne est moindre » que celle de Paris, laquelle est de 3 pieds 8 lignes$\frac{1}{2}$; » cette observation a été réitérée pendant dix mois en- » tiers, où il ne s'est point passé de semaine qu'elle n'ait » été faite plusieurs fois avec beaucoup de soin. Les » vibrations du pendule simple dont on se servoit étoient » fort petites, elles duroient fort sensibles jusqu'à 52 » minutes de temps, & ont été comparées à celles d'u- » ne horloge très-excellente dont les vibrations mar- » quoient les secondes de temps". (*Recueil d'observations faites en plusieurs voyages*, *in-fol.* 1693). D'ailleurs le pendule de l'horloge de M. Richer qui battoit les secondes à Paris, retardoit à Cayenne de 2 minutes par jour; ce qui prouvoit que la pesanteur de la lentille étoit moindre à Cayenne, & que la lentille y descendoit vers la terre avec moins de vîtesse (*Regiæ scient. academiæ historia*, *L.* 1).

806. Depuis ce temps-là on a observé la longueur du pendule en divers pays, & l'on a trouvé les quantités suivantes en pouces, lignes, & centiemes de lignes.

Sous l'équat. à 2434 toif. de haut. (M. Boug. fig. de la t. p. 342)	36p	6li	70
Sous l'équateur à 1466 toises, par le même.	36	6	83
Sous l'équateur au niveau de la mer, par le même. . .	36	7	07
A Portobelo latit. 9° 34', par le même.	36	7	16
Au Petit Goave dans l'Isle de S Domingue 18° 27', par le même.	36	7	33
Au Cap de Bonne-Espérance 33° 55' (Mém. Acad. 1751, p. 438)	36	8	07
A Genève 46° 12'; par M. Mallet, avec le pendule invariable.	36	8	17
A Paris 48° 50' (Mém. Acad. 1735), par M. de Mairan.	36	8	52
Par M. Bouguer, après les réductions faites.	36	8	67
A Leyde 52° 9', par M Lulofs.	36	8	71
A Péterfbourg 59° 56', par M. Mallet.	36	8	97
A Pello 66° 48' (M. de Maupertuis fig. de la terre, p. 180).	36	9	17
A Ponoi en Laponie 67° 4', par M. Mallet.	36	9	17

807. Ainsi la première expérience qui prouva démonstrativement que la terre tournoit sur son axe, fut celle du pendule en 1672. Huygens soupçonna dès-lors qu'en vertu de la force centrifuge qui rendoit la pesanteur des corps sous l'équateur moindre qu'à Paris (1911), il pouvoit très-bien se faire que les parties de la terre y fussent aussi plus relevées & plus éloignées du centre, ce qui devoit donner à la terre la figure d'un

sphéroïde aplati vers les poles; le disque de Jupiter, dont M. Cassini avoit déja observé l'aplatissement, même avant l'année 1666, étoit une grande raison de croire aussi la terre aplatie; comme il le dit lui-même, (*Mém. Acad.* 1701, *pag.* 180.)

808. Voyons donc la manière dont les Astronomes pouvoient s'assurer de cet aplatissement, par la mesure des degrés de la terre sous différentes latitudes. Si la terre n'est pas ronde, la mesure de ses degrés doit se faire autrement que sur le globe. Soit EPQO (*fig.* 100) la circonférence aplatie de la terre; EDFQ celle d'un cercle circonscrit, & qui a le même diamètre ECQ; ayant pris un arc DF de ce cercle, qui soit $\frac{1}{360}$ de la circonférence entière, c'est-à-dire, un degré, l'angle DCF sera aussi d'un degré; mais l'arc GH de la terre n'est point ce qu'on doit appeller un degré de la terre, quoiqu'il soit compris entre les lignes DGC & FHC qui font un angle d'un degré au centre de la terre.

809. Je supposerai d'abord comme un principe d'hydrostatique démontré par l'expérience & par le raisonnement, que la pesanteur agit toujours perpendiculairement à la surface de la terre, quelle que soit sa figure. Les niveaux à bulle d'air, les niveaux d'eaux, les niveaux formés par un fil à-plomb, donnent toujours le même résultat dans les nivellemens; cela prouve que le fil à-plomb est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau qui marque la surface de la terre, & qui prend nécessairement la figure que la gravité donne à la terre. Les eaux de la mer ont toujours été nécessairement disposées perpendiculairement à la direction de la pesanteur; car du premier instant où elles auroient pu ne l'être pas, elles auroient coulé du côté où la pesanteur inclinoit; elles seroient venu chercher l'équilibre, qui ne peut avoir lieu que quand la pesanteur est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau, & n'a aucune action latérale.

810. Le fil à-plomb qui, dans nos instrumens, marque la ligne du zénit, & auquel nous rapportons les hauteurs des astres, est donc perpendiculaire à la surface de la terre; & si un observateur en P (*fig.* 101), par exemple, à Paris, voit une étoile, comme la Claire de Persée, passer au méridien précisément par le zénit, il la verra sur la ligne BPZ, qui est perpendiculaire à la surface de la terre, & qui ne va point se diriger au cen-

tre C de la terre, à moins que la terre ne ſoit parfaitement ſphérique. Un autre obſervateur ſitué en A, par exemple, à Amiens, voit une étoile ſur un rayon AS, qui eſt parallèle à PZ à cauſe de la grande diſtance des étoiles; cette étoile paroît éloignée de ſa verticale XAB d'un angle SAX. Si avec les inſtrumens exacts qu'on emploie à ces obſervations, on trouve que la Claire de Perſée paſſe à un degré du zénit d'Amiens, il s'enſuit que l'angle SAX eſt d'un degré, ainſi l'angle PBA qui eſt égal à SAX ſera auſſi d'un degré; dans ce cas-là, nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris & Amiens, eſt un degré de la terre, d'où reſulte la définition ſuivante.

811. LE DEGRÉ *du ſphéroïde terreſtre* (quelle que ſoit ſa figure) *eſt l'eſpace qu'il faut parcourir ſur la terre pour que la ligne verticale ait changé d'un degré.* Ainſi les degrés que nous meſurons par obſervation, ſont des angles B qui n'ont point leur ſommet au centre C de la terre, mais au point de concours des verticales ZPB & XAB perpendiculaires à la terre en A & en P, c'eſt-à-dire, aux deux extrémités du degré. Cette manière de concevoir & de meſurer les degrés nous eſt donnée par la nature même, à cauſe du fil à-plomb qui s'emploie néceſſairement dans les obſervations, & qui ſeul peut nous faire trouver les diſtances des étoiles au zénit, & par conſéquent les degrés de la terre.

812. Il ſuit de cette définition que dans les endroits les plus aplatis de la terre les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc PA (*fig.* 102) aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours ſuppoſé d'un degré, plus cet arc PA ſera court; ſi au lieu de PA nous prenons l'arc PD, plus convexe & puls courbe que PA, DG étant parallèle à AF, & l'angle PGD d'un degré, auſſi-bien que PFA, cet arc PD ſera plus court, quoiqu'il ait la même amplitude, c'eſt-à-dire, qu'il ſoit auſſi d'un degré; ſa longueur en toiſes ſera plus petite que celle de PA. Dans une ellipſe & dans toutes les courbes qui lui reſſemblent, la courbure eſt la plus grande au ſommet du grand axe, & la moindre au ſommet du petit axe; donc ſi la terre eſt aplatie vers les poles, l'arc d'un degré aura plus de longueur, renfermera un plus grand nombre de toiſes à meſure qu'on approchera des poles où l'aplatiſſement eſt le plus grand.

813. Il suffisoit donc de mesurer l'étendue d'un degré, à différentes distances des poles, pour juger si la terre étoit ronde. En conséquence l'Académie obtint en 1683 des ordres du Roi pour continuer la méridienne de Paris, au Nord & au Sud, depuis l'Océan jusqu'à la Méditerranée; M. Cassini partit pour aller au Midi, accompagné de MM. Sedileau, Chazelles, Varin, Deshaies & Pernim; M. de la Hire alla au Nord de Paris avec MM. Potenot & le Fevre. L'ouvrage avançoit lorsqu'il fut suspendu tout-à-coup par la mort du grand Colbert arrivée le 6 Septembre 1683.

814. Ce travail ne fut repris qu'en 1700; mais comme il ne s'étendoit pas au-delà du Royaume, & que la différence d'un degré à l'autre est très-petite, on disputa jusqu'en 1733 sur l'inégalité des degrés. M. de la Condamine représenta pour-lors qu'on leveroit toute difficulté & de la façon la plus sûre, en mesurant un degré aux environs de l'équateur, par exemple, à Cayenne; il s'offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, M. Godin lut aussi un Mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur, qu'il offrit d'entreprendre avec M. de Fouchy. M. de Maurepas, Ministre d'Etat, fit agréer au Roi ce voyage que MM. Godin, de la Condamine & Bouguer, entreprirent effectivement. Ces trois Académiciens partirent au mois de Mai 1735; peu après leur départ M. de Maupertuis représenta à M. le Comte de Maurepas qu'on détermineroit avec une précision bien plus grande l'inégalité des degrés, & par conséquent la figure de la terre, si l'on alloit mesurer aussi un degré dans le nord, le plus loin qu'il seroit possible de l'équateur; l'Académie reçut les ordres du Roi, & choisit pour ce voyage du Nord MM. de Maupertuis, Clairaut, &c; ils partirent en 1736 pour la Suède, & ils arrivèrent à Tornéo vers la fin de l'hiver.

815. Cette entreprise fut exécutée avec autant de promptitude que de soin; car l'année suivante le 13 Novembre 1737, dans l'assemblée publique de l'Académie des Sciences, M. de Maupertuis lut un Discours qui contenoit la relation & le résultat de ce voyage célèbre, comme il en avoit lu 18 mois auparavant le motif & le projet; cette relation est imprimée dans son Livre qui a pour titre: *La Figure de la Terre, &c*, où l'on

voit que le degré du méridien qui coupe le cercle polaire est de 57422 toises, plus grand de 353 toises que le degré de Paris. Cette augmentation forma dès-lors une démonstration complete de l'aplatissement de la terre.

816. Les trois Académiciens envoyés au Pérou trouvèrent plus de difficultés dans leur mesure, & y employèrent plus de temps ; ce ne fut qu'en 1741 qu'elle fut terminée. Ils trouvèrent que le premier degré du méridien étoit de 56750 toises (*Mesure de 3 prem. degrés du meridien dans l'hémisphère Austral*, &c, par M. de la Condamine). Ce fut une nouvelle confirmation de la diminution des degrés en allant vers le midi, & de l'aplatissement en allant vers le nord. Cet aplatissement de la terre est aussi confirmé par la diminution du pendule (805), par la figure de Jupiter dont on voit que le disque est sensiblement aplati ; il est d'ailleurs une suite du mouvement de la terre sur son axe, & de la force centrifuge qui tend à soulever les parties de l'équateur (1010).

817. Newton, & après lui Maclaurin & Clairaut, dans la Théorie de la figure de la terre, ont démontré qu'en supposant la terre homogène & fluide, elle a dû prendre une figure elliptique & aplatie de $\frac{1}{230}$; la différence des degré que nous venons de rapporter est un peu plus considérable ; mais plusieurs autres degrés mesurés en Allemagne, en Italie, au Cap de Bonne-Espérance & en Amérique, nous persuadent que l'aplatissement n'est pas plus considérable ; il est peut-être encore moindre, & le P. Boscovich ne le trouve que de $\frac{1}{311}$, en corrigeant tant soit peu les différens degrés pour les concilier ensemble, suivant les règles de la probabilité.

818. Quand on suppose la terre elliptique on peut, avec deux degrés mesurés à des latitudes quelconques, trouver l'aplatissement. Si l'on suppose que N & M soient les deux degrés, & que s & t soient les sinus des latitudes géographiques vers le milieu de ces deux degrés, on aura pour la fraction qui exprime l'aplatissement, $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$ (*Mém. de l'Acad.* 1735). Si le degré M se trouve mesuré sous l'équateur même, on aura $t=0$, & $\frac{N-M}{3Mss}$ pour l'aplatissement cherché.

ché. Cette expression fait voir que dans l'hypothèse de la terre elliptique, les accroissemens des degrés sont à très-peu-près comme les carrés des sinus des latitudes, car $N - M$ est proportionnel à ss, dès que la fraction $\frac{N-M}{3Mss}$ est constante.

Si l'un des degrés M étant situé sous l'équateur, l'autre degré N se trouve exactement au pole, l'on aura $\frac{N-M}{3M}$ pour l'aplatissement; ainsi la différence des diamètres de la terre n'est que le tiers de celle des degrés; par exemple, les deux degrés extrêmes différant entre eux de $\frac{1}{77}$, les diamètres de la terre ne différeront que de $\frac{1}{231}$.

819. En substituant dans cette formule les degrés mesurés en France & au Pérou, M. de la Condamine trouve que l'aplatissement de la terre est de $\frac{1}{304}$; mais en y substituant le degré du Nord & celui du Pérou, il ne trouve que $\frac{1}{215}$. Cette différence de résultat fait croire que la terre n'a pas une figure régulièrement & parfaitement elliptique, ou qu'il y a dans les degrés mesurés quelque imperfection ou quelqu'autre raison d'inégalité, sans quoi l'on auroit le même degré d'aplatissement, par ces deux différentes comparaisons; le P. Boscovich en a conclu que le degré du Nord étoit un peu trop grand.

820. Quand on a trouvé le degré d'aplatissement, il est facile de calculer l'angle de la verticale avec le rayon de la terre sous une latitude quelconque. Supposons le demi-petit axe CF (*fig.* 101) $= 1$, le demi-grand axe $= 1 + \beta$, la lettre β exprimant la fraction de l'aplatissement: le carré de $1 + \beta$ sera $1 + 2\beta$, car à cause de la petitesse de β l'on peut négliger le terme β^2; soit l'abscisse $CM = x$, la sous-normale MK sera $= x. \frac{1}{1+2\beta}$ par la propriété de l'ellipse $= x(1 - 2\beta)$ en négligeant encore les termes suivans; donc $CK = 2\beta x = 2\beta$ cos. latit. La petite perpendiculaire KD abaissée sur $CO = CK$. sin. $KCD = CK$. sin. latit. $= 2\beta$ cos. lat. sin. lat. $= \beta$ sin. 2 lat. & le sinus de l'angle KOD, $= \frac{DK}{DO}$ ou $\frac{DK}{CO} = \beta$ sin. 2 lat. Nous supposons OD sensiblement égal au demi-petit axe, car il n'en diffère que d'une quantité qui n'introduiroit rien de sensible dans cette formule. C'est ainsi que l'on peut calculer la seconde colonne de la table suivante ou les angles tels que COK formés par le rayon CO,

& par la ligne verticale OK perpendiculaire à la furface en fuppofant $\frac{1}{230}$ d'aplatiffement.

821. On démontre par les mêmes principes que dans l'hypothèfe de la terre elliptique, les excès des rayons de la terre fur le petit axe font comme les carrés des finus des latitudes; par exemple, que OA (*fig.* 100) eft à KM, comme le carré du finus total eft au carré du finus de l'arc EL, en fuppofant toujours les différences des degrés extrêmement petites. En effet, par la propriété de l'ellipfe $OA : KL :: CA : BL$ ou $\beta : KL :: 1 :$ fin. lat.; donc $KL = \beta$ fin. lat., mais à caufe des triangles femblables BKC, MKL, on a $KL : KM :: CK : BK$, ou β fin. lat. : $KM :: 1 :$ fin. lat. Donc $KM = \beta$ fin. lat. ^{2}, c'eft-à-dire, que la différence entre le rayon de l'équateur, & le rayon CK pour une latitude donnée, eft égal à l'aplatiffement multiplié par le carré du finus de la latitude. C'eft fur ce principe que font calculés les nombres de la Table ci-jointe qui font les augmentations de la parallaxe de la lune à différentes latitudes, dépendantes de l'inégalité des rayons CE, CP. Ainfi la parallaxe horizontale de la lune fous le pole, qui a pour bafe CP étant fuppofée de 60′ 0″ ou de 3600″. On voit dans cette Table qu'à 50° de latitude il faut y ajouter 6″ ½ pour avoir la parallaxe qui convient au rayon CG fous cette latitude, & l'angle de la verticale avec le rayon de la terre fous cette latitude eft de 14′ 44″. On fe fert de cet angle pour corriger les diftances au zénit obfervées, & pour les réduire au centre de la terre.

latit.	angles de la vertic.	augm. de la paral.
0°	0′ 0″	15″8
10	5′ 6″	15″3
20	9 36	13, 9
30	12 58	11, 8
40	14 44	9, 2
42	14 52	8, 7
44	14 58	8, 2
46	14 58	7, 6
48	14 52	7, 0
50	14 44	6, 5
55	14 4	5, 2
60	12 58	4, 0
65	11 26	2, 8
70	9 36	1, 9
80	5 6	0, 5
90	0 0	0, 0

822. On a remarqué dans les accroiffemens des degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelques irrégularités, qui viennent peut-être des circonftances locales, plus que de l'irrégularité de la terre: on trouve, par exemple, que le degré mefuré en Italie eft plus petit, & que celui du Cap eft plus grand qu'il ne devroit être fuivant la loi établie par les trois degrés, mefurés fous l'équateur, en France & au cercle polaire; mais une partie de cette différence peut venir de l'attraction latérale des montagnes fur le fil à plomb. Par

les obſervations que M. Bouguer & M. de la Condamine firent avec grand ſoin en 1737 au Pérou, près de la montagne de Chimboraço, le fil à-plomb étoit détourné de 8″ par la maſſe de cette montagne. On a éprouvé de ſemblables effets dans les Pyrénées, dans les Alpes & dans l'Apennin.

823. Si l'on ſuppoſe elliptique la figure de la terre, que l'on décrive un ſphéroïde ſur les deux diamètres de la terre, dont l'un eſt de 6562024 toiſes ou de 2874 $\frac{2}{3}$ lieues, l'autre de 6525376 toiſes ou 2858 $\frac{2}{3}$ lieues, ſon volume ou ſa ſolidité ſera 12366044000 lieues cubes, la ſurface de ce ſphéroïde ſeroit de 25858089 lieues carrées, d'où il eſt aiſé de conclure la ſurface de chaque zone (139).

Pour avoir une idée de la maſſe ou du poids total de la terre, ſuppoſons qu'elle ſoit compoſée intérieurement d'une matière à peu-près analogue à l'argille, dont le pied cube pèſe environ 140 livres; la toiſe cube pèſera 30240 livres, la lieue cube 359775200000000, & le poids de la terre entière ſera 4448994000000000000000000 livres, ce nombre étant compoſé de 25 chiffres. Si l'on vouloit pouſſer le calcul juſqu'à avoir le nombre de grains de ſable dont cette maſſe eſt compoſée, chaque grain de ſable ſenſible ne peut avoir moins d'un vingtième de ligne, on trouveroit qu'il doit y avoir en tout *dans la maſſe du globe terreſtre* . . . . 759121200000000000000000000000000 grains de ſable, ce nombre étant compoſé de 33 chiffres.

824. L'abaiſſement du niveau vrai par rapport au niveau apparent eſt l'effet le plus connu de la courbure de la terre. Si la ligne AH (*fig.* 92) eſt horizontale, & qu'à une diſtance AO il y ait une montagne OH, on ne verra du point A, que le ſommet H de la montagne ſur la ligne horizontale AH, & OH eſt l'abaiſſement du niveau vrai O par rapport au niveau apparent H. Il eſt aiſé de calculer OH, ou CH, puiſqu'on connoît le rayon CA de la terre & l'arc AO de la terre ou l'angle ACO. Cette courbure OH eſt d'un pied pour 1050 toiſes, ou, ce qui eſt plus aiſé à retenir, elle eſt d'une aune pour une lieue (3 pieds 8 pouces pour 2000 toiſes), mais elle augmente comme le carré des diſtances (988), & à 4000 toiſes elle eſt de 14 pieds 8 pouces. C'eſt ce qui détermine la diſtance de

l'horizon sensible (12) du moins en pleine mer; car si l'observateur est en H, la ligne HA va toucher la mer à l'extrémité de l'horizon sensible; & il varie à raison de la hauteur OH.

LIVRE IX.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne.

LES Satellites de Jupiter sont quatre petites planètes qui tournent autour de Jupiter, comme nous l'avons indiqué dans la figure 42 ; Galilée les appelloit *Medicea Sydera;* Hévélius les nommoit *Circulatores Jovis*, *Jovis Comites*: ils servent continuellement aux Astronomes pour déterminer les différences de longitudes entre les différens pays de la terre (54); il importoit donc beaucoup d'avoir une théorie sûre & exacte de leurs mouvemens, & plusieurs Astronomes y ont travaillé avec la plus grande assiduité.

825. Les quatre satellites de Jupiter furent apperçus par Galilée le 7 Janvier 1610, peu après la découverte des lunettes d'approche; Simon Marius prétendit les avoir vus dès le mois de Novembre précédent ; Gassendi assure dans la vie de M. Peiresc, que celui-ci fut un des premiers après Galilée & Reineri, qui entreprit conjointement avec Morin, de réduire en tables les mouvemens des satellites. Mais on n'eut de tables un peu exactes des mouvemens des satellites qu'en 1668, par M. Cassini. Celles dont nous nous servons aujourd'hui pour calculer les éclipses des satellites de Jupiter, sont de M. Wargentin; il en avoit donné une première édition en 1746 dans les Mémoires d'Upsal: ses nouvelles tables sont imprimées dans mon *Astronomie.*

826. La première chose qu'on doit faire pour construire les tables, est de déterminer les temps des révolutions; on pourroit y parvenir en observant plusieurs fois le moment où chaque satellite paroîtroit en conjonctions vu de la terre, pourvu qu'elles soient les mêmes que les conjonctions vues du soleil ; il faut donc choisir pour déterminer ces révolutions, les conjonctions des satellites qui arrivent quand Jupiter est en

oppoſition; car alors ſi le ſatellite paſſe au deſſus, ou au-deſſous du diſque de Jupiter, le moment où il répond au centre de Jupiter eſt celui de la conjonction vue du ſoleil & vue de la terre. On a encore d'une manière plus facile & plus commode les conjonctions vues du ſoleil, par le moyen des éclipſes; car lorſqu'un ſatellite eſt au milieu de l'ombre que Jupiter répand derrière lui, il eſt évident que le ſatellite eſt en conjonction avec Jupiter, puiſqu'il eſt ſur la ligne menée du ſoleil à Jupiter. L'intervalle d'une éclipſe à l'autre ſera la durée d'une RÉVOLUTION SYNODIQUE (557), c'eſt-à-dire, d'une révolution par rapport au ſoleil; & ce ſont preſque les ſeules révolutions dont on faſſe uſage. On a ſoin de comparer entre elles des conjonctions très-éloignées, pour mieux compenſer les inégalités des ſatellites, celles de Jupiter, & les erreurs inévitables dans les obſervations; on trouvera ces révolutions calculées avec le plus grand ſoin, à l'art. 860, & telles que M. Wargentin les a déduites des obſervations les plus récentes.

827. LA RÉVOLUTION PÉRIODIQUE eſt le retour d'un ſatellite au même point de ſon orbe, ou au même point du ciel vu de Jupiter, après avoir fait 360°; cette révolution périodique eſt un peu plus courte que la révolution ſynodique; car elle ne le rameneroit pas juſqu'à l'ombre de Jupiter qui pendant ce temps-là s'eſt avancé lui-même, d'une certaine quantité dans ſon orbite, tout ainſi que nous l'avons expliqué pour la lune (557). Nous ne parlerons guères que des révolutions ſynodiques; ce ſont les ſeules que nous puiſſions immédiatement obſerver, & celles dont dépendent les éclipſes qui ſont aujourd'hui les ſeules choſes que l'on obſerve; cependant on trouvera dans la table des élémens (860), les révolutions périodiques des quatre ſatellites par rapport aux équinoxes. Pour avoir les révolutions périodiques par le moyen des révolutions ſynodiques obſervées, il faut faire la proportion ſuivante; 360° plus le mouvement de Jupiter, pendant une révolution ſynodique, ſont à la durée de cette révolution ſynodique obſervée, comme 360° ſeulement ſont à la durée de la révolution périodique.

828. Connoiſſant les révolutions des ſatellites, il faut auſſi connoître leurs diſtances par rapport au centre de

Jupiter, en les mesurant dans le temps de leur plus grande élongation, avec un micromètre; il suffit même de mesurer la distance d'un seul, les autres distances se calculent aisément par le rapport constant qu'il y a entre les carrés des temps & les cubes des distances (830).

C'est ainsi qu'on a trouvé les distances ou les élongations telles que je les ai rapportées, dans la table de l'article 860. Celle du 4e. satellite a été trouvée par M. Pound de 8′ 16″ avec un micromètre appliqué à une lunette de 15 pieds, & celle du 3e. satellite de 4′ 42″ avec une lunette de 123 pieds. Les deux autres ont été conclues par le calcul, de 2′ 56″ 47‴, & 1′ 51″ 6‴. (Newton, Liv. III.).

Comme il est plus commode d'exprimer ces distances en demi-diamètres de Jupiter, & en centièmes de ce même rayon, c'est aussi la forme que l'on emploie; on trouvera ces distances dans la table des élémens (860), telles qu'elles furent déterminées par M. Cassini; par exemple, la distance du premier satellite est de 5, 67, c'est-à-dire, 5 demi-diamètres de Jupiter, & 67 centièmes, ou deux tiers. On en déduiroit aisément leurs distances réelles, car le diamètre de Jupiter est environ onze fois plus grand que celui de la terre. Il suffiroit donc de multiplier par 11 les distances que nous donnons en demi-diamètres de Jupiter, pour les avoir en demi-diamètres de la terre, ou par 16132 pour les avoir en lieues.

829. Le diamètre de Jupiter, vu du centre du soleil dans ses moyennes distances au soleil, ou vu de la terre dans ses moyennes distances à la terre, est de 37″ $\frac{1}{4}$, son demi-diamètre est donc 18″ $\frac{5}{8}$. Si l'on multiplie cette quantité par les distances exprimées en demi-diamètres de Jupiter, on aura ces mêmes distances en minutes & en secondes, telles qu'on les observe quand Jupiter est dans ses moyennes distances à la terre, mais elles peuvent augmenter ensuite ou diminuer d'un cinquième à cause de la distance de Jupiter, plus ou moins grande par rapport à la terre. Les distances des satellites en minutes & en secondes, peuvent servir à comparer les distances de ces satellites avec celles des planètes au soleil; supposons, par exemple, qu'on veuille prendre la distance de Vénus au soleil pour unité, ou pour échelle commune, & qu'on demande la

distance du quatrième satellite par rapport au centre de Jupiter; on fera cette proportion: la distance de Vénus au soleil 723 (art. 450), est à celle de Jupiter comme 1 est à 7, 1903 distance de Jupiter au soleil; on dira ensuite, le rayon est au sinus de 8′ 16″, élongation du satellite, comme 7, 1903 est à 0, 01729, distance du satellite, en parties de celle de Vénus; nous en ferons usage sous cette forme-là (1020).

830. En comparant les distances des satellites avec les durées de leurs révolutions périodiques, on remarqua bientôt que la loi de Képler (469) y étoit observée, aussi bien que dans les planètes. En effet, si l'on prend le carré de 1j 18h 28′, & celui de 16j 16h 32′, ou plus exactement les temps périodiques du premier & du 4e satellite par rapport aux étoiles fixes; & si l'on prend aussi les cubes de leurs distances 5, 67 & 25, 30, on aura (en ne prenant que les premiers chiffres), les nombres 6642, 5775, 1820, 1619, qui sont véritablement en proportion.

831. Les révolutions des satellites étant additionnées successivement jusqu'à ce qu'elles forment des nombres semblables, on trouve à peu-près les périodes suivantes.

247 révolutions du I.	font	437j	3h	44′
123 révolutions du II.	font	437	3	42
61 révolutions du III.	font	437	3	36
26 révolutions du IV.	font	435	14	16

832. Ainsi dans l'intervalle de 437 jours, les 3 premiers satellites reviennent à une même situation entre eux, à 8′ près; cette période nous servira quand nous parlerons des attractions réciproques des satellites (845.) & des inégalités qui en résultent, sur-tout dans les trois premiers.

Inégalités des Satellites.

833. La plus grande inégalité qu'on ait remarqué dans les révolutions des satellites, par rapport au disque de Jupiter, est celle qui est produite par la parallaxe annuelle (441); soit S le soleil (*fig.* 103), I le centre de Jupiter, B un satellite en conjonction sur la ligne des centres, ou sur l'axe de l'ombre, T le lieu de la terre;

T I G le rayon mené de la terre par le centre de Jupiter; l'angle T I S égal à l'angle B I G est la parallaxe annuelle de Jupiter, qui peut aller à 12°; il faut alors que le satellite arrive de B en G & parcoure 12° de son orbite, pour nous paroître en conjonction sur la ligne T I G, quoique sa véritable conjonction soit arrivée au point B; ces 12° font $1^h 25'$ de temps pour le premier satellite, $2^h 50'$, $5^h 44'$ & $13^h 24'$ pour les autres; telle est l'inégalité qu'on trouve entre les révolutions des satellites, ou leurs retours observés de la terre, quand on les compare au disque apparent de Jupiter, & qu'on observe les passages des satellites sur ce disque; mais quand on se sert des éclipses pour connoître les révolutions, on n'est point exposé à cette inégalité.

834. Passons aux inégalités qui ont lieu par rapport à la ligne des centres S I B, & qui affectent les retours des satellites à leurs conjonctions, & les intervalles des éclipses. Nous avons supposé dans la recherche des périodes (826), qu'on avoit pris un intervalle de temps assez long pour que les inégalités fussent fondues & compensées; si dans la recherche des révolutions ou des moyens mouvemens, on ne prenoit que l'intervalle d'une seule révolution du satellite, le résultat seroit affecté des inégalités de Jupiter, & de celles du satellite; mais si l'on compare des observations éloignées d'une période entière de Jupiter, ou de plusieurs, c'est-à-dire, de 12, de 24 ans, &c. tout sera compensé, & l'on aura exactement le mouvement moyen, abstraction faite de l'inégalité des retours; on parvient ensuite à connoître ces équations en comparant entre eux les intervalles des différentes éclipses; intervalles qui ne diffèrent entre eux qu'à raison des inégalités dont il s'agit.

835. La plus grande inégalité dans les retours des conjonctions & des éclipses, est celle qui vient de l'inégalité du mouvement de Jupiter; car la différence entre le retour d'une conjonction & une révolution périodique complète du satellite, dépend du mouvement de Jupiter vu du soleil, dans cet intervalle de temps, ou de l'arc que le satellite doit parcourir pour revenir à sa conjonction avec le soleil; ce mouvement est irrégulier, ainsi les éclipses par cela seul ne reviendront point dans des intervalles de temps égaux. L'intervalle entre deux éclipses est égal à une révolution du satellite, plus le temps qu'il

lui faut, pour atteindre l'ombre de Jupiter, qui s'est avancée autant que Jupiter lui-même, mais inégalement; or l'équation de Jupiter étant de 5° 34', tantôt additive, tantôt soustractive, la somme de tous les petits intervalles dont chaque révolution synodique excède chaque révolution périodique, peut faire une différence de 11' entre deux observations.

836. Soit ABP (*fig.* 104), l'orbite de Jupiter, S le soleil, F le foyer supérieur de l'ellipse, autour duquel le mouvement de Jupiter est sensiblement uniforme (495); supposons un satellite qui dans une période de Jupiter fasse un nombre complet de révolutions périodiques; que Jupiter ait fait le quart de sa révolution en temps, c'est-à-dire, que l'angle AFB qui exprime l'anomalie moyenne, soit de 90°; le satellite doit aussi avoir achevé le quart des révolutions périodiques qu'il peut faire pendant une période de Jupiter, & être parvenu au point H qui répond dans le ciel au même point que le lieu moyen de Jupiter; mais le satellite arrivera en K, où se fait la conjonction avec Jupiter, & sera éclipsé, long-temps avant que d'être arrivé en H; la différence KH mesure l'angle KBH égal à l'angle FBS, qui est l'équation du centre de Jupiter, c'est-à-dire, 5° 34', le premier satellite emploie 0h 39' 25" à parcourir 5° 34' de son orbite; ainsi les éclipses que l'on observe devront avancer de 39' 25" au bout de 3 ans; six ans après, lorsque Jupiter sera dans la partie opposée de son orbite elles retarderont d'autant.

837. Pour trouver la quantité de cette équation dans chaque orbite des satellites on fait cette proportion: 360° sont à la durée de la révolution synodique, comme 5° 34' 1" sont à un quatrième terme qui se trouve de 39' 22"; 1h 19' 13"; 2h 39' 42"; & 6h 12' 59". Tel est le fondement de la plus grande inégalité des conjonctions & des éclipses des satellites.

L'inégalité qui dépend de l'excentricité de Jupiter, & que je viens d'expliquer, fut la première que M. Cassini employa dans ses tables pour le calcul des éclipses; mais il remarqua bientôt qu'elle ne suffisoit pas pour expliquer toutes les différences qui s'observoient entre les retours de ces éclipses. Il employa d'abord dans ses éphémérides certaines équations empiriques, c'est-à-dire,

que l'obſervation lui indiquoit, ſans en connoître la loi ni le principe; & nous en employons encore pour ainſi dire de ſemblables (846).

838. La première inégalité dont on ait apperçu la véritable cauſe, eſt celle qui vient de la propagation ſucceſſive de la lumière. Soit S (*fig.* 104.) le ſoleil; ABP l'orbite de Jupiter, TVR l'orbite de la terre, dont le diamètre TR eſt de 69 millions de lieues; la lumière que Jupiter nous réfléchit, eſt un corps dont l'impreſſion doit arriver juſqu'à nous, pour nous faire appercevoir Jupiter & ſes ſatellites; le mouvement de ce corps ne ſauroit être d'une vîteſſe infinie, il lui faut un certain temps pour arriver de T en R; ainſi quand la terre eſt en T, Jupiter étant en oppoſition, ſa lumière arrive plutôt à nos yeux que quand la terre eſt en R, Jupiter approchant de ſa conjonction; on obſerva en effet que les éclipſes des ſatellites arrivoient environ un quart-d'heure plus tard quand la terre étoit vers R, que quand elle étoit en T.

839. Nous voyons dans l'hiſtoire de l'Académie que le 22 Août 1675, M. Caſſini publia un petit écrit pour annoncer les configurations des ſatellites, & qu'il y parloit de la propagation ſucceſſive de la lumière, ſur laquelle M. Romer lut ſa diſſertation à l'Académie le 22 Novembre ſuivant: voici les termes de M. Caſſini.

„ M. Romer expliqua très-ingénieuſement une de ces „ inégalités, qu'il avoit obſervée pendant quelques an„ nées dans le premier ſatellite, par le mouvement ſuc„ ceſſif de la lumière, qui demande plus de temps à ve„ nir de Jupiter à la terre lorſqu'il en eſt plus éloigné, „ que quand il en eſt plus près; mais il n'examina pas ſi „ cette hypothèſe s'accommodoit aux autres ſatellites qui „ demanderoient la même inégalité de temps: il m'eſt „ arrivé ſouvent, qu'ayant établi les époques des ſatel„ lites dans les oppoſitions avec le ſoleil, où les inégali„ tés ſynodiques doivent ceſſer, & les ayant comparées „ enſemble pour avoir le moyen mouvement, lorſque „ je calculois ſur ces époques, & ſur ce moyen mou„ vement les éclipſes arrivées près de l'une & de l'autre „ quadrature de Jupiter avec le ſoleil, le moyen mou„ vement calculé au temps de ces quadratures s'eſt trou„ vé différer d'un degré entier, ou un peu plus, du vrai „ mouvement trouvé par des obſervations immédiates;

„ de forte que les fatellites dans les quadratures avoient
„ environ un degré d'équation fubftractive à l'égard du
„ mouvement établi dans les oppofitions, d'où l'on pou-
„ voit inférer que cette équation feroit doublée dans les
„ conjonctions ".

840. Cette inégalité étoit fur-tout bien fenfible dans le premier fatellite; mais la découverte de l'aberration (782) ayant prouvé invinciblement la propagation fucceffive de la lumière, il a été reconnu que cette équation devoit être commune aux 4 fatellites. M. Maraldi trouvoit en 1741 que les tables du 3e. étoient fort rapprochées de l'obfervation par le moyen de cette équation, & M. Wargentin s'affura en 1746 de cette équation de la lumière, par la comparaifon d'un grand nombre d'obfervations.

841. La vîteffe avec laquelle les rayons de lumière parviennent depuis le foleil jufqu'à nos yeux, eft telle que pendant le même temps la terre fait dans fon orbite un arc de 20″ (787); or la terre décrit un arc de 20″ en 0h 8′ 7″ ½ de temps à peu-près; la lumière met donc 8′ à parvenir du foleil à la terre. Lorfque la terre fera en R, Jupiter étant en conjonction avec le foleil, c'eft-à-dire, en A, la lumière mettra pour venir jufqu'à nous 16′ 15″ de plus qu'elle n'en employoit lorfque la terre étoit en T, & Jupiter en oppofition dans le point A; ainfi les éclipfes des fatellites arriveront 16′ 15″ plus tard dans les conjonctions que dans les oppofitions, & dans les autres temps à proportion; c'eft l'objet de l'équation principale de la lumière.

842. On fuppofe jufqu'ici que Jupiter foit dans fes moyennes diftances; mais à caufe de l'excentricité de fon orbite, Jupiter eft quelquefois plus ou moins éloigné du foleil, & la différence des diftances eft quelquefois égale à la moitié de S R; enforte que quand Jupiter en conjonction ou en oppofition, eft en même temps aphélie, il y a 4′ 5″ de plus que quand il eft périhélie; cette petite équation de la lumière dépend de l'anomalie de Jupiter.

843. La grande équation qui eft caufée par l'excentricité de Jupiter (835), & les deux équations de la lumière, font des caufes d'inégalités communes à tous les fatellites; mais il y a d'autres équations particulières à chacun d'eux; on les a reconnues par obfervation; on en

a déterminé les quantités à quelques minutes près, sans en connoître parfaitement la cause, & l'on applique une de ces équations empiriques à chacun des quatre satellites : savoir 3′ ½ pour le premier, 16′ ½ pour le 2e, 8′ pour le 3e, & 1h 0′ pour le 4e.

844. La manière de déterminer ces équations particulières à chaque satellite, consiste uniquement à comparer beaucoup d'observations avec le calcul des tables, où l'on a employé les inégalités précédentes; car alors la différence entre le calcul & l'observation forme l'équation que l'on cherche ; quand on a fait cette comparaison un grand nombre de fois, l'on est en état de former une table de l'inégalité & d'en voir la période.

845. L'équation du premier satellite est de 3′ 30″ de temps, en plus & en moins, ce qui répond à un demi-degré de son orbite; M. Bradley apperçut en 1719 que dans les années 1682, 1695 & 1708, c'est-à-dire, environ tous les 12 ans, les éclipses du premier satellite duroient environ 2h 20′, tandis que dans l'autre nœud, en 1677 & 1689, ces durées n'étoient que de 2h 14′; cette différence paroissoit prouver que dans le premier cas le satellite avoit un mouvement plus lent, & se trouvoit par conséquent à une plus grande distance qui indiquoit une excentricité dans son orbite; cependant M. Bradley regardoit l'attraction des satellites comme étant la principale cause de cette inégalité, & il indiqua la période de 437 jours (*Philos. trans.* 1726). M. Wargentin détermina par les observations la loi & la quantité de cette équation du premier satellite, & il la fit entrer dans ses premieres tables publiées en 1746; ce qui leur donna un très-grand degré d'exactitude.

Depuis ce temps là on a reconnu que toutes les inégalités sensibles du premier satellite sont dûes à l'action du second, mais que la plus considérable de toutes est en effet de 3′ 30″ de temps, comme l'a trouvé M. Wargentin, avec une période de 437 jours.

846. Le second satellite est celui de tous qui a les plus grandes inégalités ; l'excentricité de son orbite peut bien y entrer pour quelque chose ; cependant on approche beaucoup de l'observation par l'équation seule de 16′ ½, dont la période est de 437 jours 20h, & qui paroît provenir de l'attraction du premier & du troisieme satellite. M. Bradley indiqua le premier cet-

te période de 437 jours, en assurant qu'elle ramenoit les erreurs des tables à peu-près dans le même ordre. Il ajoutoit cependant que les dernières observations indiquoient encore une excentricité dans cette orbite.

Le troisieme satellite est celui dont les inégalités sont les moins connues; il paroît qu'il y en a une qui dépend de son excentricité, & d'autres qui dépendent des attractions du premier, du second & du quatrieme; tout cela fait environ 8′ de temps en plus & en moins: mais on les partage en plusieurs équations, dont les périodes sont de 437 jours, de 12½ ans & de 14, pour les ajuster aux observations.

L'inégalité du quatrième satellite qui va jusqu'à 1h de temps, ne dépend que de l'excentricité de son orbite; & les attractions des autres satellites n'y sont pas sensibles.

L'Académie ayant proposé, à ma sollicitation, cette matière pour le sujet du prix de 1766, M. de la Grange composa sur l'effet de toutes ces attractions un Mémoire intéressant, qui paroîtra bientôt dans le IXe Volume des Pieces qui ont remporté le prix de l'Académie.

Des Eclipses des Satellites.

847. Les éclipses des satellites sont un phénomène si important pour la géographie, que nous croyons nécessaire d'en développer ici les principales circonstances. La premiere chose qu'il faut connoître, c'est *le diamètre de l'ombre de Jupiter* en temps, ou la durée du passage de chaque satellite au travers de l'ombre de Jupiter, quand il la traverse par le centre; la moitié de cette quantité ou le demi-diamètre de l'ombre se trouve dans la table ci-jointe.

1	1h	7′	55″
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	23	0

848. Si les orbites des satellites étoient toujours dans le même plan que l'orbite de Jupiter autour du soleil, chaque satellite seroit éclipsé à toutes ses révolutions, & la demi-durée de chaque éclipse seroit comme dans la table précédente; mais aussi-tôt qu'on eût observé plusieurs fois ces éclipses, on s'apperçut bien-

tôt que la durée n'en étoit pas toujours égale ; quelquefois le 3e satellite n'est éclipsé que pendant 1h 17', quelquefois 3h 34'. On vit même que le 4e satellite dans certains temps s'éclipsoit à chaque révolution, & qu'après quelques années il passoit au-dessus de Jupiter sans être éclipsé. Cela fit juger que les orbites des satellites n'étoient pas couchées dans le même plan que l'orbite de Jupiter ; car si cela eût été, tous les satellites auroient été éclipsés à chaque révolution, & toujours pendant le même temps ; ces différences dans la durée des éclipses sont la seule méthode qu'on emploie pour connoître les inclinaisons des orbites.

849. Il est nécessaire d'expliquer ici la manière dont l'inclinaison des orbites produit l'inégalité dans les durées des éclipses, & suivant quelle loi varie cette durée. Lorsqu'un satellite traverse le cône d'ombre par son centre, il est exactement dans la ligne droite qui joint les centres de Jupiter & du soleil ; ainsi il est dans la commune section de son orbite avec celle de Jupiter, car il se trouve à la fois & dans le plan de son orbite (puisqu'il ne la quitte jamais), & dans celui de l'orbe de Jupiter, puisque la ligne menée du soleil à Jupiter est toujours dans le plan de cette orbite. Le satellite étant alors dans la commune section de son orbite & de celle de Jupiter, il est évident que Jupiter y est aussi ; l'on peut donc alors dire que Jupiter est dans le nœud de son satellite ; ainsi quand Jupiter est au degré de longitude, où répond un des nœuds de l'orbe d'un satellite (vu du centre de Jupiter, le satellite traverse l'ombre par le centre, & la durée de son éclipse est la plus longue.

850. Soit SO (*fig.* 105) la ligne des nœuds, ou la ligne sur laquelle étoit Jupiter, quand le plan de l'orbite du satellite étoit dirigé vers le soleil, & que les satellites traversoient l'ombre par le centre ; supposons que Jupiter ait avancé de O en I avec l'orbite du satellite autour de lui, cette orbite restera toujours parallèle à elle-même, puisque rien ne tend à la déranger, & la ligne des nœuds sera sur une direction AC parallèle à SO. Ainsi quand Jupiter s'éloigne du nœud, la ligne de l'ombre n'est plus dans la commune section des orbes de Jupiter & du satellite ; donc le satellite venant à se trouver en opposition au point M ne sera

pas dans le plan de l'orbite de Jupiter, & ne sera pas sur la ligne des centres, mais au dessus ou au-dessous.

851. Quand Jupiter est dans le noeud d'un de ses satellites, un observateur supposé dans le soleil se trouve dans le plan de l'orbite du satellite, & il la voit en forme de ligne droite; pour qu'il la vît toujours droite il faudroit qu'elle passât toujours par son œil, que la commune section ou la ligne des nœuds passât toujours par le soleil; pour cela il faudroit qu'elle fît le tour du ciel aussi bien que Jupiter en douze ans, ce qui n'arrive point: la ligne des nœuds est à peu-près fixe dans le ciel; c'est-à-dire, parallèle à elle-même, & dirigée sensiblement vers le même point du ciel; quand Jupiter y a passé une fois, il s'écoule six années avant qu'il y revienne.

852. Soient donc NCIA la ligne des nœuds, ABCD l'orbite du satellite qui traverse en A & en C le plan de l'orbite de Jupiter; il faut concevoir que l'orbite du satellite est relevée en B au-dessus du plan de la figure, & se trouve un peu vers le nord; au contraire en D elle est un peu vers le midi, ou au-dessous du plan de la figure; depuis A jusqu'en B, le satellite va toujours en s'élevant au-dessus du plan de l'orbite de Jupiter; depuis B jusqu'en C, il revient vers ce plan, & depuis C jusqu'en D, il descend au-dessous du plan, & il y revient depuis D jusqu'en A. Puisque B est la limite, le point de la plus grande latitude, ou de la plus grande élévation du satellite au-dessus du plan de l'orbe de Jupiter, ce satellite arrivé en M dans sa conjonction supérieure où il est éclipsé, ne sera pas encore à sa plus grande latitude, & il sera d'autant moins éloigné du plan de la figure ou de l'orbite de Jupiter, que l'angle AIM sera moindre, ou son égal SIN. Or l'angle SIN, qui est la distance du satellite à son nœud, est égal à l'angle ISO, ou à la distance qu'il y a entre le lieu I de Jupiter, & la ligne SO supposée fixe, à laquelle la ligne des nœuds IN reste toujours parallèle, quel que soit le lieu de Jupiter; ainsi la latitude du satellite en M dépendra de l'arc AM, ou de l'angle IOS, distance de Jupiter à la ligne des nœuds SO, qui répond toujours vers le milieu de l'onzième signe de longitude.

853. La quantité dont le point M s'élève au-dessus du plan de l'orbite de Jupiter, est à la quantité dont la limite B s'en éloigne, comme le sinus de AM est au sinus de l'arc AB, c'est-à-dire, au rayon; car si deux cercles se coupent en A & en C, leur distance en différens points, tels que M, perpendiculairement au cercle incliné, ou à l'orbite du satellite, est comme le sinus de la distance au point A, c'est-à-dire, à l'intersection des deux cercles (531). Ainsi la latitude du satellite en M, est comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud du satellite.

854. Lorsque par le mouvement de Jupiter dans son orbite, le rayon SI est devenu perpendiculaire à la ligne des nœuds SO ou IN; le point M de la conjonction supérieure concourt avec le point B, qui est la limite de la plus grande latitude; alors l'angle de l'orbite avec le rayon visuel SIM, est égal à l'inclinaison du satellite, par exemple, 3°; & l'orbite vue du soleil paroît sous la forme d'une ellipse, dans laquelle le grand axe est au petit comme le rayon est au sinus de 3° (674) en ne considérant pas le mouvement de Jupiter pendant la durée de la révolution du satellite, ou bien en considérant le satellite seulement par rapport à Jupiter. Soit S le soleil (*fig.* 108), I le centre de Jupiter, IH le rayon de l'orbite d'un satellite qui est dans un plan perpendiculaire à l'orbite de Jupiter, & qui est incliné sur le rayon solaire de la quantité de l'angle SIH; on aura IH : KH :: R : sin. KIH, donc KH = IH sin. KIH, donc KH = IH sin. KIH, c'est la quantité dont le satellite paroîtra s'élever au-dessus du plan de l'œil, dans le temps où l'ellipse sera la plus ouverte. Dans les autres positions de Jupiter par rapport au nœud, cette quantité diminuera comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud (853); ainsi appellant I la plus grande latitude, ou l'inclinaison du satellite, comptée sur l'orbite de Jupiter, & R la distance du satellite à sa planète, ou le rayon de son orbite, on aura R. sin. I. sin. D pour la quantité dont le satellite paroîtra élevé au-dessus du plan de l'orbite de Jupiter, perpendiculairement à l'orbite du satellite, dans le moment de sa conjonction supérieure; il n'en faut pas davantage pour calculer les durées des éclipses.

855. Cet-

855. Cette élévation du ſatellite au-deſſus de Jupiter eſt égale à ſon abaiſſement dans le point oppoſé; l'ellipſe qu'il paroît décrire eſt donc plus ou moins ouverte, ſuivant que Jupiter s'éloigne de la ligne des nœuds; quand le petit axe de cette ellipſe devient plus large que le cône d'ombre, le ſatellite paſſe au-deſſus de l'ombre, comme on le voit dans la figure 106; c'eſt ce qui arrive toujours au 4e ſatellite de Jupiter environ deux ans après le paſſage de Jupiter dans les nœuds des ſatellites. Quand Jupiter eſt à 30 degrés de la ligne des nœuds, l'ellipſe (*fig.* 107) a la moitié de l'ouverture qu'elle avoit dans le cas précédent, parce que le ſinus de 30° eſt la moitié du ſinus total; alors le ſatellite traverſe l'ombre malgré l'obliquité de ſon orbite.

856. La ſection de l'ombre de Jupiter dans la région du ſatellite eſt repréſentée par le cercle EDBF (*fig.* 109) que je ſuppoſe perpendiculaire à la ligne des centres du ſoleil & de Jupiter; il eſt traverſé par un diamètre QB, qui eſt une portion de l'orbite CN de Jupiter; ED eſt une portion de l'orbite du ſatellite, N le nœud ou l'interſection; CA eſt la perpendiculaire ſur cette orbite; c'eſt un arc qui vu du centre de Jupiter n'eſt autre choſe que la latitude du ſatellite; ſon ſinus ſeroit égal à ſin. I. ſin. D, par la propriété ordinaire du triangle ſphérique rectangle CAN.

857. Quand on connoît CA, il faut le comparer au rayon CD ou CB, dont la valeur eſt connue par obſervation en ſecondes de temps, parce que c'eſt le demi-diamètre de l'ombre (847); c'eſt-à-dire, la demi-durée des éclipſes, qui eſt la plus grande de toutes, & qui eſt exprimée par CB; nous exprimerons même la diſtance du ſatellite à Jupiter, ou le rayon de ſon orbite, en parties ſemblables, ou en ſecondes de temps, en mettant au lieu de R le temps que le ſatellite emploie à parcourir un arc de même longueur que le rayon de ſon orbite, c'eſt-à-dire, un arc de 57°; car il n'importe pas que cette diſtance qu'on prend pour unité, ſoit en temps, en degrés, ou en demi-diamètres de Jupiter, ni même que le mouvement de Jupiter rende plus long le temps des 57°, parce que nous ne cherchons ici que le rapport entre la diſtance & l'arc parcouru pendant l'éclipſe. Pour connoître le temps qui répond à un arc d'environ 57°, il ſuffit de faire cette proportion 360° ſont

à la révolution synodique, comme 57° ou 206265″ sont au temps cherché que j'appelle *t*. Ayant multiplié sin. I sin. D par ce nombre de secondes de temps, on aura CA en secondes de temps = *t* sin. I sin. D; on a aussi le rayon CD ou CB en secondes de temps, c'est la demi-durée de la plus grande éclipse, celle qui a lieu quand Jupiter est dans le nœud du satellite; enfin, c'est le demi-diamètre de l'ombre en temps (847); on cherchera le côté AD exprimé de même en secondes de temps, & l'on aura la demi-durée de l'éclipse.

858. Ainsi la durée des éclipses quand elle est la moindre de toutes, nous fait trouver l'inclinaison de l'orbite, & quand elle est la plus grande, elle nous apprend le lieu du nœud; mais un phénomène bien singulier, & qui a long-temps exercé les Astronomes, c'est un changement dans les inclinaisons du second & du troisieme satellite; la premiere change depuis 2° 48′ jusqu'à 3° 48′, & la période de cette inégalité est de 30 ans; le troisième satellite change depuis 3° 2′ jusqu'à 3° 26′; il paroît que la période est de 132 ans, & que l'angle étoit le plus grand en 1765. On n'avoit aucune idée de la cause de ces variations singulières, lorsque je fis voir en 1762 que les nœuds des satellites devoient avoir un mouvement tantôt direct & tantôt rétrogradé par rapport à l'orbite de Jupiter, en vertu de leurs attractions mutuelles, & qu'il en résultoit une variation dans leurs inclinaisons (*Mém. acad.* 1762, *pag.* 233); on a vu à l'occasion des planètes la manière dont le mouvement des nœuds produit ce changement d'inclinaison (527); mais cette découverte a mis le dernier degré de perfection à la théorie des satellites de Jupiter.

859. Celle du premier satellite est constamment de 3° 18′ 38″, & celle du quatrieme de 2° 36′ 0″. Le mouvement du nœud paroît nul pour le premier & le troisieme satellite, il est de 2′ 3″ par année pour le second satellite, & de 4′ 19″ pour le quatrieme, mais ce mouvement est sujet à des inégalités analogues à celles de l'inclinaison.

860. *Elémens qui servent à la théorie & au calcul des quatre Satellites de Jupiter.*

	I.	II.	III.	IV.
Révolution périodiq.	1j 18h 27′ 33″	3j 13h 13′ 42″	7j 3h 42′ 33″	16j 16h 32′ 8″
Révolution synodique.	1 18 28 36	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 2
Dist. en demi-diam.	5,965	9,494	15,141	26,630
Dist. en min. dans les moy. dist. de Jupiter.	1′ 51″	2′ 57″	4′ 42″	8′ 16″
Long. moy. jovic. 1700.	2s 12° 12′ 10″	2s 12° 28′ 11″	5s 12° 47′ 16″	7s 17° 5′ 44″

861. La parallaxe annuelle dont nous avons vu l'effet pour les planètes (441), a lieu également pour les satellites (833); & comme elle peut aller jusqu'à 12°, il en résulte des différences très-sensibles sur la situation apparente que nous observons de la terre, lorsqu'un satellite est au même point de son orbite; voilà pourquoi les satellites, lors même qu'ils sont en conjonction, & qu'ils sont éclipsés, nous paroissent quelquefois assez éloignés de Jupiter. Le temps où il importe le plus de connoître la situation apparente des satellites, est celui des immersions & des émersions; c'est pourquoi je vais parler séparément des effets de la parallaxe annuelle sur la situation des satellites au temps des éclipses; ils peuvent se représenter par une simple figure avec une précision suffisante pour l'usage des observateurs.

862. Soit I, le centre de Jupiter (*fig.* 112), environné des orbes de ses quatre satellites; I G la ligne des syzygies ou l'axe du cône d'ombre qui va du soleil à Jupiter, & ensuite au-delà du côté du point G de l'opposition; G E un arc de 11°, pris sur la circonférence de l'orbite du 4e satellite; cet arc étant égal à la plus grande parallaxe annuelle de Jupiter, dans ses moyennes distances, la ligne I E marquera la direction du rayon visuel de la terre quand Jupiter est dans sa quadrature, entre l'opposition & la conjonction, passant au méridien à 6h du soir; car alors nous voyons Jupiter 11d à l'occident de son vrai lieu héliocentrique, marqué par la ligne I G. Si par les points G, F, *g*, *f*, sur lesquels se trouvent les satellites en conjonction, on tire des parallèles à la ligne I E, telles que G D, F C, *g* B, *f* A, l'on aura les 4 points, A, B, C, D, où les satellites doivent paroître à côté de Jupiter, au moment de leur

conjonction héliocentrique ; c'est sur la droite de Jupiter, après l'opposition dans une lunette qui renverse, de même que dans la figure 112.

863. Dans les autres temps de l'année & lorsque la parallaxe annuelle sera moindre que 11°, on trouvera la position du rayon visuel I E, qui est la ligne des conjonctions géocentriques, en décrivant sur l'arc E G comme rayon, un demi-cercle, divisé en degrés, ou en heures ; on prendra 30° en partant du point E de 6 heures, l'on y marquera 4^h & 8^h, parce que Jupiter étant éloigné de 30° de sa quadrature, passe au méridien environ à 8^h du soir, où à 4^h du soir ; & l'on tirera vers ce point de 4^h la ligne telle que IE ; il est plus commode pour les astronomes d'avoir ce demi-cercle divisé en temps que de l'avoir en degrés, parce que le temps du passage au méridien se trouve calculé dans les éphémérides, & que les astronomes en font un usage continuel.

Lorsque Jupiter, après la conjonction passe au méridien le matin, c'est du côté droit ou dans la partie orientale qu'on doit tirer la ligne I E de la conjonction géocentrique ; & les satellites nous paroîtront à gauche ou à l'occident de Jupiter dans le temps de leurs conjonctions héliocentriques.

864. On trouvera par le moyen de cette figure la distance des satellites au moment de l'émersion, en prenant du côté de l'orient, c'est-à-dire, à droite des points A, B, C, D, une quantité égale au demi-diamètre de l'ombre, qui est à peu-près égal au demi-diamètre I H de Jupiter, & l'on aura la distance des satellites par rapport au bord de Jupiter, pour le temps de leurs émersions ; ou bien l'on examinera la distance I A d'un satellite au centre de Jupiter, pour le temps de la conjonction, & ce sera sa distance au bord occidental H, pour le temps de l'immersion, & au bord oriental X, pour le temps de l'émersion. Ces distances au bord X sont rapportées au-dessous de la figure, elles sont de $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $1\frac{1}{2}$, & $2\frac{1}{4}$ diamètres de Jupiter, dans les émersions qui arrivent au temps des quadratures de Jupiter, c'est-à-dire, quand il est à 90° du soleil, & qu'il passe au méridien à 6 heures du soir.

DES SATELLITES DE SATURNE.

865. M. Huygens, le 25 Mars 1655, observant Saturne avec des lunettes de 12 & de 23 pieds, apperçut le 4e satellite pour la première fois; c'est le plus gros de tous; & le seul qu'on puisse voir avec des lunettes ordinaires de 10 à 12 pieds; M. Cassini apperçut le cinquième sur la fin d'Octobre 1671, avec une lunette de 17 pieds; il vit ensuite le troisième avec des lunettes de 35 & 70 pieds, le 23 Décembre 1672, & il publia pour-lors un petit ouvrage à ce sujet. Au mois de Mars 1684, il observa les deux intérieurs, c'est-à-dire, le premier & le second, avec des lunettes de Campani de 34, 47, 100 & 136 pieds, avec celles de Borelli de 40 & de 70, & avec celles d'Artonquelli, qui étoient encore plus longues. (*Journal des Sav.* 15 Mars 1677 & 1686. *Phil. transf.* no. 133, 154, 181. *Mém. acad.* 1714).

866. L'on doutoit en Angleterre de l'existence des quatre satellites que M. Cassini avoit découverts; mais en 1718 M. Pound ayant fait élever au dessus du clocher de sa Paroisse l'excellent objectif de 123 pieds de foyer que M. Huygens avoit donné à la Société Royale de Londres, il les observa tous les cinq; & l'on vérifia les élémens de leur théorie, comme M. Cassini l'avoit fait à Paris en 1714. Dans le même temps M. Hadley, Vice-Président de la société Royale, ayant trouvé le moyen de faire d'excellens télescopes, à l'instigation de Newton, ce fut avec ces télescopes qu'on continua d'observer les satellites de Saturne. (*Philos. transf.* 1723).

867. Le premier & le second satellite ne se voyent qu'à peine avec des lunettes ordinaires de 40 pieds, le troisième est un peu plus gros, quelquefois on l'apperçoit pendant tout le cours de sa révolution; le 4e est le plus gros de tous, aussi fut-il découvert le premier. Le 5 surpasse les trois premiers quand il est vers sa digression occidentale, mais quelquefois il est très petit, & disparoît même entièrement. M. Wargentin m'a assuré les avoir vu tous avec une lunette acromatique de dix pieds.

868. On détermine les révolutions des satellites en comparant ensemble des observations faites lorsque Sa-

turne est à peu-près dans le même lieu de son orbe, & les satellites à même distance de la conjonction; on choisit aussi les temps où leurs ellipses sont les plus ouvertes, c'est-à-dire, où Saturne est à 90° de leurs nœuds, parce qu'alors la réduction est nulle, & le lieu du satellite sur son orbite est le même que son vrai lieu réduit à l'orbite de Saturne; c'est ainsi que M. Cassini a déterminé en 1714 leurs périodes vues de Saturne à l'égard de l'équinoxe, telles qu'on les voit dans la table ci-jointe. Il détermina aussi les époques de leurs longitudes, vues du centre de Saturne, & comptées le long des plans de leurs orbites;

Satell.	Révol. périod.			
I	1j	21h	18′	27″
II	2	17	44	22
III	4	12	25	12
IV	15	22	34	38
V	79	7	47	0

je les ai rapportées dans la table de l'article suivant, pour l'année 1760, afin qu'on puisse trouver aisément leur position en tout autre temps, comme on les trouveroit par les tables détaillées, qui sont dans les Mémoires de l'académie de 1716, ou dans le livre des tables de M. Cassini. Si l'on veut avoir ces positions avec exactitude, il faut les réduire au plan de l'orbite de Saturne, comme nous avons réduit les planètes au plan de l'écliptique (431). L'argument de latitude se trouve en retranchant de la longitude du satellite vue de Saturne celle du nœud, qu'on verra ci-après (873), c'est-à-dire, $5^s\ 4°$ pour le 5e, & $5^s\ 22°$ pour les quatre autres; quand on connoît aussi l'inclinaison de l'orbite on resout un triangle pour trouver la latitude du satellite vue de Saturne; c'est aussi l'angle que fait l'orbite avec notre rayon visuel, & par conséquent la valeur du petit axe de l'ellipse que le satellite paroît décrire, le grand axe ou le diamètre de l'orbite étant pris pour unité.

869. On a employé plusieurs méthodes pour déterminer les distances des satellites au centre de Saturne: il est fort difficile de les voir avec Saturne dans le même champ de la lunette, pour mesurer leurs plus grandes digressions; d'ailleurs cette méthode ne peut guères servir que pour les deux premiers satellites. L'on emploie pour les autres l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage de Saturne & celui du satellite par un fil horaire placé au foyer d'un télescope. M. Cassini ob-

ſerva que la règle de Képler (469) ſe vérifioit très-bien dans les cinq ſatellites, (*Mém. acad.* 1716). M. Pound s'en ſervit pour trouver, par la diſtance du 4e, celles des autres ſatellites; il détermina, au moyen de l'objectif de 123 pieds, le plus exactement & le plus ſouvent qu'il fût poſſible, la diſtance du 4e au centre de Saturne dans ſes plus grandes digreſſions, qu'il trouva de 8,7 demi-diamètres de l'anneau (971), & connoiſſant d'ailleurs la durée de leurs révolutions, il en conclut par la règle de Képler les diſtances des 4 autres, comme je vais les rapporter en demi-diamètres de l'anneau, & en demi-diamètres de Saturne, ceux-ci étant entre eux comme 7 eſt à 3.

TABLE *des longitudes & des diſtances des Satellites de Saturne.*

SATELLITES.	Longit. en 1760, ſuiv. M. Caſſini.			Mouvement diurne.				Diſt. en demi-d. de l'Anneau ſuivant M. Bradley.	Diſt. en min. & ſec. déduites de celle du quatrième.	
I.	11s	5°	41'	6s	10°	41'	51''	2,097	0'	43'' ½
II.	9	10	18	4	11	32	5	2,686	0	56
III.	4	25	57	2	19	41	25	3,752	1	18
IV.	0	0	43	0	22	34	37	8,698	3	0
V.	7	20	36	0	4	32	18	25,348	8	42 ½

870. Les diſtances en demi-diamètres de l'anneau étant multipliées par 33364 ½, donneroient les diſtances en lieues, mais il faudra rejetter trois chiffres du produit, à cauſe des trois décimales qui ſont jointes dans la table précédente au nombre des demi-diamètres.

Le 9 Juin 1719, à 1h, M. Pound avec la lunette de 123 pieds, & un excellent micromètre, trouva que le 4e ſatellite, parvenu à peu près à ſa plus grande digreſſion orientale, étoit à 3' 7'' du centre de Saturne; ainſi la diſtance du ſatellite à Saturne étoit à la diſtance moyenne du ſoleil à la terre, comme 825 eſt à 100000; d'où il feroit aiſé de conclure les quatre autres diſtances, en parties de celle du ſoleil.

871. En comparant les satellites avec l'anneau de Saturne en divers points de leurs orbites, & en examinant l'ouverture de ces ellipses; on a vu que les quatre premiers paroissoient à l'œil décrire des ellipses semblables à l'anneau, & situées dans le même plan, c'est-à-dire, inclinées d'environ 31° ½ à l'écliptique ou 30° sur l'orbite de Saturne. En effet le petit axe des ellipses que décrivent ces satellites, lorsqu'elles paroissent les plus ouvertes, est à peu-près la moitié du grand axe, de même que le petit diamètre de l'anneau est alors la moitié de celui qui passe par les anses; ces satellites dans leurs plus grandes digressions sont toujours sur la ligne des anses; tout cela prouve qu'ils se meuvent dans le plan de l'anneau. Or, M. Maraldi trouva, en 1715, que le plan de l'anneau de Saturne coupoit le plan de l'orbite de Saturne sous 30° d'inclinaison (972). Ainsi l'angle des orbites des 4 premiers satellites avec l'orbite de Saturne est de 30°.

872. A l'égard du cinquième satellite, M. Cassini le fils, reconnut en 1714, que son orbite n'étoit inclinée, soit sur l'orbite de Saturne, soit sur le plan de l'anneau que de 15° ½ (*Mém. Acad.* 1714), & il vit ce satellite décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, pendant que les autres s'en écartoient sensiblement au-dessus & au-dessous; ainsi l'orbite du 5e satellite étoit inclinée de 15 à 16° sur l'écliptique, & autant sur le plan de l'anneau & sur celui des orbites des 4 satellites intérieurs, mais dans un autre sens.

873. M. Maraldi détermina en 1716, la longitude du point d'intersection de l'anneau sur l'orbite de Saturne 5s 19° 48′ ½, & sur l'écliptique 5s 16° ⅓. Telle est la longitude du nœud des 4 premiers satellites. On a cru reconnoître en 1744, que les nœuds de l'anneau avoient eu un moment rétrograde; il est difficile d'en juger sur un petit intervalle de temps, cependant il est naturel de croire que les attractions des satellites sur cet anneau y produisent un semblable effet, puisque la lune le produit sur le sphéroïde terrestre (1064); on s'en assurera mieux cette année 1773, Saturne se trouvant dans le nœud de l'anneau, & des satellites, ensorte que leurs orbites paroîtront des lignes droites, leurs plans passant par notre œil.

Le nœud du 5e satellite fut trouvé en 1714 par M. Cassini à 5s 4° sur l'écliptique, c'est-à-dire, moins avancé de 17° que le nœud des 4 autres satellites sur l'orbite de Saturne qu'il supposoit à 5s 21° sur l'écliptique, (*Mém. acad.* 1714, *pag.* 374) M. Cassini le détermina ainsi en observant le lieu de Saturne le 6 & le 7 Mai 1714; le 5e satellite paroissoit alors se mouvoir en ligne droite, & nous étions par conséquent dans son plan & dans le nœud de son anneau. On croit aussi qu'il y a un mouvement dans ce nœud du cinquieme satellite.

874. Le Satellite de Venus, que M. Cassini avoit cru appercevoir, a été soupçonné par M. Short, & par d'autres Astronomes (*Hist. de l'acad. pour* 1741, *Philos. trans. no.* 459, Encyclopédie, *tom. XVII. pag.* 837); mais les tentatives inutiles que j'ai faites pour l'appercevoir, de même que plusieurs autres astronomes, me persuadent que c'est une illusion optique formée par les verres des télescopes & des lunettes; c'est ce que pensent le Pere Hell à la fin de ses Ephémérides pour 1766, & le P. Boscovich dans sa cinquieme dissertation d'optique: M. Short à qui j'en parlai à Londres en 1763, me parut lui-même ne pas croire l'existence d'un satellite de Vénus.

875. On peut se former une idée de ce phénomène d'optique, en considérant l'image secondaire qui paroît par une double réflexion, lorsqu'on regarde au travers d'une seule lentille de verre un objet lumineux placé sur un fond obscur, & qui ait un fort petit diamètre; pour voir alors une image secondaire semblable à l'objet principal, mais plus petite, il suffit de placer la lentille de manière que l'objet tombe hors de l'axe du verre; cette image secondaire, qu'on a prise pour un satellite de Vénus, paroît du même côté que l'objet, ou du côté opposé, & elle est droite ou renversée, suivant les diverses situations de la lentille, de l'œil & de l'objet. Si l'on joint deux lentilles, on aura plusieurs doubles réflexions de la même espèce, du moins dans certaines positions; mais elles sont insensibles la plupart du temps, parce que leur lumière est éparse, & que leur foyer est trop près de l'œil, ou qu'elles tombent hors du champ de la lunette; mais il y a bien des cas où ces rayons se réunissent & forment une fausse image qu'on a pu prendre pour un satellite de Vénus.

LIVRE X.

DES COMETES.

Les Comètes (a) sont des corps célestes qui pa[illegible] [illegible] avec différens mouvemens, & [illegible] accompagnés d'une lumière épar[illegible] [illegible] diffère beaucoup de celui [illegible] est rapporté au soleil, [illegible] loix, car on verra que les [illegible] du soleil dans des ellipses fort [illegible] suivant les règles expliquées dans le [illegible]

[illegible] C'est le mouvement des comètes qui les distingue [illegible] car dans celles-ci l'on n'a jamais [illegible] propre (287); d'ailleurs la lu[illegible] est toujours foible & douce, c'est une [illegible] qu'elles réfléchissent vers nous, aussi[illegible] [illegible] cela est prouvé spécialement par [illegible] de 1744, dont la par[illegible] [illegible] (*Mém. acad.* 1744, [illegible] pas toujours, [illegible] où la plupart des comè[illegible] [illegible] la lumière, ensorte qu'elles [illegible] d'une forme à peu-près ronde. [illegible] les comètes par ces traînées [illegible] entourées & suivies, [illegible] la *queue* de la [illegible] des comètes sans [illegible] comètes de 1585, [illegible] étoit ronde, elle [illegible] sa circonfé[illegible] [illegible] noyau, comme si [illegible] quelques fibres lu[illegible] [illegible] claire, suivant [illegible] chevelure; en[illegible] [illegible] M. Cassini, étoit [illegible] (*Mém. acad.* 1699);

[illegible] parce que les [illegible]



ainsi l'on ne doit pas regarder les queues des comètes, comme leur caractère distinctif.

877. RICCIOLI dans son énumération des comètes n'en compte que 154 citées par les Historiens, jusqu'à l'année 1651, où il composoit son Almageste, & la dernière étoit celle de 1618. Mais dans le grand ouvrage de *Lubienietz*, où les moindres passages des auteurs sont scrupuleusement rapportés toutes les fois qu'ils ont le moindre rapport aux comètes, on en voit 415 jusqu'à celle de l'année 1665, qui parut depuis le 6 jusqu'au 20 Avril, entre Pégase & les cornes du Bélier. Depuis ce temps-là on en a observé 39, en comptant celle qui a paru au mois de Février 1772.

878. Mais de toutes ces apparitions de comètes, nous n'en trouvons aucune dont la route soit décrite d'une façon circonstanciée, avant l'année 837, & le nombre de celles, dont on a pu avoir assez de circonstances pour calculer leur orbite, se réduit jusqu'ici à 61, en ne comptant que pour une seule comète celles de 1456, de 1531, 1607, 1682 & 1759, qui sont bien reconnues pour n'être qu'une seule & même planète (9:2); j'ai réuni de même celles de 1532 & de 1661, & celles de 1264 & de 1556, dont nous parlerons, art. 914.

879. Au reste, nous devons être persuadés qu'il a paru de tous les temps beaucoup de comètes dont nos Historiens ne parlent point, & qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été apperçues; les Anciens même le savoient, car Posidonius avoit écrit, suivant Sénèque (*Quæst. nat. l. VII, c.* 20), qu'à la faveur de l'obscurité produite par une éclipse de soleil on avoit vu une comète très-proche du soleil, c'étoit vers l'an 60 avant J. C.; ce qui donne lieu de croire que dans de pareilles circonstances on en verroit souvent. Depuis l'année 1757 qu'on a attendu & cherché la comète de 1682, & que l'attention des observateurs s'est tournée de ce côté-là, on a observé sept autres comètes, dans l'espace de 7 ans; M. Messier s'est occupé sur-tout à les chercher & souvent il les a vues le premier; il y a lieu de croire que quand on prendra la peine de les chercher dans le ciel, on en trouvera un grand nombre.

Alstedius observe que dans les années qui précédèrent & qui suivirent 1101, date de la 223e comète, on en

vit presque toutes les années (*Lubieniecii theat. cometicum*).

Il est même arrivé plus d'une fois que l'on a vu en même temps plusieurs comètes. Riccioli en rapporte plusieurs exemples. Le 11 Février 1760, on en voyoit deux (*Mém. acad.* 1760, *pag.* 168).

880. Les comètes dont l'apparition a été la plus longue, sont celles qui ont paru pendant 6 mois; la première du temps de Néron, l'an 64 de J. C. (Sen. *l.* 7, *c.* 21); la seconde vers l'an 603, au temps de Mahomet; la troisième en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours la comète de 1729 a été observée pendant six mois, depuis le 31 Juillet 1729 jusqu'au 21 Janvier 1730; celle de 1769, pendant près de 4 mois. *Riccioli* nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres comètes, suivant différens Historiens; on y voit 4 comètes de 4 mois, savoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

881. Toutes les comètes paroissent tourner comme les autres astres par l'effet du mouvement diurne (art. 2); mais elles ont encore un mouvement propre, aussi bien que les planètes, par lequel elles répondent successivement à différentes étoiles fixes. Ce mouvement propre se fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planètes, tantôt vers l'occident, quelquefois le long de l'écliptique ou du zodiaque, quelquefois dans un sens tout différent & perpendiculairement à l'écliptique.

La comète de 1472 fit en un jour 120 degrés, ayant rétrogradé depuis l'extrémité du signe de la Vierge, jusqu'au commencement du signe des Gémeaux, suivant l'observation de Regiomontanus. La comète de 1760 entre le 7 & le 8 de Janvier, changea de 41° ½ en longitude; on pourroit citer d'autres exemples d'une très-grande vîtesse observée dans le mouvement apparent des comètes: on verra ci-après (920), qu'elle pourroit aller bien plus loin, si une comète passoit plus près de la terre.

882. Quelquefois les comètes paroissent si peu de temps que dans la durée de leur apparition leur situation ne change pas beaucoup; mais il y a des comètes dont le mouvement est fort étendu, celle de 1664 parcourut 164 degrés par un mouvement rétrograde en apparence, du 20 Décembre jusqu'au 6 Janvier 1665, & en 17 jours,

elle parcourut 113° ; celle de 1769 parcourut 8 signes ou 240°, tant avant qu'après sa conjonction ; celle de 1556 un demi-cercle environ, ou 180° ; celle de 1472 fit environ 170° ; celle de 1618 ne parcourut que 107° ½, mais ce fut dans l'espace de 28 jours (*Riccioli, alm. II*, 28).

883. Les Anciens n'ont parlé communément de la grandeur des comètes qu'en faisant attention au spectacle de leur queue, ou de leur chevelure, nous en parlerons plus bas (923) ; cependant il y a des comètes dont le diamètre apparent semble avoir été très-considérable, indépendamment de la queue. Après la mort de Démétrius, roi de Syrie (146 avant Jésus-Christ), il parut une comète aussi grosse que le soleil (*Sen. VII*, 15.). Celle qui parut à la naissance de Mithridate, répandoit, suivant Justin, plus de lumière que le soleil.

La comète de 1006 (rapportée par erreur à l'an 1200 dans quelques livres), étoit quatre fois plus grosse que Vénus, & jettoit autant de lumière que le quart de la lune pourroit faire ; cette comète paroît être la même que celles de 1682 & 1759 (art. 911).

Cardan dit la même chose de celles de 1521 & 1556. Nous n'avons rien de bien déterminé sur la grandeur apparente des comètes avant celle de 1577 ; son diamètre apparent, suivant Tycho, étoit de 7′, c'est-à-dire, selon lui, le double du diamètre de Vénus.

Différentes opinions sur les Comètes.

884. Après avoir parlé des principales circonstances qui ont rendu les comètes remarquables, je vais parler des différens systèmes auxquels elles ont donné lieu. Il y a eu de tout temps des Philosophes persuadés que les comètes étoient des planètes, dont le mouvement devoit être perpétuel & les révolutions constantes ; on a attribué peut-être mal à propos, ce sentiment aux anciens Caldéens ; mais ce fut réellement celui des Pythagoriciens & de plusieurs autres, tels que, Apollonius le Myndien, Hippocrates de Chio, Æschyle, Diogènes, Phavorinus, Artemidore & Démocrite, qui au jugement de Cicéron (*Tusc. l.* 5.) & de Sénèque (*Quæst. nat. lib.* 7), fut le plus subtil de tous les anciens Philosophes. On peut voir au sujet des systèmes anciens, Pline, *l. II. c.* 25.

Arift. *Meteor. I.* 6. Plutarque *de Plac. Phil.* 3. 2. Aulu-Gelle 14. 1. Sen. *l. VII. c.* 13. Riccioli, *Alm. II.* 35, & ce que j'ai dit moi-même dans les *Mém. de* 1759, *pag.* 1 & fuiv. Mais on doit, fur-tout à Sénèque, ce témoignage, qu'aucun auteur n'a parlé des comètes d'une manière auffi fublime que lui dans le VIIe. livre de fes queftions naturelles. Un aftronome auroit peine à s'exprimer aujourd'hui d'une manière plus philofophique.

885. Malgré des idées auffi lumineufes, on a vu des hommes célèbres regarder les comètes, comme des corps nouvellement formés & d'une exiftence paffagère. Tels furent Ariftote, Ptolomée, Tycho, Bacon, Galilée, Hévélius, Longomontanus, Képler, Riccioli, M. de la Hire (*Mém. acad.* 1702, *pag.* 112). Plufieurs d'entr'eux les regardent comme des corps fublunaires, ou des météores de l'atmofphère; M. Caffini lui-même avoit cru que les comètes étoient formées par les exhalaifons des autres aftres. (*Abrégé des obfervations fur la Comète de* 1680. *p.* XXXI).

Ce fut fur-tout le fentiment qui domina dans les écoles, pendant les fiècles d'ignorance; auffi les Aftronomes s'occupèrent très-peu à determiner leurs mouvemens. Tycho-Brahé fut le premier qui ayant obfervé longtemps, & avec foin, la comète de 1577, parce qu'on obfervoit tout dans fon château d'Uranibourg, compofa un ouvrage confidérable à cette occafion; il trouva qu'on pouvoit affez bien repréfenter fes apparences, en fuppofant qu'elle avoit décrit autour du foleil une portion de cercle qui renfermoit les orbites de Mercure & de Vénus.

Tycho faifant voir dans cet ouvrage que les comètes étoient des corps fort élevés au-deffus de la moyenne région, renverfoit le fyftême ancien des cieux folides; comme Newton fe fervit enfuite des comètes pour détruire le plan de Defcartes & l'hypothèfe des tourbillons.

Képler ayant trouvé que les obfervations de la comète de 1618, s'accordoient mieux avec une ligne droite qu'avec un cercle, crut que les comètes avoient un mouvement purement rectiligne. M. Caffini crut que ce mouvement fe faifoit autour de la terre; mais Hévélius, dans fa cométographie, imprimée en 1668, fit voir

que la route des comètes approchoit plus d'une parabole décrite autour du soleil.

886. Ce fut la découverte de l'attraction qui ouvrit, pour ainsi dire, aux Philosophes, un nouveau ciel; Newton, en voyant les autres planètes soumises à la force centrale du soleil, pensa que les comètes devoient être du nombre des planètes, & suivre les mêmes loix dans leur mouvement autour du soleil: il falloit pour cela que leurs orbites fussent fort excentriques, c'est-à-dire, très-alongées, afin d'expliquer une très-longue disparition.

Pour voir si cela s'accorderoit avec les observations, Newton examina l'orbite de la comète de 1680; il trouva qu'une portion d'ellipse très-alongée, ou ce qui revient au même, une portion de parabole, convenoit parfaitement avec toutes les observations, pourvu qu'on supposât les aires proportionnelles aux temps, comme dans les mouvemens planétaires (472); dès-lors il ne douta plus que les comètes ne fussent des planètes aussi périodiques & aussi anciennes que les autres.

M. Halley appliqua ces principes à différentes comètes (908), en choisissant celles qui avoient été les mieux observées; peu-à-peu il étendit ses calculs à 24 comètes, & en 1705 il publia les élémens de ces 24 paraboles dans sa cométographie, que j'ai publiée de nouveau en François, dans une nouvelle édition des tables de Halley, en 1759.

887. Depuis ce temps-là le nombre des comètes observées & calculées s'est augmenté jusqu'à 61 (908); plusieurs de ces comètes ont été observées pendant des mois entiers, sur une très-grande portion de la circonférence du ciel, avec des inégalités apparentes extrêmement considérables, & cependant quand on les réduit à une parabole décrite autour du soleil, on trouve entre les observations un accord si parfait, qu'il n'y a aucune autre hypothèse, ni aucune autre loi qui pût approcher de cette exactitude; ainsi nous allons expliquer le mouvement des comètes, dans une orbite parabolique dont les dimensions sont données; & nous chercherons ensuite la maniere de trouver ces dimensions, ou l'orbite d'une comète qui paroît pour la première fois.

Du mouvement parabolique des Comètes.

888. LE calcul parabolique dont nous allons nous servir, à l'exemple de Newton & de Halley, n'eſt qu'une approximation; on l'adopte à cauſe de la facilité des calculs, & du peu de différence qu'il y a entre une parabole & une ellipſe fort alongée. L'avantage conſiſte en ce que toutes les paraboles ſont des courbes ſemblables; elles donnent une même proportion entre les rayons vecteurs ſemblablement placés, & il ſuffit de connoître les diſtances périhélies de différentes comètes pour les calculer toutes par une ſeule & même table (899). On verra ci-après la conſtruction de cette table générale, où l'anomalie vraie eſt donnée pour chaque jour, & qui ſert pour toutes les comètes, au lieu que les ellipſes exigent chacune une table particulière.

889. La table générale ſuppoſe une comète dont l'orbite ſoit la parabole PCOD (*fig.* 110), le ſoleil S occupe le foyer, P eſt le périhélie de la comète ou le ſommet de la parabole, SP eſt la diſtance périhélie, que l'on ſuppoſe égale à la diſtance moyenne de la terre au ſoleil, qu'on prend toujours pour échelle de toutes les diſtances céleſtes.

Cette comète, dont la diſtance périhélie SP eſt égale à la diſtance moyenne du ſoleil à la terre, emploie 109 jours à aller de P en O, ou du périhélie juſques à l'extrémité de l'ordonnée SO perpendiculaire à SP (894). Je l'appellerai, pour abréger, comète de 109 jours, & je ferai voir comment on peut y rapporter toutes les autres comètes, en changeant ſeulement les temps: je ſuppoſe la nature & les propriétés générales de la parabole qui ſont dans les livres de ſections coniques, & celles qui ſe trouvent auſſi démontrées dans ma *théorie des comètes* (*Tables aſtr. de* Halley, 1759, *pag.* 70 & ſuiv.).

890. La première choſe que nous avons à faire pour calculer le mouvement des comètes, conſiſte à déterminer la vîteſſe qui doit avoir lieu dans des paraboles de différentes grandeurs; car une comète dont la parabole eſt plus grande emploie plus de temps à parcourir un angle de 90°, tel que l'angle PSO, c'eſt-à-dire, à aller de P en O, tout ainſi que Saturne emploie 30 fois plus de temps à décrire un degré de

de son orbite que la terre n'en emploie à décrire un degré de la sienne; voici un théorême fondamental que je démontre d'une manière très-simple.

891. LE RAPPORT *des vitesses dans la parabole & dans le cercle est celui de* $\sqrt{2}$ *à* 1.

DÉM. Supposons une comète en P; qui décrive la parabole PO à la distance SP du soleil; & la terre en T décrivant un cercle TLM, dont le rayon ST soit égal à SP: la force centrale, ou l'attraction du soleil pour retenir la comète, & la terre, chacune dans son orbite, est égale, puisque la distance est la même, & que le soleil ne peut pas avoir plus de force sur la comète que sur la terre à la même distance. Je suppose un petit arc PC de la parabole, & un petit arc TL de l'orbite de la terre, tels que l'abscisse PB de la parabole & de l'abscisse TI du cercle soient égales, ou que l'écart de la tangente par rapport à la courbe soit le même dans la parabole & dans le cercle, ces abscisses ou les écarts de ces tangentes expriment la force centrale du soleil, puisqu'elles sont la quantité dont la planète obéit à l'action du soleil en se détournant de la ligne droite (1005); elles sont donc égales dans les mêmes temps, quand la force est la même; donc si les abscisses sont égales, les arcs PC & TL sont décrits en temps égaux, & expriment les vitesses de la comète & de la terre. Je vais partir de cette supposition que les deux inflexions sont égales pour trouver les arcs eux-mêmes.

Les arcs ne peuvent pas être égaux, puisque deux arcs égaux pris sur des courbes très-différentes ne sauroient avoir des inflexions égales; & que quand les inflexions sont égales les arcs ne sont pas égaux; j'en conclurai le rapport des arcs, ce sera celui des vitesses, puisque le temps est le même de part & d'autre. Par la propriété du cercle l'on a $TI = \frac{IL^2}{2ST}$ (988); mais par la propriété de la parabole on a le carré de l'ordonnée BC égal au produit de l'abscisse PB par le paramètre, qui est quadruple de SP; donc $PB = \frac{BC^2}{4SP} = \frac{BC^2}{4ST}$; or $PB = TI$ par l'hypothèse, donc $\frac{IL^2}{2ST} = \frac{BC^2}{4ST}$: ou $2IL^2 = BC^2$; donc $IL\sqrt{2} = BC$, ce qui donne cette proportion; $BC : IL :: \sqrt{2} : 1$; or IL est égal à l'arc TL, ou du moins il n'en diffère que d'une quantité infiniment plus petite; ainsi IL est la vitesse de la terre; de même BC est la vitesse de la comète; donc la vitesse de la comète est à celle de la terre à même distance du soleil, comme la racine de 2 est à 1.

892. De-là il suit que la vîtesse de la comète en P sur la parabole $P O$, sera les $\frac{7}{5}$ de la vîtesse de la terre; car $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ environ; donc l'aire décrite en une seconde de temps par la comète, sera $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre; mais les aires sont toujours égales en temps égaux; (472) ainsi à quelque distance que la comète parvienne par rapport au soleil dans sa parabole $P O$, l'aire décrite en une seconde de temps, sera toujours $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre, & l'aire décrite par la terre sera égale à l'aire de la comète divisée par $\frac{7}{5}$ ou $\sqrt{2}$. Je vais me servir de cette proposition pour démontrer que la comète doit employer 109 jours à aller de P en O, ou à parcourir 90° d'anomalie.

893. Soit la distance périhélie SP ou $ST = 1$, la circonférence du cercle TM, ou le nombre $6,283 = c$, l'aire de ce cercle sera $\frac{c}{2}$, l'aire parabolique PSO, qui est les deux tiers du produit de SP par SO, sera $\frac{4}{3}$; cette aire de la comète, divisée par $\sqrt{2}$, donnera $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ pour l'aire que la terre décrit (892), dans le même temps que la comète va de P en O; mais si l'on appelle A la longueur ou la durée de l'année, on aura cette proportion : l'aire totale $\frac{c}{2}$ de l'orbite terrestre est au temps A, comme l'aire $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ est au temps qui lui répond, & qui sera $\frac{8A}{3c\sqrt{2}}$; c'est la valeur du temps que la comète emploie à décrire l'arc parabolique $P O$ ou les 90° d'anomalie vraie.

894. La durée de l'année sydérale est 365j 6h 9′ 10″, ou 11″ (321), c'est-à-dire, 365j 256379; si de son logarithme on ôte celui de $\sqrt{2}$, avec celui de trois fois la circonférence; & qu'on y ajoute le logarithme de 8, on aura celui de 109j 6154, ou 109j 14h 46′ 20″ pour le temps qui répond à $P O$.

Il ne suffit pas d'avoir trouvé le temps employé à décrire ces 90° d'anomalie, il faut, pour calculer le lieu d'une comète en tout temps, connoître le nombre de jours qui répond à chaque portion de la parabole, comme $P D$, ou à chaque angle d'anomalie vraie compté depuis le périhélie, en supposant toujours les aires proportionnelles au temps, c'est la matière du problème suivant.



895. *CONNOISSANT l'anomalie vraie dans une parabole, trouver le temps écoulé depuis le périhélie.* Je suppose que la parabole $PCOD$ est donnée, c'est-à-dire, qu'on connoît sa distance périhélie SP, & le temps employé à parcourir l'arc PO; on demande le temps employé à parcourir un autre arc PD, ou un autre angle PSD d'anomalie vraie : on tirera la ligne DP, & ayant pris SE & SR égales au rayon vecteur DS; l'on tirera DR & DE, dont l'une sera la normale; & l'autre la tangente de la parabole.

896. Si nous prenons pour l'unité la sous-normale RQ, c'est-à-dire, la moitié du paramètre, nous aurons le paramètre égal à 2, & $PQ = \frac{DQ^2}{2}$; le segment parabolique $DOPQ$ qui est les deux tiers du produit des co-ordonnées, ou $\frac{2}{3} DQ.\ PQ$ sera $\frac{1}{3} DQ^3$; le triangle DPQ est égal à $\frac{1}{2}\ DQ.\ PQ = \frac{1}{4} DQ^3$, donc en le retranchant du segment $DOPQ$, il restera le segment $DOPQ = \frac{1}{12}\ DQ^3$; on y ajoutera la surface du triangle $PDS = \frac{PS.\ DQ}{2} = \frac{DQ}{4}$; & l'on aura $\frac{1}{12}\ DQ^3 + \frac{1}{4} DQ$ pour l'aire $PSDOP$.

897. La ligne RQ étant prise pour l'unité, DQ est la tangente de l'angle $DRQ = \frac{1}{2} DSE$, c'est-à-dire, la tangente de la moitié de l'anomalie vraie. Si nous appellons cette tangente t, nous aurons l'aire parabolique $PSDOP$, égale à $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$; l'aire de 90° PSO sera alors $= \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$. Mais il faut prendre l'aire PSO pour unité, & pour-lors l'aire $PSDOP$ devient $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$, car $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$ est à $\frac{1}{3}$, comme $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$ est à 1; ainsi l'aire de 90° étant connue, & la tangente d'une demi-anomalie vraie étant t, l'on multipliera l'aire de 90° par $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$, & l'on aura l'aire décrite par la comète depuis son passage par le périhélie; mais les aires sont proportionnelles aux temps; *ainsi l'on aura de même le temps qui répond à* PD, *en multipliant les* 109 *jours, ou en général le temps de* 90° *par le quart de* $t^3 + 3t$.

898. EXEMPLE. La comète qui emploie 109 jours à parcourir 90° d'anomalie, ayant 47° d'anomalie vraie; l'on demande combien de jours il s'est écoulé depuis le périhélie. La tangengente t de 23° ½ est 0,4348124, donc $t^3 = 0,0829$, & le quart de $t^3 + 3t = 0,3467$; il faut donc multiplier par 0,3467 les

109 jours, ou le temps pour 90° (894), l'on trouvera 38 jours ; ainsi la comète de 109 jours se trouvera à 47° de son périhélie au bout de 38 jours.

On trouveroit de même pour chaque degré d'anomalie vraie, les jours correspondans ; ordinairement on a quelques fractions décimales plus, parce qu'il est très-rare qu'à un degré précis d'anomalie on ait un nombre complet de jours ; mais avec des parties proportionnelles on trouve facilement les anomalies vraies qui répondent à chaque jour complet.

899. C'est ainsi qu'on a calculé une table générale des orbites paraboliques ; on y voit l'anomalie vraie qui répond à chaque jour de distance au périhélie pour la comète de 109 jours. On pourroit faire ce même calcul par une méthode directe, en résolvant l'équation $t^3 + 3t = a$ (a exprime le quadruple du temps par PO), pour trouver l'inconnue t ; mais il est plus facile de trouver le temps par le moyen de l'anomalie vraie, & il est superflu de chercher une autre méthode pour construire la table.

Cette table générale s'applique facilement à toutes les comètes ; en effet, si l'on considère différentes comètes dans d'autres paraboles, à un même degré d'anomalie vraie, les temps écoulés depuis le passage au périhélie, seront entre eux comme les temps employés à aller du périhélie jusqu'à 90°, par exemple, quand $\frac{1}{4}t^3 + \frac{3}{4}t$ sera égal à $\frac{1}{2}$, le temps sera la moitié du temps pour 90°, dans toutes les paraboles possibles ; de-là il suit que pour une comète quelconque, si je connois le temps des 90°, j'aurai (avec une simple regle de trois) le temps pour tout autre angle d'anomalie vraie, en me servant de la table calculée pour la comète de 109 jours. Il ne reste donc plus qu'à chercher le temps des 90° pour des paraboles plus ou moins grandes, ou le nombre de jours qu'exigera l'arc PO, quand la distance périhélie SP ne sera plus égale à la moyenne distance de la terre au soleil.

900. LES CARRÉS DES TEMPS qui répondent à une même anomalie vraie dans différentes paraboles, sont comme les cubes des distances périhélies. Cette loi analogue à celle du mouvement des planètes (469), est tout de même une suite nécessaire des forces centrales ;

…vons démontré que sur le rayon de l'or- …crit en 365 j, on avoit un quart de pa- … jours (894) ; ainsi le temps de la para- …iron $\frac{1}{10}$ de celui du cercle ; mais si l'on …érens cercles ou différentes planètes, à …nces du soleil, on aura différentes révoluti- … carrés des temps seront comme les cubes …s (464, 1022) ; donc les temps des para- … sont toujours les $\frac{1}{10}$ seront aussi dans la mê- …tion ; donc les temps qui répondent à PO, …ne les racines des cubes des distances péri-

…NE SEULE TABLE servira donc pour trouver … vraie dans toutes les paraboles, pourvu que …mente les temps en raison de la racine carrée …e de la distance périhélie ; en effet, pour un …degré d'anomalie vraie, les carrés des temps de …ntes paraboles doivent augmenter comme les cu- …s distances périhélies, ou les temps comme les …es carrées des cubes des distances périhélies ; ainsi …° d'anomalie vraie répondent 109 jours quand la di- …e périhélie est 10 (894), & 126 jours quand la …ce périhélie est 11, parce que la racine carrée du … de 11 est plus grande dans le même rapport ; il … donc augmenter aussi à proportion les autres nom- … de jours, quand on cherchera dans la table géné- …e, les anomalies pour la comète de 126 jours.

Dist. périhel. en dixiemes de celle du Soleil.	Nomb. par lesq. on multiplie les jours de la table.	Jours pour 90°.
1	0,935	3.5
2	0,089	9,8
3	0,164	18,0
4	0,253	27,7
5	0.353	38,8
7	0,465	50,9
8	0,585	64,2
9	0,715	78.4
10	0,854	93.6
11	1,000	109,6
16	1,152	126 3

J'ai mis dans la ta- …e ci-jointe, à côté …e chaque distance …rihélie, le nombre …r lequel il faut mul- …lier les jours de la …ble générale, pour …voir les jours qui …ns d'autres comè- … répondent à une …ême anomalie ; je …ppose la distance du …oleil à la terre divi- …ée en dix parties, & …ai calculé le nom… … des jours pour l'arc PO dans onze paraboles diffé-

[illegible] On voit aussi dans la figure 112 plusieurs paraboles [illegible], & l'on peut y appercevoir [illegible] chacune de ces comètes s'éloigne- [illegible] terre dont l'orbite est ABC.

[illegible] On voit par cette table que quand la distance [illegible], est $\frac{1}{16}$ de celle de la terre au soleil, il faut, au lieu des jours de la table générale, en prendre [illegible] qui ne soient que 0, 25 ou le quart; voilà pourquoi cette comète dont la distance est 4 n'emploie que 28 jours à parcourir les 90° d'anomalie, & nous pouvons l'appeller la comète de 28 jours, comme nous avons appellé comète de 109 jours (pour abréger) celle qui [illegible] environ 109 jours à aller du périhélie jusqu'à 90° d'anomalie.

Donc pour chaque degré d'anomalie, au logarithme des jours de la table, il faudra ajouter une fois & demie le logarithme de la distance périhélie d'une comète donnée, l'on aura le nombre de jours qui répond à cette comète donnée, pour le même degré d'anomalie; ou réciproquement l'anomalie pour un nombre de jours donné, à compter du périhélie.

[illegible] Le rayon vecteur *SD* de la comète ou sa distance au soleil est égal à la distance périhélie *SP*, divisée par le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie vraie, car en abaissant sur la tangente *RD* une perpendiculaire *SX* on aura le triangle *SRD* partagé en deux parties égales, l'angle *DRQ* est donc la moitié de l'anomalie vraie. Le triangle rectangle *RDE* donne cette proportion *RQ* : *RD* : : *RD* : *RE*, ou 2*PS* : [illegible] *RD* [illegible] 2*SD*, donc *PS* : *SD* : : RQ^2 : RD^2 : : (cos. [illegible]^2 : [illegible] ou comme le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie [illegible] est au carré du rayon. Ainsi quand pour un temps donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une comète dans [illegible], on a le rayon vecteur *SD* en divisant la distance [illegible] *SP* par le carré du cosinus de la moitié de [illegible] anomalie, & si l'on a un rayon vecteur avec l'anomalie [illegible], on peut également trouver la distance péri[illegible]

[illegible] on connoît deux rayons vecteurs d'une para[illegible] [illegible] compris, on peut trouver la distance péri[illegible] [illegible] anomalies qui répondent aux rayons vecteurs. [illegible] deux rayons vecteurs d'une parabole, dont 1 [illegible] le quart de la somme des deux ano[illegible] [illegible] quart de la différence de ces deux anoma[illegible] [illegible] cette proportion : $\sqrt{b} + \sqrt{c}$: $\sqrt{b} - \sqrt{c}$: : [illegible]

[illegible]

Dém. Le carré du cosinus de la moitié d'une anomalie vraie est au carré du rayon, comme 1 est au rayon vecteur (903); mais la plus grande des deux anomalies est $2a + 2x$, la plus petite $2a - 2x$; ainsi $\sqrt{b} : \sqrt{c} :: \text{cof.}\,(a-x) : \text{cof.}\,(a+x)$; or $\text{cof.}\,(a-x) = \text{cof.}\,a\,\text{cof.}\,x + \text{fin.}\,a\,\text{fin.}\,x$, & $\text{cof.}\,(a+x) = \text{cof.}\,a\,\text{cof.}\,x - \text{fin.}\,a\,\text{fin.}\,x$, comme on le démontre dans la trigonométrie; ainsi $\sqrt{b}.\,\text{cof.}\,a\,\text{cof.}\,x - \sqrt{c}.\,\text{cof.}\,a\,\text{cof.}\,x = \sqrt{b}\,\text{fin.}\,a\,\text{fin.}\,x + \sqrt{c}\,\text{fin.}\,a\,\text{fin.}\,x$: donc $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c} :: \text{cof.}\,a\,\text{cof.}\,x : \text{fin.}\,a\,\text{fin.}\,x :: \frac{\text{cof.}\,a}{\text{fin.}\,a} : \frac{\text{fin.}\,x}{\text{cof.}\,x} :: \text{cot.}\,a\,\text{tang.}\,x$, c'est-à-dire, que la somme des racines des rayons vecteurs est à leur différence, comme la cotangente de la demi somme des demi anomalies vraies est à la tangente de leur demi différence. Quand on a la somme & la différence, il est aisé d'avoir chacune des anomalies vraies, & par le temps qui leur répond, le temps du passage par le périhélie, en même temps que le lieu du périhélie.

905. Au moyen des théoremes précédens on peut trouver une parabole qui satisfasse à deux longitudes d'une comète observées de la terre; supposons que la terre soit en T à une distance TS du soleil, & qu'elle voïe la comète réduite à l'écliptique sur un rayon TD, ensorte que l'angle STD soit l'angle d'élongation ou la différence entre la longitude du soleil & celle de la comète. On ne connoît dans le triangle STD qu'un côté & un angle, on est obligé de faire une supposition ou une hypothèse sur la valeur du côté SD distance accourcie de la comète au soleil; d'après cette supposition, arbitraire si l'on veut, mais qui sera vérifiée ou démentie par la suite du calcul, on cherche l'angle au soleil en résolvant le triangle TSD, & l'on a la longitude héliocentrique de la comète, sa latitude héliocentrique (443), sa distance vraie (445), ou le rayon vecteur.

On fait la même chose pour une seconde observation; & l'on a deux longitudes héliocentriques, & par conséquent l'angle des deux rayons vecteurs, qui est nécessairement la somme ou la différence de deux anomalies vraies; on en conclura chacune des deux anomalies (904), & par conséquent le lieu du périhélie; la distance périhélie (903), & le temps qui répond à ces deux anomalies (902), dans l'hypothèse qu'on a faite sur la distance SD de la comète au soleil; mais si l'intervalle de temps trouvé par le moyen de ces deux

anomalies, n'eſt pas d'accord avec l'intervalle donné des deux obſervations, c'eſt une preuve qu'une des deux diſtances au ſoleil qui ont été ſuppoſées doit être changée ; on en conſervera une & l'on fera varier l'autre par diverſes ſuppoſitions, juſqu'à ce qu'à la fin du calcul on trouve un intervalle de temps égal à celui des deux obſervations ; alors on aura la parabole qui ſatisfait à toutes deux.

906. Mais il ne ſuffit pas d'avoir un parabole qui ſatisfaſſe à l'intervalle de deux obſervations ; il y en a une infinité ; car à chaque hypothèſe qu'on aura faite ſur la première diſtance SD de la comète au ſoleil, on trouvera par les diverſes ſuppoſitions de la ſeconde obſervation une parabole qui ſatisfera aux deux mêmes obſervations. La difficulté qui reſte eſt de ſe déterminer par une troiſième obſervation entre toutes ces paraboles qui repréſentent les deux premières, mais dont une ſeule s'accorde avec la troiſieme obſervation.

907. Quand on a trois obſervations d'une comète, on peut déterminer ſon orbite au moyen des théorêmes précédens ; car l'on eſt en état de trouver qu'elle eſt la parabole qui ſatisfait à trois obſervations, quand on en a qui ſatisfont à deux de ces obſervations. On choiſit d'abord deux longitudes & deux latitudes géocentriques obſervées, on cherche des paraboles qui puiſſent ſatisfaire à ces deux obſervations ; quand on a deux ou trois paraboles, c'eſt-à-dire, deux ou trois hypothèſes qui s'accordent également bien avec les deux obſervations, on calcule dans chacune de ces trois hypothèſes le lieu de la comète au temps de la troiſième obſervation ; en cherchant le lieu du périhelie (904), la diſtance périhélie (903), l'anomalie vraie (902), le rayon vecteur, la longitude héliocentrique, & enfin la longitude géocentrique (442), comme pour les planètes ; celle des différentes hypothèſes qui s'accorde le mieux avec la troiſième obſervation eſt la meilleure, & une ſimple proportion ſuffit quelquefois pour trouver une autre hypothèſe qui ſatisfaſſe exactement à toutes les trois obſervations. Cette méthode indirecte & de fauſſe poſition me paroît plus ſimple & plus commode, que les méthodes plus directes & plus élégantes, données par MM. Euler, Fontaine, &c. J'en ai don-

né les détails, préceptes & les exemples, dans le XIXe livre de mon ASTRONOMIE; je ne pouvois donner ici que l'esprit de la méthode.

908. C'est par des essais à peu-près semblables, mais bien plus longs, sans doute, que M. Halley détermina par les anciennes observations 24 paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. M. Bradley, M. Maraldi, M. de la Caille, M. Struick, M. Pingré & moi, en avons calculé plusieurs autres; ensorte que le nombre s'est accru jusqu'à 61, y compris celle de 1772. Mais je ne compte que pour une seule toutes les apparitions de celles dont les périodes sont connues.

909. Les élémens d'une comète sont les six articles qui déterminent la situation & la grandeur de l'orbite qu'elle décrit, & qui établissent sa théorie: le lieu du nœud vu du soleil, l'inclinaison, le lieu du périhélie, la distance périhélie, & le temps moyen du passage par le périhélie, qui tient lieu d'époque; enfin la direction de son mouvement qui peut être direct ou rétrograde.

Du retour des Comètes.

910. LORSQUE Newton eut reconnu que la comète de 1680 avoit décrit sensiblement une parabole pendant le temps de son apparition, avec des aires proportionnelles au temps (888), il fut persuadé que cette comète étoit une véritable planète, & que l'orbite qui paroissoit une parabole n'étoit réellement que la partie inférieure d'une ellipse très-grande & très-alongée (*Princip. math. pag.* 508, *édit de* 1687). Il savoit que ces ellipses très-excentriques ressemblent à très-peu-près à des paraboles, & en approchent d'autant plus que la distance périhélie est plus petite par rapport au grand axe de l'ellipse.

911. Ce fut Halley qui en 1705 eut la gloire de vérifier, par le calcul des anciennes observations, ce que Newton avoit présumé d'après les loix de sa physique; Halley démontra la ressemblance ou plutôt l'identité de la comète de 1607, & de celle de 1682, & il annonça son retour pour 1759; prédiction qui s'est vérifiée sous nos yeux. J'ai donné dans ma théorie des

comètes, à la suite de celle de Halley, l'histoire du retour de cette comète fameuse; on peut voir aussi ce que j'en ai dit dans les *Mémoires* de 1759. Il me suffira de retracer ici en peu de mots la marche des inventeurs.

912. Lorsque M. Halley eut calculé par observations (908) les paraboles de 24 comètes, il s'en trouva trois qui se ressembloient beaucoup, celles de 1531, de 1607 & de 1682; les trois paraboles étoient situées de même, les distances périhélies étoient égales, & les intervalles de temps étoient de 75 à 76 ans; il pensa dès-lors que ce pouvoit être la même comète; cependant la différence des inclinaisons & des périodes lui paroissoit un peu trop grande, & il n'osoit prononcer sur l'identité; mais lorsqu'après les recherches qu'il fit des anciennes comètes il en eut trouvé trois autres, dont il est parlé dans les historiens sous les années 1305, 1380, 1456, à des intervalles de temps toujours à peu-près égaux, il ne douta plus que le retour ne fût certain, & il rejetta sur les attractions mutuelles des corps célestes les différences qu'il trouvoit entre les diverses périodes de cette comète.

913. Tel fut donc le progrès de nos connoissances en ce genre: d'anciens philosophes regardèrent les comètes comme des corps célestes & périodiques (884). Newton en conclut qu'elles pouvoient décrire des ellipses très-excentriques, & reparoître à chaque révolution; Halley vérifia cette belle idée en calculant plusieurs comètes, parmi lesquelles il s'en trouva trois qui avoient décrit exactement la même orbite; ce qui annonçoit trois apparitions: & cela s'est trouvé pleinement confirmé quand cette comète a reparu en 1759 dans la même orbite & après le même espace de temps.

914. Il y a encore deux comètes dont la période paroît connue, & dont on espère le retour; celle de 1532 & de 1661, qu'on attend pour 1789 ou 1790; celle de 1264 & de 1556 pour 1848 (*Mémoires de l'acad.* 1760, pag. 102). La grande comète de 1680, suivant M. Halley, devroit reparoître l'an 2254; il croit que c'est celle qui parut du temps de César; & elle auroit paru dans les années 619 & 2349 avant J. C., ensorte qu'elle pourroit servir à ceux qui veulent expliquer physiquement le déluge, comme M. Whiston (*New theory of the earth*, *pag.* 186);

mais il faut convenir qu'il y a des doutes sur la période de cette comète de 1680, & j'ai reconnu qu'il y a huit autres comètes qui peuvent approcher bien davantage de la terre, & y causer de plus grandes révolutions (Voy. mes *Réflexions sur les comètes*, à Paris, chez Gibert, 1773).

915. Dans tous les corps qui tournent autour du soleil, les carrés des temps sont comme les cubes des distances; ainsi dès qu'on connoît la période d'une comète, par deux retours observés, on trouve par une simple proportion le grand axe de son orbite, & l'on calcule son lieu vrai de la même manière que celui des autres planètes (493, 441).

916. Si l'on avoit vu une comète assez long-temps, & qu'on l'eût observée avec une grande précision, on pourroit avoir une idée de la durée de sa révolution, ou déterminer son ellipse par des méthodes indirectes semblables à celles que j'ai employées dans la parabole; mais le calcul en seroit si long, & le résultat si peu susceptible de précision, que je ne pense pas devoir entrer dans ce détail. J'observerai seulement qu'en pareil cas la méthode la plus commode sera peut-être celle-ci. On déterminera d'abord dans l'hypothèse parabolique la distance périhélie, & le temps du passage au périhélie par des observations qui n'en soient pas fort éloignées, afin que cette distance périhélie convienne également & à l'ellipse & à la parabole, & soit indépendante de l'hypothèse; on calculera ensuite la différence entre la parabole & l'ellipse pour les observations les plus éloignées, dans différentes hypothèses de révolutions elliptiques; les différences calculées étant comparées avec l'erreur observée, c'est-à-dire, avec la différence qu'il y a entre l'observation & le résultat de l'hypothèse parabolique, on jugera laquelle des différentes ellipses supposées convient à ces observations éloignées.

917. J'ai reconnu par un calcul fait seulement à peu-près pour la comète de 1759, que si l'on eût déterminé le périhélie par trois observations, faites le 12 Mars, le 1 Avril & le 1 Mai, on auroit trouvé le 31 Mai 2' d'erreur pour 3 ans de différence sur la révolution; ce qui prouve qu'il n'est pas impossible de trouver la période d'une comète à trois années près, par une seule apparition de trois mois.

Diverses Remarques sur les Comètes.

[illegible] l'inégalité du mouvement [illegible] des ellipses fort excentriques, par le [illegible] assez simple, que M. Desaguliers [illegible] d'*Instrument cométaire*; il a été [illegible] M. Ferguson (*Astronomy explained*, 1764, [illegible] en deux poulies elliptiques, mobi-[illegible] de leur foyer, l'une conduit l'autre [illegible] corde qui les embrasse toutes deux [illegible] entre elles; les poulies se touchent conti-[illegible], d'où il résulte que si la première tourne uni-[illegible], la seconde tournera plus vîte quand son pé-[illegible] l'aphélie de la première, que quand son [illegible] le périhélie de la première. Si la se-[illegible] qui tourne inégalement, porte une alidade [illegible] de la boîte, & que cette alidade enfile un pe-[illegible] dans une coulisse elliptique, il repré-[illegible] la vitesse du périhélie & la lenteur [illegible] même proportionnelles aux [illegible]

[illegible] long-temps avant Tycho, que [illegible] des comètes observé pendant la [illegible], n'étoit pas uniforme; cepen-[illegible] frappé de ces inégalités [illegible] de la parallaxe annuelle & du [illegible]; mais Képler l'y reconnut très-[illegible] des comètes il dit qu'ayant sup-[illegible] de celle de 1618 dans une ligne droi-[illegible] uniforme, on reconnoissoit l'effet [illegible], soit sur la longitude, soit [illegible], & que le mouvement qui [illegible] qu'à raison de ce-[illegible] même son premier livre en di-[illegible] dans le ciel, autant [illegible] mouvement de la terre autour du [illegible] celui que l'on tire du mouve-[illegible]

[illegible], que M. Cassini observa [illegible] avoir fait plus de 15° vers [illegible] petit Cheval jusques sur la [illegible] courba subitement pour re-[illegible], ce qui montroit d'une manière frap-



pante l'effet de la parallaxe annuelle. Il pourroit arriver des cas où cet effet seroit bien plus grand : si une comète rétrograde, dont la distance à la terre seroit égale à la distance moyenne de la lune, se trouvoit périhélie & en opposition, elle auroit 140° de mouvement par heure ; on pourroit voir une comète aller depuis l'horizon jusqu'au zénir en moins de trois quarts d'heure, & employer ensuite plus de quatre heures à gagner l'horizon occidental, ou d'autres singularités de même espece.

Les inégalités dont je viens de parler, sont purement apparentes, mais je dois dire un mot d'une autre irrégularité qu'on a reconnue en 1759, & qui affecte le mouvement réel & intrinsèque de toutes les comètes dans leurs ellipses, c'est l'attraction des autres corps célestes ; celle de Jupiter & de Saturne est la plus remarquable ; mais il y a grande apparence que les attractions des autres planètes & des autres comètes peuvent y influer sensiblement. Cette attraction s'est manifestée de la manière la plus frappante dans le retour de la comète de 1682, observé en 1759. Sa période entre le passage par le périhélie du 26 Octobre 1607, & celui du 14 Septembre 1682, a été plus petite de 585 jours que la période suivante qui s'est terminée au 13 Mars 1759.

921. Lorsqu'on commençoit à parler en 1757 du retour de cette comète, prédite par M. Halley, on s'apperçut que l'inégalité de ses périodes précédentes nous laissoit près d'une année d'incertitude sur le temps de son apparition ; M. Halley avoit remarqué que cette comète en 1681 passant fort près de Jupiter en avoit dû être fortement attirée, & que cela pourroit retarder l'apparition suivante jusqu'au commencement de 1759. Mais cette considération étoit trop vague pour qu'on dût y compter, & M. Halley n'y comptoit pas lui-même ; je proposai à M. Clairaut d'y appliquer sa théorie de l'attraction, ou du problême des trois corps, en lui offrant tous les calculs astronomiques dont il avoit besoin ; je lui donnai les situation de la comète, & les forces que Jupiter & Saturne avoient exercées sur elle pendant l'espace de 150 ans, ou de deux révolutions, soit dans la direction des rayons vecteurs, soit perpendiculairement aux rayons, avec les ordonnées & les surfaces de toutes les courbes qui représentoient les intégrales des équations du problême. Par ce moyen M. Clairaut trouva

que la révolution de la comète devoit être de 611 jours plus grande que celle de 1607 à 1682, dont 100 jours pour l'action de Saturne, & 511 pour celle de Jupiter. Suivant ces premiers calculs la comète devoit passer dans son périhélie au milieu d'Avril; elle y passa le 13 Mars; & malgré l'immensité des calculs que nous fîmes à cette occasion, M. Clairaut & moi, les quantités négligées produisirent environ un mois d'erreur dans la prédiction. Voy. la *Théorie du mouvement des comètes*, par M. Clairaut, & les *Opuscules mathématiques* de M. d'Alembert, t. II.

922. Parmi les 60 comètes que nous connoissons, je trouve qu'il y en a plusieurs qui peuvent approcher assez de la terre pour y produire des effets sensibles; & parmi le grand nombre de celles que nous ne connoissons pas, il pourroit y en avoir qui fussent également capables d'y causer des révolutions prodigieuses. Une comète de la grosseur de la terre, qui seroit seulement à 13290 lieues de nous, auroit la force nécessaire pour produire une marée ou une élévation de 2000 toises dans les eaux de la mer; si elle y restoit assez long-temps elle pourroit submerger les quatre parties du monde, comme je l'ai fait voir plus en détail dans mes réflexions sur les comètes, imprimées en 1773; il est difficile qu'il n'arrive pas un jour quelque révolution de cette espece: mais il est impossible d'en fixer le temps. Nous ne connoissons pas probablement le quart des comètes, & parmi les 60 qu'on a observées, il y en a 7 ou 8 qui peuvent approcher de la terre, & même la choquer si la terre se rencontroit dans le nœud au moment qu'une des comètes y passera, ensorte que le nœud fût alors précisément sur la circonférence de l'orbite de la terre; mais ces trois circonstances sont si difficiles à réunir, que l'on a dû regarder comme une folie, la terreur générale qui s'étoit répandue au mois de Mai dernier à l'occasion de mon Mémoire.

La comète de 1680, n'étant éloignée du soleil dans son périhélie que de la 6e partie du diamètre solaire, il pourroit arriver par la résistance de l'atmosphère du soleil, & l'attraction des autres comètes dans son aphélie, qu'elle retombât dans le soleil; c'est ainsi, dit Newton, que la belle étoile de 1572 a pu paroître tout d'un

coup, étant ranimée & augmentée par une abondance de matière nouvelle.

923. Les anciens ont tiré le nom des comètes de cette lumière inégale dont elles paroissent communément environnées, & ils les ont distinguées par ce moyen en plusieurs espèces (Pline, II. Hévélius, *in cometographia*). Cependant il a paru quelquefois des comètes sans queue ni chevelure; mais celles dont les queues ont paru les plus longues, sont les suivantes. Celle dont parle Aristote, qui vers l'an 371 avant J. C. occupoit le tiers de l'hémisphère ou environ 60°. Celle dont parle Justin (Liv. 37), & qui parut à la naissance de Mithridate, 130 ans avant J. C. étoit si terrible qu'elle sembloit embraser tout le ciel, elle occupoit 45°. Une autre comète, au rapport de Séneque (*VII.* 15), couvroit toute la voie lactée, vers l'an 135. La comète de 1456 occupoit 2 signes ou 60° (Pontanus, *in centiloquio*); & celle de 1460 en occupoit environ 50, suivant le même auteur. La comète de 1618 avoit une queue au moins de 70°, suivant Képler, & même de 104°, suivant Longomontanus, le 10 Décembre 1618. On peut voir les mesures d'un grand nombre d'autres queues de comètes dans le P. Riccioli (*Almag. II.* 25); mais depuis ce temps-là on a vu la comète de 1680, l'une des plus étonnantes qui eût jamais paru, par l'étendue de sa queue (Voyez le traité de M. Cassini sur la comète de 1680 & 1681).

924. La comète de 1744 s'est montrée de nos jours avec une lumière en éventail ou une queue divisée en plusieurs branches, qui étoit très-remarquable, & qui s'étendit le 19 Février jusqu'à 30°. Voyez le *Traité de la comète de* 1744. *par M. de Chéseaux*. Dans les pays méridionaux où l'on jouit d'un ciel pur & serein, les queues de comètes se distinguent mieux & paroissent plus longues; la comète de 1680 avoit une queue de 62° à Paris, suivant M. Cassini, & de 90° à Constantinople; celle de 1759 parut à Paris presque sans queue, on avoit beaucoup de peine à en distinguer une légère trace d'un ou de deux degrés; tandis qu'à Montpellier, suivant M. de Ratte, la queue avoit 25° le 29 Avril, la partie la plus lumineuse étant de 10°. M. de la Nux, correspondant de l'Académie, à l'Isle de Bourbon, la vit même beaucoup plus grande. Enfin la queue de la comète de

1769 paroissoit d'environ 10° à Paris, de 40° à Marseille, de 70° à Bologne, de 90° à M. Pingré, qui étoit sur mer, entre Téneriffe & Cadix; mais elle étoit très foible: c'est ainsi que dans la Zone torride la lumière zodiacale paroît constamment, & de plus de 100 degrés de longueur.

925. Séneque savoit que les queues des comètes sont transparentes, & qu'on voit les étoiles au travers, (*liv. VII. c.* 18). Newton fait voir qu'elles sont d'une substance infiniment plus tenue & plus rare qu'on ne sauroit l'imaginer.

926. Appian fut le premier qui prouva que les queues des comètes étoient toujours à peu-près opposées au soleil (*Astronomicum Cæsareum*, 1540); cette règle fut confirmée alors par Gemma Frisius, Cornelius Gemma, Fracastor, Cardan; cependant Tycho-Brahé ne croyoit pas qu'elle fût bien générale ni bien démontrée; mais cette loi est actuellement reconnue. On apperçoit seulement une courbure qui est une suite de la position de la terre hors du plan de l'orbite de la comète, & du mouvement de celle-ci (*Hevelius, in cometog.* Cassini, sur la comète de 1680, *pag.* X. Newton, *l. III*).

927. La queue des comètes, suivant Newton, vient de l'atmosphère propre de chaque comète (*Princ. mat. lib. III. prop.* 41). Les fumées & les vapeurs peuvent s'en éloigner, dit-il, ou par l'impulsion des rayons solaires, comme le pensoit Képler, ou plutôt par la raréfaction que la chaleur produit dans ces atmosphères.

928. Il confirme ce sentiment par la comète de 1680, qui au mois de Décembre après avoir passé fort près du soleil, répandoit une lumiere beaucoup plus longue & plus brillante qu'elle n'avoit fait au mois de Novembre avant son périhélie; cette règle est même générale, & lui paroît suffisante pour prouver que la queue des comètes n'est qu'une vapeur très-légère, élevée du noyau de la comète par la force de la chaleur. M. Euler y ajoute l'impulsion de la lumière (*Mém. de Berlin*, année 1746, *pag.* 121), & M. de Mairan l'atmosphère du soleil, ou la lumière zodiacale.

929. On n'a guère vu de queue plus grande que celle de la comète de 1680, parce qu'on n'a guère vu de comète passer si près du soleil: le 18 Décembre 1680 elle en étoit 166 fois plus près que la terre. Cette comète



mète recevoit une chaleur 28000 fois plus grande que celle que nous éprouvons au solstice d'été; la chaleur de l'eau bouillante est trois fois plus grande que celle qu'une terre seche reçoit alors du soleil, & la chaleur d'un fer rouge trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante, suivant l'estimation de Newton; ainsi la comète de 1680 dut être échauffée environ deux mille fois plus qu'un fer rouge, & un globe de fer de même diamètre auroit conservé sa chaleur plus de 50000 ans. M. de Buffon estime que ce calcul de Newton doit être réformé dans plusieurs points, & il se propose de publier des expériences très-curieuses sur la chaleur & la durée du refroidissement des métaux, qui dépend de leur fusibilité.

LIVRE XI.

De la Rotation des Planètes, & de leurs Taches.

930. On a vu le soleil tourner sur son axe dès le temps où l'on a découvert les lunettes d'approche. Nous savons que la terre tourne chaque jour par un mouvement de rotation (384): nous sommes très-assurés que la Lune, Jupiter & Mars tournent aussi sur leurs axes; d'ailleurs il est difficile de concevoir que le mouvement imprimé aux planètes, & par lequel elles décrivent leurs orbites, ne soit pas accompagné d'un mouvement de rotation: il faudroit que la direction passât tellement par le centre qu'il n'y eût pas la plus petite différence.

Cependant la rotation, quant à sa durée, est indépendante de la révolution; une planète peut suivre son orbite par un mouvement de translation d'occident en orient, sans tourner sur son axe; & elle peut tourner sur un axe quelconque, en sens contraire, & avec une vîtesse quelconque (405); ainsi le mouvement de rotation est absolument indépendant du mouvement de révolution que nous avons considéré dans le IIIe livre; ce n'est

que par les observations qu'on peut le déterminer, & c'est ce que nous allons entreprendre.

931. Jean Bernoulli dans un mémoire de Dynamique, où il considère les centres ſpontanés de rotation, fait voir qu'une force de projection appliquée, non pas au centre de la terre, mais un peu plus loin du ſoleil, & cela de $\frac{1}{175}$ du rayon, donneroit à la terre, ſuppoſée ronde & homogene, deux mouvemens aſſez conformes à ceux que l'on obſerve; pour Mars il trouve $\frac{1}{418}$; pour Jupiter $\frac{1}{5}$, (Bern. *Opera. T. IV. pag.* 283); pour la lune on trouve $\frac{1}{175}$. Si l'impulſion primitive eût été appliquée à de plus grandes diſtances de chaque centre, le mouvement de rotation feroit plus rapide, cette vîteſſe tient ſans doute à la cauſe de l'impulſion primitive, & il eſt probable que tous les corps qui ont un mouvement de révolution ont auſſi un mouvement de rotation: le ſoleil même tourne ſur ſon axe, & il eſt probable que les étoiles ſont dans le même cas.

932. La rotation du ſoleil eſt la premiere qui ait été découverte, & c'eſt auſſi la plus ſenſible; les taches qui paroiſſent de temps en temps ſur le ſoleil, ont fait découvrir ce mouvement, & nous ſervent encore à l'obſerver. La premiere découverte des taches du ſoleil eſt contenue dans un grand ouvrage de Scheiner intitulé: Rosa Ursina, & publié en 1630.

933. Le P. Scheiner étoit Profeſſeur de Mathématiques à Ingolſtadt, au mois de Mars 1611, lorſqu'en regardant un jour le ſoleil avec une lunette d'approche, au travers de quelques nuages, il apperçut pour la premiere fois les taches du ſoleil, & les fit voir au P. Cyſati & à pluſieurs de ſes Diſciples; le bruit s'en répandit bientôt: on ſollicita le P. Scheiner de publier cette découverte; mais comme ce phénomene paroiſſoit fort contraire aux principes de la Philoſophie péripatéicienne de ce temps-là, ſes ſupérieurs craignirent qu'il ne vînt à les compromettre, & ſes premieres obſervations ne furent publiées que ſous un nom ſuppoſé, *Apelles poſt tabulam*, par un Magiſtrat d'Augſbourg, nommé Velſer.

934. Galilée l'accuſa de plagiat & prétendit avoir découvert ces taches le premier; Scheiner s'en juſtifie fort au long dans ſon ouvrage; Jean Fabricius, fils de David

Fabricius, les avoit aussi observées à Wittemberg, & il en publia même la relation au mois de Juillet 1611; Képler pense qu'il les avoit vues avant le P. Scheiner. Weidler, (*Hist. Astronomiæ*, *p.* 435).

935. Les taches du soleil sont des parties noires irrégulieres qu'on apperçoit de temps en temps sur le soleil, & qui paroissent tourner uniformément en 25 jours & 14 heures autour du soleil (959); on en voit une représentée en N (*fig.* 114), sur le disque du soleil.

Les facules dont Scheiner & Hévélius parlent souvent, me paroissent n'être autre chose que le fond lumineux du soleil qu'on apperçoit quelquefois dans les interstices des taches ou des ombres, & qui semblent être comme des points plus lumineux que le reste du soleil. M. Cassini dit cependant aussi qu'on a vu sur le soleil des points plus brillans que le reste de sa surface (*Elem. d'Ast.* 403), mais il appelle facules des taches légéres & foibles que l'on apperçoit quelquefois à l'endroit même où une tache a disparu (*Anciens mém. de l'acad. tom. X. pag.* 661).

Les ombres sont une nébulosité blanchâtre qui environne toujours les grandes taches; Hévélius les compare à l'impréssion que l'haleine fait sur une glace de miroir en ternissant son éclat. (*Selenographia*, *pag.* 84); quelquefois, dit-il, cette atmosphère des taches est jaunâtre *instar halonis*, & il en donne un exemple; quelquefois ces ombres se trouvent toutes seules, & donnent ensuite naissance à des taches, comme il l'observa au mois d'Août 1643; ces ombres sont souvent d'une très-grande étendue. Hévélius en a vu une au mois de Juillet 1643 qui occupoit près du tiers du diamètre du soleil (*pag.* 506).

936. Les taches du soleil servent à expliquer divers phénomènes racontés dans les historiens. Ainsi dans les annales de France imprimées à Paris en 1588 (*Vie de Charlemagne*, *pag.* 62), on trouve que l'an 807, XVI. *kal. April.* Mercure parut sur le soleil comme une petite tache noire, qu'on apperçut en France pendant 8 jours, & que les nuages empêcherent d'observer dans quel temps se fit l'entrée & la sortie. Ce ne pouvoit être autre chose qu'une tache (727); il en faut dire autant de ce que crut voir Képler le 28 Mai 1607. Scheiner explique aussi par le moyen des taches

du ſoleil pluſieurs ſingularités qu'on trouve dans les hiſtoriens ſur la diminution de lumière dans le ſoleil.

937. C'eſt à d'énormes taches du ſoleil qu'il faut rapporter, ſi on veut les admettre, les deux faits qui ſont dans Abulfaradge (*Hyſt. Dynaſt.*). L'an 535 le ſoleil eut une diminution de lumière, qui dura 14 mois, & qui étoit très-ſenſible; l'an 626 la moitié du diſque du ſoleil fut obſcurcie, & cela dura depuis le mois d'Octobre juſqu'au mois de Juin: on voit ſouvent ces taches à la vue ſimple avec un verre fumé (941).

938. Après la découverte des taches du ſoleil, le P. Scheiner les obſerva aſſidûment; il avoit ſoin de rapporter à l'écliptique les taches dont il obſervoit la ſituation par rapport au vertical, ou aux parallèles à l'équateur; par ce moyen il décrivoit ſur un carton la route d'une tache pendant les 13 jours de ſon apparition. On en trouve un très grand nombre de gravées dans ſon ouvrage, depuis 1618, juſqu'en 1627; & elles lui firent reconnoître les regles ſuivantes (*Roſa Urſ. pag.* 225).

939. A la fin de Mai & au commencement de Juin, les taches décrivent des lignes droites inclinées ſur l'écliptique du nord au ſud, c'eſt-à-dire, qu'elles vont de A en B (*fig.* 113). A la fin de Novembre ou au commencement de Décembre, elles décrivent des lignes droites en allant du midi au ſeptentrion, ou de C en D; pendant l'hiver & le printemps, leur route eſt concave vers le midi, & convexe du côté du nord; mais dans les ſix autres mois, ou depuis le commencement de Juin, juſqu'au commencement de Décembre, la concavité eſt tournée vers le nord, comme dans l'ellipſe RXVMO.

La plus grande ouverture de ces ellipſes arrive au commencement de Mars & de Septembre; alors le petit axe de chaque ellipſe eſt $\frac{11}{100}$ du grand axe. Toutes les taches du ſoleil, même les ombres & les facules, décrivent des routes ſemblables, depuis le moment où elles paroiſſent juſqu'à celui de leur diſparition; on obſerve la même choſe dans les petites & dans les grandes, dans celles qui ne durent que quelques jours, comme dans celles qui font pluſieurs révolutions; dans celles qui traverſent le ſoleil par le centre, comme dans celles qui ſont près de ſes poles. Cette régularité ſuffit ſeule pour

démontrer que ces taches sont adhérentes au corps du soleil, & qu'elles n'ont d'autre mouvement que celui du soleil même autour de son axe. Les taches prouvent donc la rotation du soleil, & le P. Scheiner en tira bientôt cette conclusion.

Presque toutes les observations de Scheiner furent ensuite confirmées par celles d'Hévélius; M. Cassini les observa beaucoup aussi ; & l'on en trouve beaucoup d'observations dans plusieurs volumes des mémoires de l'académie, au commencement de ce siecle.

940. Il résulte de toutes ces observations que les taches du soleil sont très-variables ; Scheiner en a vu changer de forme, croître, diminuer, se convertir en ombres, disparoître totalement. M. de la Hire a vu aussi des taches se dissiper sur le disque apparent du soleil (*Mém.* 1702, *pag.* 137). Il y a des taches qui après avoir disparu long-temps reparoissent au même endroit; M. Cassini pensoit que la tache du mois de Mai 1702, étoit encore la même que celle du mois de Mai 1695 (*Mém. Acad.* 1702, *pag.* 140), c'est-à-dire, qu'elle étoit au même endroit. On n'en a guère vu qui ayent paru plus long-temps que celle qui fut observée à la fin de 1676 & au commencement de 1677; elle dura pendant plus de 70 jours, & parut dans chaque révolution (M. Cassini, *Elémens d'Astr. pag.* 81).

941. Les apparitions des taches du soleil n'ont rien de régulier : vers l'année 1611 qu'elles furent découvertes, on ne trouvoit presque jamais le soleil sans quelques taches ; il y en avoit souvent un très-grand nombre. Le P. Scheiner en a compté 50 tout à la fois. Bientôt elles devinrent plus rares : depuis l'année 1650, jusqu'en 1670, il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux, qui furent observées fort peu de temps. Depuis 1695 jusqu'en 1700 l'on n'en vit aucune; depuis 1700 jusqu'en 1710 : les volumes de l'académie en parlent continuellement ; en 1710 on n'en vit qu'une seule; en 1711 & 1712, on n'en observa point du tout; en 1713 on n'en vit qu'une, au mois de Mai; depuis ce temps-là, on en a presque toujours vu : M. Cassini écrivoit en 1740, „ elles sont présentement si fréquentes qu'il est très-rare „ d'observer le soleil sans en appercevoir quelques-unes, „ & même souvent un assez grand nombre à la fois":

[illegible] puis dire que depuis 1749, jusqu'à 1773, [illegible] rappelle pas d'avoir jamais vu le soleil sans [illegible] des taches sur son disque, & souvent un [illegible] nombre. C'est vers le milieu du mois de Sep[illegible]bre 1763, que j'ai apperçu la plus grosse & la [illegible] noire que j'eusse jamais vue; elle avoit une minu[illegible] au moins de longueur, ensorte qu'elle devoit être trois fois plus large que la terre entiere; j'en ai vu aussi de très-grosses le 15 Avril 1764, & le 11 Avril 1766.

942. Les taches du soleil paroissent sur le bord oriental de son disque extrêmement étroites, comme un trait fort délié, ce qui prouve qu'elles ont peu de hauteur, ou plutôt qu'elles sont à la surface même du soleil; il faut cependant considérer que quand elles auroient une très-grande hauteur elles pourroient bien ne paroître pas au bord ou à l'extrémité du soleil, parce qu'elles n'ont aucune lumière, & qu'on ne les voit que quand elles interrompent la lumière du disque solaire; mais du moins si elles avoient une certaine hauteur, on verroit la hauteur toute entière aussi-tôt qu'elle commenceroit à être toute projettée sur le soleil.

943. Quelques Physiciens crurent autrefois que les taches du soleil étoient des corps solides qui faisoient leur révolution autour du soleil (*a*); mais si cela étoit, les taches nous cacheroient à peu-près la même portion du soleil, soit sur les bords, soit au milieu; & le temps qu'elles paroissent sur le soleil seroit plus court que le temps où on les perd de vue, au lieu que nous voyons ces taches employer autant de temps à parcourir la partie antérieure du soleil, que la partie postérieure, sauf la petite différence que doit produire la grosseur du diamètre du soleil, & la proximité de ces taches à l'un des poles du soleil; enfin ces planètes ne pourroient pas devenir invisibles pendant des années entieres (941), & faire leurs révolutions toutes dans le même intervalle de temps.

Galilée, qui n'étoit point attaché au systême de l'incorruptibilité des cieux, pensa que les taches du soleil

---

(*a*) Tarde les nomma *Sydera Borbonia*, & un autre nommé Maupertuis *Sydera Austriaca* (*Hevelii Selen. pag.* 83).

étoient une espece de fumée, de nuage, ou d'écume qui se formoit à la surface du soleil, & qui nageoit sur un océan de matière subtile & fluide; Hévélius étoit aussi de cet avis (*Selen. pag.* 83), & il réfute fort au long à cette occasion le systême de l'incorruptibilité des cieux.

944. Mais il me paroît évident que si ces taches étoient aussi mobiles que le supposent Galilée & Hévélius, elles ne seroient point aussi régulières qu'elles le sont dans leur cours; d'ailleurs la force centrifuge que produit la rotation du soleil, les porteroit toutes vers un même endroit, au lieu que nous les voyons, tantôt aux environs de l'équateur solaire, tantôt du côté des poles; enfin elles reparoissent quelquefois précisément au même point où elles avoient disparu; ainsi je trouve beaucoup plus probable le sentiment de M. de la Hire (*Hist. Acad.* 1700, *pag.* 118. *Mem.* 1702, *pag.* 138). Il pense que les taches du soleil ne sont que les éminences d'une masse solide, opaque, irrégulière, qui nage dans la matière fluide du soleil & s'y plonge quelquefois en entier. Peut-être aussi ce corps opaque n'est que la masse du soleil recouverte communément par le fluide igné, & qui par le flux & le reflux de ce fluide se montre quelquefois à la surface, & fait voir quelques-unes de ses éminences. On explique par-là d'où vient que l'on voit ces taches sous tant de figures différentes pendant qu'elles paroissent, pourquoi après avoir disparu pendant plusieurs révolutions elles reparoissent de nouveau à la même place qu'elles devroient avoir si elles eussent continué de se montrer. On explique par-là les facules, & cette nébulosité blanchâtre dont les taches sont toujours environnées & qui sont les parties du corps solide sur lequel il ne reste plus qu'une très-petite couche de ce fluide. Cependant M. de la Hire pensoit d'après quelques observations qu'il falloit admettre plusieurs de ces corps opaques dans le soleil, ou supposer que la partie noire pouvoit se diviser & ensuite se réunir.

De l'Equateur solaire, & de la Rotation du Soleil.

945. Les taches du soleil ont fait connoître que le soleil tournoit sur lui-même autour de deux points,

qu'on doit appeller les poles du ſoleil. Le cercle du globe ſolaire qui eſt à la même diſtance des deux poles (15), s'appellera l'équateur ſolaire; c'eſt par le mouvement apparent des taches qu'on déterminera la ſituation de cet équateur, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon & ſes nœuds ſur l'écliptique, nous allons expliquer ſa méthode.

946. La manière d'obſerver les taches du ſoleil eſt la même que pour les paſſages de Vénus; on y emploie le quart de cercle ou le réticule. Scheiner & Hévélius recevoient l'image du ſoleil dans une chambre obſcure au travers d'une lunette. Nous préférons aujourd'hui de regarder directement le ſoleil, & de déterminer la différence de hauteur d'azimut ou la différence d'aſcenſion droite & de déclinaiſon entre la tache & le centre du ſoleil, pour en déduire la différence de longitude & de latitude à laquelle il faut toujours en venir. Soit D (*fig.* 111) une tache, ou le diſque de Vénus, NM le diamètre vertical du ſoleil : quand on a obſervé le paſſage du ſoleil & de la tache par un fil vertical PB, ou HD, on a la différence horizontale DB & par conſéquent DE; les paſſages à un fil horizontal MG, EB, nous donnent la différence de hauteur DG & par conſéquent CE; dans le triangle CED l'on trouve l'angle ECD & le côté CD. L'angle du vertical avec le cercle de latitude LCI, ou l'angle MCI étant retranché de l'angle ECD il reſte l'angle de conjonction DCK, & connoiſſant CD avec l'angle adjacent il eſt facile de trouver la latitude CK de la tache & la différence de longitude KD entre le ſoleil & la tache.

947. Quand on aura obſervé pluſieurs jours de ſuite (946) la différence de longitude & de latitude entre la tache & le centre du ſoleil, on les rapportera ſur un carton, pour juger de leur progrès; ſoit S (*fig.* 114) le centre du diſque ſolaire; SE une portion de l'écliptique; M une tache, ML la différence de latitude entre le ſoleil & la tache, X, V, M, O, les poſitions ſucceſſives de la tache ſur ſon parallèle apparent RO, l'on verra facilement que ces poſitions forment à peu-près une ellipſe, ſi ce n'eſt vers le commencement de Juin & de Décembre où cette ellipſe ſe réduit à une ligne droite.



948. L'ouverture apparente des ellipses que décrivent les taches du soleil, est proportionnelle à l'inclinaison du rayon visuel, ou à l'élévation de la terre au-dessus du plan de l'équateur solaire ; & cette élévation doit se mesurer au centre du soleil ; soit S le centre du soleil (*fig.* 115), EAQV le plan de l'équateur solaire, ST la ligne dirigée vers la terre qui est toujours dans le plan de l'écliptique, & qu'il faut concevoir relevée au dessus de la figure ; l'angle TSV est l'élévation de notre œil au-dessus du plan de l'équateur solaire, c'est l'obliquité sous laquelle nous voyons ce cercle équatorial ; & le sinus de cet angle sera le petit axe de l'ellipse, le grand axe étant le sinus total (674). Ainsi en voyant que le petit axe de ces ellipses est $\frac{12}{100}$ de leur grand axe, au temps où elles sont les plus ouvertes, c'est-à-dire, au commencement de Mars & de Septembre, on en peut conclure que l'équateur du soleil n'est jamais incliné à notre œil de plus de 7° ½. L'angle TSV est la latitude héliocentrique de la terre par rapport à l'équateur du soleil ; l'argument de cette latitude est la distance de la terre au nœud de l'équateur solaire, ou au 10e degré du Sagittaire (959). Pour trouver en tout temps l'ouverture des ellipses que décriront les taches, il suffit de multiplier le sinus de 7° ½ par le sinus de la distance de la terre ou du soleil à l'un des nœuds.

949. La règle précédente, pour trouver l'ouverture de ces ellipses, suppose que la terre soit immobile pendant la durée de l'apparition d'une tache ; mais le mouvement de la terre rend le grand axe en apparence plus long, ou plutôt il empêche que la trace ne soit réellement une ellipse ; & les règles précédentes ne sont exactes qu'après qu'on a réduit les observations à ce qu'elles donneroient si la terre ou le soleil eussent été immobiles pendant l'intervalle de ces observations. En effet, la terre qui s'élève continuellement au dessus du plan de l'équateur solaire, ne permet pas que le cercle décrit par la tache paroisse jamais exactement sous la forme de la ligne droite, ni de l'ellipse qui auroit lieu si la terre étoit immobile, ou du moins c'est une ellipse qui change tous les jours de forme ; ainsi cette trace apparente, ou cette courbe décrite sur un carton, ne nous sert qu'à reconnoître le

progrès ou l'exactitude des observations, & à nous conduire dans le calcul.

950. La différence de longitude SL (*fig.* 114), & la différence de latitude LM étant connues (946), on en déduira la ligne SM, & l'angle LSM; cette ligne droite SM prise sur le disque apparent du soleil est la projection ou le sinus d'un arc du globe solaire, dont le centre est au centre S de ce globe; tout ainsi que nous avons vu dans le calcul des éclipses de soleil que les arcs de la circonférence de la terre projettés sur un plan devenoient égaux à leurs sinus (672). Pour connoître l'arc du globe du soleil qui répond à la ligne droite SM, ou l'arc de distance, on fera cette proportion, le rayon du soleil réduit en secondes est au cosinus du demi-diamètre du soleil, comme la longueur SM est au sinus de l'arc qui lui répond, & l'on aura l'arc ou l'angle sous lequel un observateur situé au centre du soleil verroit la tache M éloignée de la terre; car la terre paroît répondre au point S, ou au pole même du cercle AROBD, qui est le limbe du soleil vu de la terre.

951. Pour sentir la vérité de la règle précédente, il faut considérer le rayon TG (*fig.* 116) qui touche le disque solaire en G, & forme avec CAT l'angle du demi-diamètre apparent CTG; si cet angle est de 15′, l'angle TCG est de 89° 45′, & c'est exactement la perpendiculaire GH ou le sinus de 89° 45′ qui répond à 15′ ou à 900″; ainsi il faudra dire, 900″ est au sinus de 89° 45′, comme le nombre de secondes observé pour une distance BE est au sinus des degrés & minutes de l'arc AB qui lui répond.

952. Nous pouvons actuellement déterminer la longitude héliocentrique de la tache, & sa latitude vue du soleil. Soit P & E (*fig.* 117) les poles de l'écliptique sur le globe du soleil, PREK le grand cercle qui sépare l'hémisphère tourné vers la terre de l'hémisphère opposé; T le point du globe solaire où répond la terre, c'est-à-dire, le point qui a la terre à son zénit, ou qui nous paroît répondre au centre même du disque solaire, M le point où est la tache, TM l'arc de distance déterminé par le calcul précédent (950); l'angle MTP formé par le cercle de latitude PT & par le cercle TM qui joint le lieu de la terre avec celui de la tache, est composé d'un angle droit PTL, & de l'angle sphérique

LTM, qui est le même que l'angle plan LSM de la figure 114, déterminé par observation (950). Dans le triangle sphérique MTP formé sur la convexité du globe solaire, l'on connoît PT qui est toujours de 90°, TM qui est l'arc de distance, & l'angle PTM; on cherchera l'angle TPM au pole de l'écliptique, c'est la différence de longitude entre le lieu de la terre, & le lieu de la tache qui répond au point L de l'écliptique; l'on trouvera aussi PM qui est la distance de la tache au pole boréal de l'écliptique, & l'on aura la latitude héliocentrique LM de cette tache.

953. On ajoutera la différence de longitude trouvée avec la longitude de la terre (c'est-à-dire, celle du soleil augmentée de 6 signes); si le point L est réellement à la droite ou à l'occident du centre du soleil (*fig.* 114 & 117); on la retranchera si la tache est dans la partie orientale du soleil, c'est-à-dire, si elle n'a pas encore passé sa conjonction apparente, & l'on aura la longitude de la tache, vue du centre du soleil, c'est-à-dire, le point de l'écliptique, où un observateur situé au centre du soleil verroit répondre cette tache.

954. Lorsque par cette méthode on a déterminé trois positions de la tache vue du soleil, on connoît par longitudes & latitudes 3 points X V, M, (*fig* 117) d'un petit cercle RXVM, qui est parallèle à l'équateur solaire, on peut déterminer le pole de ce petit cercle; & c'est aussi le pole de l'équateur solaire GHK, auquel le cercle MR est parallèle.

955. Si la longitude héliocentrique d'une tache étoit la même dans les trois observations, ce seroit une preuve que le soleil ne tourne point sur son axe, car le centre du soleil ne peut voir une tache répondre toujours au même point du ciel si cette tache est entraînée par la circonférence du soleil; la longitude héliocentrique d'une tache que nous venons de déterminer (952) ne change donc que par le mouvement du soleil; mais elle ne change pas uniformément, parce que l'écliptique, sur laquelle nous comptons les longitudes, n'est pas l'équateur même du soleil, autour duquel se fait le mouvement du soleil, & sur lequel on a des progrès uniformes.

956. Si la latitude héliocentrique d'une tache dans les trois observations étoit constante, tandis que la longitude change, on seroit assuré que la tache tourne parallèle-

ment à l'écliptique, c'est-à-dire, autour des poles mêmes de l'écliptique, qui dans ce cas seroit confondue avec l'équateur du soleil.

957. Mais si la longitude & la latitude de la tache changent tout à la fois, c'est une preuve que la tache décrit un parallèle à quelqu'autre cercle de l'écliptique; d'où il suit que l'équateur du soleil est incliné sur l'écliptique.

958. Si nous avons une suite d'observations d'une tache pendant une demi-révolution autour du soleil dans le temps où le soleil est dans les nœuds de son équateur, nous verrons cette tache à sa plus grande & à sa plus petite latitude; la différence de ces deux latitudes donnera le double de l'inclinaison de l'équateur solaire; car soit AB (*fig.* 114) le diamètre de l'équateur solaire, KE l'écliptique, RO le parallèle de la tache, les latitudes OE & KR de cette tache (quand elle est sur le cercle AROE de ses plus grandes latitudes) diffèrent entr'elles du double de EB, c'est-à-dire, du double de l'inclinaison de l'équateur solaire, puisque dans l'une des observations, la latitude EO de la tache est plus grande que BO de la quantité BE, & que dans l'autre observation la latitude KR est au contraire plus petite que AR ou BO de la même quantité AK = EB.

C'est ainsi que nous trouverons l'inclinaison de l'équateur lunaire, parce que les taches de la lune peuvent s'observer pendant toute la durée d'une rotation lunaire. Mais comme nous voyons rarement les taches du soleil pendant une moitié de leur révolution, nous ne pouvons pas avoir immédiatement l'inclinaison de l'équateur solaire par les deux latitudes extrêmes; on la déduit de l'inégalité des trois latitudes observées.

959. Il y a plusieurs méthodes directes pour y parvenir, mais il est évident qu'on peut très-bien se passer de ces méthodes, en faisant quelques fausses suppositions sur le lieu du nœud & sur l'inclinaison de l'équateur, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une supposition qui donne exactement les trois longitudes héliocentriques & deux des latitudes déduites des observations. On trouve par ce moyen que le nœud de l'équateur solaire est à 2^s 10° de longitude, que l'inclinaison de cet équateur sur l'écliptique est d'environ 7°, & que sa rotation véritable est de 25^j 14^h 8′; ce qui fait que les taches du soleil revien-

nent par rapport à nous au même point du disque solaire en 27j 12h 20′.

L'équateur solaire paroît accompagné d'un atmosphère très-vaste, qu'on observe sous le nom de lumière zodiacale (297).

De la Rotation lunaire, & de la Libration.

960. La lune présente toujours à la terre à peu-près la même face, mais nous sommes au-dedans de son orbite; si nous étions placés à une très-grande distance au-delà de l'orbite lunaire, nous verrions successivement tous les points de sa circonférence; d'où il suit que la lune tourne sur son axe, & qu'elle a un mouvement de rotation.

961. Il paroît que ce mouvement de rotation est uniforme; & comme le mouvement de révolution ne l'est pas, il en résulte une *libration* ou un petit changement de 7 à 8 degrés dans la partie visible du disque lunaire, & cette différence va quelquefois à un huitieme de la largeur du disque de la lune.

Galilée qui le premier observa les taches de la lune après la découverte des lunettes, (*Nuncius Sydereus* 1610), fut aussi le premier qui remarqua la libration de la lune. Il comprit dès-lors qu'il y avoit une libration en latitude qui vient de l'inclinaison de l'orbite lunaire & du parallélisme constant de son axe: je commence donc par l'explication de celle-ci, comme la première dont l'inventeur ait parlé. Il observa que des deux taches de la lune appellées *Grimaldi* & *mer des Crises* dans les figures du disque lunaire, l'une se rapprochoit du bord de la lune quand l'autre s'éloignoit du bord opposé vers lequel elle est située.

962. Supposons, pour l'expliquer, que la lune présente toujours la même face au même point du ciel, & qu'un de ses diamètres, que nous appellerons l'*axe de la lune*, soit toujours incliné de 2° sur l'écliptique. Soit T la terre (*fig.* 118), T E le plan de l'Ecliptique, T C une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique, L le centre de la lune dont l'axe I L K soit perpendiculaire à T C; lorsque la latitude de la lune ou l'angle L T E est de 5°, l'angle L T C est de 3° aussi-bien que l'angle G L D, & une tache située en G, sur l'équateur lunaire, paroît éloi-

gnée du centre apparent D de la lune, de 3° ou de $\frac{1}{11}$ du rayon de la lune; mais 14 jours après quand la lune M a 5° de latitude australe, l'angle ETM étant de 5° & l'angle CTM de 7°, la tache qui étoit en G se trouve en Q, & sa distance FQ au centre apparent F de la lune est l'arc FQ égal à l'angle CTM, = 7°; ainsi la tache située dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent F de la lune, tandis qu'auparavant elle paroissoit 3° plus au nord; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorsque la latitude étoit septentrionale en L. Cela suppose que la ligne TC, à laquelle l'axe est perpendiculaire, soit immobile, ou que l'axe IK soit toujours parallèle à lui-même: nous verrons bientôt qu'il a un mouvement (967); mais il n'est pas sensible en 14 jours.

963. La cause de la libration en latitude se trouvant ainsi expliquée, il ne me reste qu'à expliquer aussi la libration en longitude par l'inégalité du mouvement de la lune dans son orbite. Ce fut Riccioli qui parla le premier en 1651 de cette hypothèse. „ La troisième „ hypothèse, dit-il, seroit fondée sur l'excentricité de „ la lune, si nous imaginions que la lune présente tou„ jours la même face, non à la terre, mais au centre „ de l'excentrique, ensorte que la ligne menée du cen„ tre du globe lunaire au centre de l'excentrique qu'el„ le parcourt, passeroit toujours par le même point du „ globe lunaire ". Cette hypothèse fut employée par Hévélius qui l'avoit imaginée, dit-il, en 1648; Newton & Cassini l'adoptèrent également, & je vais l'expliquer en peu de mots.

964. Suivant la théorie du mouvement élliptique, le foyer supérieur F de l'orbite lunaire ALP (*fig.* 119), est celui autour duquel la lune a un mouvement presque uniforme (495): si donc la rotation de la lune est aussi uniforme, comme le prouve l'observation, la lune après le quart de la durée de sa révolution, présentera au foyer F le point B de sa surface, qui dans l'apogée A étoit dirigé suivant AFT, & par conséquent vers la terre; mais dans cette position du rayon LBF, l'angle FLT étant de 6 ou 7°, le point C de la lune qui est dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point B, de 7° de la circonféren-

ce de la lune; ainsi la tache qui est en B (& qui paroissoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra éloignée de 7°, ou d'environ une huitième partie du rayon de la lune du côté de l'occident; c'est ce que l'on observe réellement; on en conclud que la durée de la rotation de la lune est uniforme, & égale à celle de sa révolution, sans participer aux inégalités de celle-ci.

965. Il n'est pas aisé de comprendre la raison de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Newton ayant trouvé par l'attraction de la terre sur la lune, que le diamètre de la lune dirigé vers la terre doit surpasser de 280 pieds, les diamètres perpendiculaires à notre rayon visuel, en conclud que le plus grand diamètre doit être toujours à peu-près dirigé vers la terre; & il est vrai que l'équateur lunaire doit être en effet allongé dans le sens du diamètre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre est plus grande sur les parties qui en sont les plus voisines.

D'un autre côté, la rotation de la lune autour de son axe, doit en faire un sphéroïde aplati par les pôles, & rendre les méridiens elliptiques; ainsi dans la lune, les méridiens, l'équateur & les parallèles doivent être des ellipses; & le corps de la lune doit être, pour ainsi dire, comme un œuf qu'on auroit aplati par les côtés, indépendamment de son allongement naturel.

966. M. de la Grange, dans la pièce qui a remporté le prix de l'Académie en 1774, suppose avec Newton que la lune est un sphéroïde allongé vers la terre, & il trouve que cette planète doit faire autour de son axe une espèce de balancement ou d'oscillation, par lequel la vîtesse de rotation est tantôt accélérée, tantôt retardée; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à peu-près la même face, quoiqu'elle ait pû recevoir dans le principe une rotation dont la durée ne seroit point, par elle seule, égale à celle de la révolution. Il fait voir aussi que la figure de la lune peut être telle que la précession de ses points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire, soit à peu-près égale au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire, ainsi que les observations le prouvent.

967. On détermine les nœuds & l'inclinaiſon de l'équateur lunaire par trois obſervations d'une tache, de la même maniére que nous l'avons expliquée pour l'équateur ſolaire (959). C'eſt au centre de la lune qu'il faut réduire les longitudes des taches, & choiſir pour déterminer l'inclinaiſon de l'équateur lunaire les temps où les taches ſont le plus au nord ou au midi. On a trouvé par ce moyen l'inclinaiſon de deux degrés, & l'on a reconnu que le nœud de l'équateur lunaire eſt toujours ſenſiblement d'accord avec le nœud de l'orbite lunaire ſur l'écliptique.

968. Je terminerai ce qui concerne la ſélénographie, en diſant un mot de la hauteur des montagnes de la lune. Hévélius obſerva des ſommets de montagnes dans la lune, qui étoient quelquefois éclairés, quoiqu'éloignés de la ligne de lumiere de la treizieme partie du rayon de la lune; de-là on peut conclure que ces montagnes ont de hauteur le 338ᵉ partie du rayon lunaire, ou une lieue de France. En effet, ſoit BM (*fig.* 120), le rayon ſolaire qui éclaire la lune en quadrature, BE le côté éclairé, BH le côté obſcur, HM une montagne lunaire; quand le rayon BM commencera à éclairer le ſommet M, ſi l'on connoît le côté TB & le côté BM=$\frac{1}{13}$ du rayon TB, il eſt aiſé de réſoudre le triangle TBM & de trouver TM, dont l'excès ſur le rayon eſt HM. Le rayon de la lune eſt $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, qui lui-même eſt de 3281000 toiſes; avec ces données on trouve HM de 2643 toiſes, c'eſt-à-dire, plus d'une lieue commune.

969. Galilée ſuppoſoit cette hauteur encore plus grande, car il diſoit avoir obſervé la diſtance BM des points lumineux de $\frac{1}{20}$ du rayon de la lune; mais on doit préférer à cet égard les obſervations d'Hévélius qui ont été plus répétées, plus détaillées & plus exactes.

De la Rotation & de la figure des autres Planètes.

970. La rotation du ſoleil & celle de la lune ſont les plus faciles à obſerver, mais les autres planètes ont auſſi donné matiere à de ſemblables obſervations. M. Caſſini ayant remarqué des taches dans Vénus, jugea que cette planète tournoit ſur ſon axe, dans l'eſpace de 13 heures; mais la durée de cette rotation n'eſt point

point aussi facile à observer que celle de Jupiter, que l'on voit distinctement tourner sur son axe en 9 heures 56′. Il paroît que l'équateur de Jupiter n'est incliné que de 2 ou 3° sur l'orbite de cette planète, à peu-près comme celle des satellites. L'aplatissement de Jupiter est très-sensible, son axe est plus petit que le diamètre de son équateur de $\frac{1}{14}$, & c'est une suite naturelle de la force centrifuge qui naît d'une rotation aussi rapide.

La rotation de Mars observée par M. Cassini en 1666 lui parut être de 24 heures 40′.

La rotation de Mercure & de Saturne ne peut s'observer, l'un est trop près du soleil pour que l'on puisse en distinguer les taches, l'autre est trop éloigné de nous.

971. Les phases de Saturne sont une des choses les plus singulières que l'on ait observé dans le ciel, quelquefois il paroît tout rond, & quelquefois on y distingue deux anses; les Astronomes disputèrent long-temps sur ces singulières apparences, jusqu'à ce que M. Huygens en 1659 en donna l'explication.

Saturne est environné d'un anneau fort mince, presque plan concentrique à Saturne, également éloigné dans tous ses points; il est soutenu par la pesanteur naturelle & simultanée de toutes ses parties, tout ainsi qu'un pont qui seroit assez vaste pour environner toute la terre, se soutiendroit sans piliers.

972. Le diamètre AB de l'anneau de Saturne (*fig.* 121) est à celui du globe de Saturne CD, comme 7 est à 3, suivant les mesures de M. Pound; l'espace E qu'il y a entre le globe & l'anneau est à-peu-près égal à la largeur de l'anneau, ou tant soit peu plus grand, suivant M. Huygens; ainsi la largeur de l'anneau est à peu-près $\frac{1}{3}$ du diamètre de Saturne, aussi bien que les espaces vuides & obscurs E, que l'on voit entre le globe & les anses. Il est incliné sur l'écliptique de 31° 23′, & il la coupe à 5s 17° de longitude.

973. L'anneau de Saturne disparoît quelquefois, & il y a trois causes qui peuvent occasionner cette phase ronde. Lorsque Saturne est vers le 20e degré de la Vierge & des Poissons, le plan de son anneau se trouve dirigé vers le centre du soleil, & ne reçoit de lumiere que sur son épaisseur, qui n'est pas assez considérable pour être

apperçue de si loin; Saturne alors paroît rond & sans anneau, cela doit arriver vers le 22 du mois d'Octobre de cette année 1773; dans ce cas-là, on distingue une bande obscure qui traverse Saturne par le milieu, & qui est formée par l'ombre de l'anneau sur son disque. Cette disparition dure environ un mois.

974. L'anneau de Saturne disparoît encore lorsque le plan de l'anneau passe par notre œil, étant dirigé vers la terre; nous ne voyons alors que son épaisseur qui est trop petite, ou qui réfléchit trop peu de lumiere pour que nous puissions l'appercevoir; enfin cet anneau peut disparoître lorsque son plan passe entre le soleil & nous, car alors la surface éclairée n'est point tournée vers nous; tant que Saturne est entre $11^s\ 20^\circ$ & $5^s\ 20^\circ$ de longitude, le soleil éclaire la surface méridionale de l'anneau: si la terre est alors élevée sur la surface septentrionale, elle ne peut voir la lumiere de l'anneau, & ce sera un des temps de la phase ronde; ainsi l'on peut voir disparoître les anses deux fois dans la même année, & les voir reparoître deux fois, comme on l'a véritablement observé (*Mém. Acad.* 1715).

975. Par exemple, en 1773 la terre doit se trouver le 10 Octobre dans le plan de l'anneau, & nous cesserons de l'appercevoir, même 8 jours auparavant. Nous ne le reverrons ensuite que le 23 Janvier 1774, le soleil ayant passé à son tour au nord de l'anneau dès le 8; car il lui faut à peu-près 15 jours pour que le soleil étant assez élevé sur le plan de l'anneau y répande une lumiere suffisante, & que nous puissions l'appercevoir; mais comme Saturne sera en conjonction avec le soleil le 8 Septembre, il sera difficile de bien observer la premiere disparition le 24 Mars; la terre revenant vers le plan de l'anneau il disparoîtra pour la seconde fois jusqu'au 11 Juillet que la terre dépassera de nouveau le même plan, après quoi cet anneau ne disparoîtra plus pendant 15 ans. J'en ai donné les preuves & les calculs, qui paroîtront dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1773.

De la pluralité des Mondes.

976. La ressemblance que l'on a vue entre les planètes & la terre dans le cours de ce livre, a fait croire

aux plus grands Philosophes que les planètes étoient destinées à recevoir des êtres vivans comme nous, & qu'elles étoient habitées. La pluralité des mondes se trouvoit déja dans les Orphiques, ces anciennes poésies Grecques attribuées à Orphée (Plut. *de Plac. phil.* L. 2, c. 13): les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicetas, Heraclides, enseignoient que les astres étoient autant de mondes (Plut. L. 2, c. 13 & 30): (Achilles Tatius *Isag. ad Arati phœn. c.* 10. Diog. Laërt. *in Emped.*). Plusieurs anciens Philosophes admettoient même une infinité de mondes hors de la portée de nos yeux (Epicure, Lucrece *L.* 2, *v.* 1069), tous les Epicuriens étoient du même sentiment: & Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul monde dans le vuide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de bled dans une vaste campagne (Plut. *L.* 1, *c.* 5): Xenophanes, Zenon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Democrite, le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des Philosophes qui en admettant que notre monde étoit unique, donnoient des habitans à la lune; tels étoient Anaxagore (Macrob. *Somn. Scip. L.* 1, *c.* 11), Xenophanes (Cic. *Ac. qu. L.* 4), Lucien (Plutarque *de Oracul. defectu; de facie in orbe lunæ*). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des Anciens sur la pluralité des mondes, dans Fabricius (*Biblioth. Gr. tom.* 1. *c.* 20), & dans le Mémoire de M. Bonamy, (*Acad. des Inscr. tom.* IX). Hévélius appelle les habitans de la lune *Selenitæ*, & il examine tous les phénomènes qui s'observent dans leur planète (*Sélénogr. p.* 294), à l'exemple de Képler (*Astron. lunaris*).

977. La pluralité des mondes fut ensuite ornée par M. de Fontenelle de toutes les graces & de tout l'esprit qu'on peut mettre dans des conjectures physiques; M. Huygens (mort en 1695) dans son livre intitulé, *Cosmotheoros*, disserta aussi fort au long sur cette matière. En effet, la ressemblance est si parfaite entre la terre & les autres planètes, que si nous supposons la terre faite pour être habitée, nous ne pouvons douter que les planètes ne le soient également; & si nous concevons quelque rapport nécessaire entre l'existence du globe terrestre & celle des hommes, nous sommes forcés de l'étendre aux planètes; celui qui voudroit s'y refuser seroit aussi inconséquent que celui qui dans un troupeau de moutons auroit vu

les uns avoir des entrailles d'animaux, & croiroit que les autres peuvent ne contenir que des pierres.

978. Nous voyons six planètes autour du soleil, la terre est la troisieme; elles tournent toutes les six dans des orbites elliptiques; elles ont un mouvement de rotation comme la terre; elles ont, comme elle, des taches, des inégalités, des montagnes; il y en a trois qui ont des satellites, & la terre en est une; Jupiter est aplati comme la terre; enfin, il n'y a pas un seul caractere visible de ressemblance qui ne s'observe réellement entre les planètes & la terre: est-il possible de supposer que l'existence des êtres vivans & pensans soit restreinte à la terre; sur quoi seroit fondé ce privilege, si ce n'est peut-être sur l'imagination étroite & timide de ceux qui ne peuvent s'élever au-delà des objets de leurs sensations immédiates? Ce que je dis des six planètes qui tournent autour du soleil, s'étendra naturellement à tous les systêmes planétaires qui environnent les étoiles; chaque étoile paroît être, comme le soleil, un corps lumineux & immobile: si le soleil est fait pour retenir & éclairer les planètes qui l'environnent, on doit présumer la même chose des étoiles; & si l'on suppose que l'existence des habitans de la terre ait quelque rapport nécessaire avec celle du globe terrestre, on doit supposer des habitans dans les autres planètes.

979. Il y a eu des écrivains aussi timides que religieux, qui ont reprouvé ce systême comme contraire à la Religion; c'étoit mal soutenir la gloire du Créateur: si l'étendue de ses ouvrages annonce sa puissance, peut-on en donner une idée plus magnifique & plus sublime? Nous voyons à la vue simple, plusieurs milliers d'étoiles; il n'y a aucune région du ciel où une lunette ordinaire n'en fasse voir presque autant que l'œil en distingue dans tout un hémisphère; quand nous passons à de grands télescopes, nous découvrons un nouvel ordre de choses, & une autre multitude d'étoiles qu'on ne soupçonnoit pas avec les lunettes; & plus les instrumens sont parfaits, plus cette infinité de nouveaux mondes se multiplie & s'étend; l'idée perce au-delà du télescope, & découvre une nouvelle multitude de mondes, infiniment plus grande que celle dont nos foibles yeux appercevoient la trace; l'imagination va plus loin, elle cherche inutilement des bornes; quel étonnant spectacle!

LIVRE XII.

De la Pesanteur, ou de l'Attraction des Planètes.

La pesanteur est cette force que nous éprouvons à chaque instant, par laquelle tous les corps tiennent au globe de la terre, & y retombent d'eux-mêmes aussi-tôt qu'on les en éloigne & qu'ils sont libres.

980. Cette pesanteur est l'effet d'une force universelle répandue dans toute la Nature, & qui réside dans tous les corps aussi bien que dans le globe de la terre, comme nous le démontrerons bientôt (989); mais il faut commencer par examiner ses effets sur la terre, avant de la considérer dans le reste de l'univers.

981. Le premier phénomène qu'on observe dans la pesanteur des corps terrestres, c'est la vîtesse avec laquelle ils tombent vers la terre: tous les corps, grands ou petits, quels que soient leur étendue, leur volume, leur densité & leur masse, commencent à tomber avec une vîtesse de 15 pieds par seconde (ou plus exactement 15,05 15, sous l'équateur); mais après avoir parcouru 15 pieds dans la premiere seconde de temps, ils en parcourent trois fois autant dans la suivante, cinq fois autant dans la troisieme; les espaces parcourus sont comme les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9, &c. Galilée reconnut le premier cette loi, confirmée ensuite par toutes les expériences.

982. De-là il résulte évidemment que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps; car le corps qui n'avoit parcouru qu'une perche à la fin de la premiere seconde, se trouve en avoir parcouru quatre au bout de deux secondes, neuf après trois secondes, seize, &c. donc les espaces parcourus dans la chûte des corps sont comme les carrés 1, 4, 9, 16 des temps 1, 2, 3, 4, que la chûte a duré.

983. Ce fait qui est prouvé par expérience est indiqué par la nature même de la chose; la gravité étant une force continue, agit sans interruption sur le corps qui y est soumis, pendant la durée de sa chûte; dès-lors les espaces qu'elle lui fait parcourir doivent être comme les carrés des temps. En effet, exprimons les instans que dure la chûte par les portions d'une ligne BK (*fig.* 122), croissante également, & divisée en parties égales BG, GM; les vîtesses du corps qui tombe croissent dans la même proportion, puisque à chaque instant il survient un nouveau degré de vîtesse égal au précédent, qui ne le détruit point, mais qui se joint avec lui; ces vîtesses peuvent donc s'exprimer légitimement par les ordonnées GH, KL du triangle, puisque ces ordonnées croissent uniformément, ou comme les temps BG, BK. Les espaces parcourus à chaque instant doivent être d'autant plus grandes que l'instant est plus long & la vîtesse plus grande; mais puisque les instants sont exprimés par BG ou BK, & les vîtesses par GH ou par KL, la valeur absolue des espaces parcourus pourra être exprimée par le produit des lignes BG & GH, ou par celui des lignes BK & KL, c'est-à-dire, dans chaque cas par la surface du triangle; mais la surface du petit triangle est à celle du grand, comme le carré de BG est à celui de BK; donc les espaces parcourus sont comme les carrés des temps.

984. Les espaces étant comme les carrés des temps, & les vîtesses comme les temps pendant lesquels elles ont été acquises, les espaces sont comme les carrés des vîtesses; donc les vîtesses sont comme les racines des espaces parcourus, c'est-à-dire, des hauteurs d'où les graves doivent tomber pour acquérir ces vîtesses. On peut dire également que les vîtesses sont comme les racines des hauteurs doubles, c'est-à-dire, des espaces qui seroient parcourus uniformément avec les mêmes vîtesses acquises.

985. On doit étendre cette proposition à toute force attractive constante, c'est-à-dire, à toute force qui agit uniformément, constamment & sans interruption; les espaces parcourus sont nécessairement alors comme les carrés des temps; on fait souvent usage de cette remarque, on suppose toujours que si f est la force, dt le petit intervalle de temps, & de le petit espace, on doit avoir $fdt^2 = de$; ainsi pour comparer la force

d'une planète quelconque avec la force que la terre exerce sur les corps graves, f étant supposée la force accélératrice d'une autre planète, comme la lune, ensorte que f soit $\frac{1}{76}$ de la force de la terre, à pareille distance, & dt un nombre de secondes comme 4'', on aura l'espace que cettte force f feroit parcourir en 4'' égal à $fdt^2 = \frac{1}{76}. 16$, ou $\frac{16}{76}$ des 15 pieds que la terre fait parcourir aux corps terrestres (981). Si la force n'est pas constante & uniforme, l'augmentation de la vitesse est à chaque moment en raison composée de la force, & du temps pendant lequel cette force s'exerce.

986. De ce que toutes les forces accélératrices constantes font parcourir des espaces qui sont comme les carrés des temps, j'ai aussi conclu que les équations séculaires doivent être comme les carrés des temps (455), & cela suit des mêmes raisonnemens; car si la cause agit toujours également, & que son effet ne soit jamais détruit, cet effet croîtra comme les carrés des temps.

987. La même loi s'observe dans les mouvemens célestes; une planète ne se meut dans une orbite, que parce qu'elle est sans cesse retenue par une force centrale (479 & suiv.); aussi l'écart de la tangente, ou la petite ligne AB (*fig.* 123) qui marque l'effet de la force centrale, & la quantité dont cette force retire la planète du mouvement rectiligne PA, est comme le carré des temps, qui sont exprimés par les petits arcs décrits, tels que PB; c'est ce que nous allons démontrer dans le lemme suivant.

988. Le sinus verse AE (*fig.* 124), d'un arc infiniment petit AP est égal à $\frac{AP^2}{AD}$; car par la propriété connue du cercle, $EP^2 = AE. ED$, donc $AE = \frac{EP^2}{ED}$, mais ED ou ED + EA, c'est-à-dire, AD, sont absolument la même chose, puisque AE est infiniment petit, donc $AE = \frac{EP^2}{ED}$. A la place de EP nous pouvons mettre l'arc AP qui n'en diffère que d'un infiniment petit du troisieme ordre, donc nous aurons $AE = \frac{AP^2}{DA}$; c'est-

993. Képler ayant une fois conçu que la lune étoit attirée par la terre, & considérant que chaque planète a sa pesanteur (989), devoit en conclure que la lune attiroit aussi la terre; mais en considérant les eaux de la mer qui se soulevent tous les jours quand la lune passe au méridien, il ne douta plus que ce ne fût-là un effet de l'attraction lunaire.

C'est sur-tout dans sa nouvelle physique céleste (468) que Képler s'exprime sur la gravité, d'une façon bien remarquable pour ce temps-là. Il voyoit d'une manière frappante & lumineuse pour lui, toutes les planètes assujetties au soleil, & la lune à la terre, comme les corps terrestres que nous avons continuellement sous les yeux; il sentoit que l'attraction étoit générale entre tous les corps de l'univers; que deux pierres se réuniroient par leur attraction mutuelle si elles étoient hors de la sphère d'activité de la terre; que les eaux de la mer s'éléveroient vers la lune si la terre ne les attiroit, & que la lune retomberoit vers la terre sans la force avec laquelle elle décrit son orbite.

La comparaison entre les attractions célestes & celle de l'aimant paroissoit d'autant plus naturelle à Képler, que Gilbert, Physicien Anglois, venoit de faire voir en 1600 que le globe de la terre étoit comme une espece de grand aimant. *Perbellum equidem attigi exemplum magnetis, & omnino rei conveniens, ac parum abest quin res ipsa dici possit. Nam quid ego de magnete tanquam de exemplo? Cùm ipsa tellus, Gulielmo Gilberto, Anglo, demonstrante, magnus quidam sit magnes* (*cap.* 34, *p.* 176).

994. La lecture des ouvrages de Képler suffisoit pour persuader aux savans, que cette attraction de la matiere étoit universelle; aussi voyons-nous qu'en Angleterre & en France, même avant Newton, plusieurs auteurs en parlèrent disertement.

On trouve dans Fermat le passage suivant: (*Var. op. Math. pag.* 24) „ La commune opinion est que la „ pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même „ qui tombe; d'autres sont d'avis que la descente „ des corps procède de l'attraction d'un autre corps „ qui attire celui qui descend, comme la terre. Il y a „ une troisieme opinion *qui n'est pas hors de vraisemblance*, „ que c'est une attraction mutuelle entre les corps, causée „ par un desir naturel que les corps ont de s'unir en-

„ semble, comme il est évident au fer & à l'aimant, „ lesquels sont tels que si l'aimant est arrêté, le fer ne „ l'étant pas l'ira trouver, & si le fer est arrêté, l'aimant „ ira vers lui; & si tous deux sont libres ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, ensorte toute „ fois que le plus fort des deux fera le moins de „ chemin".

995. Bacon, dans ce livre fameux qui a pour titre *Instauratio magna* ou *Novum organum* (*Liv. II. art.* 36, 45 & 48), parle souvent de l'attraction magnétique de la terre sur les corps graves, de la lune sur les eaux de la mer, du soleil sur Mercure & Vénus; il propose des expériences propres à vérifier ces attractions; & quoiqu'il m'ait paru à la lecture de cet ouvrage que l'auteur n'étoit point au fait de l'astronomie, on voit cependant que ce qu'il dit des attractions célestes étoit propre à fournir des idées très lumineuses & très physiques sur la gravité universelle.

Galilée reconnoissoit aussi cette sympathie de la lune avec la terre: Hévélius attribuoit au soleil une force semblable à l'occasion des comètes.

L'attraction générale étoit sur-tout le principe fondamental du livre que Roberval publia en 1644, intitulé *Aristarchi Samii de mundi systemate liber*; il attribue à toutes les parties de matiere dont l'univers est composé, la propriété de tendre les unes vers les autres; c'est pour cela, dit-il, qu'elles se disposent sphériquement, non par la vertu d'un centre, mais par leur attraction mutuelle, & pour se mettre en équilibre les unes avec les autres.

996. On voit encore l'attraction mutuelle de tous les corps célestes indiquée d'une maniere positive dans un livre du Docteur Hook que j'ai cité (765). „ J'expliquerai, dit-il, (*p.* 27,) un systême du monde qui „ differe à plusieurs égards, de tous les autres, mais „ qui s'accorde parfaitement avec les regles ordinaires „ de la mécanique; il est fondé sur ces trois suppositions: 1o. Que tous les corps célestes, sans en excepter aucun, ont une attraction ou gravitation vers „ leur propre centre, par laquelle, non-seulement ils „ attirent leurs propres parties & les empêchent de „ s'écarter, comme nous le voyons sur la terre; mais „ attirent encore les autres corps célestes qui sont dans

„ la sphère de leur activité. . . . . 2°. Que tous les „ corps qui ont reçu un mouvement simple & direct, „ continuent à se mouvoir en ligne droite jusqu'à ce que „ par quelqu'autre force effective ils en soient détournés „ & forcés à décrire un cercle, une ellipse ou quel„ qu'autre courbe composée. 3°. Que les forces at„ tractives sont d'autant plus puissantes dans leurs opéra„ tions, que le corps sur lequel elles agissent est plus „ près de leur centre. Pour ce qui est de la *proportion*, „ suivant laquelle ces forces diminuent à mesure que la „ distance augmente, j'avoue que je ne l'ai pas encore „ vérifiée.... Je donne cette ouverture à ceux qui ont „ assez de loisir & de connoissances pour cette recher„ che". Cette loi qu'il proposoit de trouver, fut précisément celle que chercha Newton; aussi voyons-nous qu'il cite le Docteur Hook, au commencement de son livre *de Mundi Systemate*, (*Newtoni Opuscula*, 1744, *II*, 6). *Voyez* la traduction de Newton par Madame du Châtelet, & l'*Histoire des Math.* de M. Montucla, 1758, tom. II, pag. 527.

Il ne manquoit donc plus à l'attraction qu'un Géomètre qui découvrît la loi suivant laquelle elle décroît, Pythagore l'avoit connue comme l'observe Gregori dans la préface de ses élémens d'astronomie; mais elle étoit oubliée, elle n'étoit point démontrée, il falloit la découvrir de nouveau & sur-tout la démontrer, & Newton étoit plus que personne en état de le faire; s'il n'eût pas trouvé cette loi, je crois qu'avant la fin du dernier siecle d'autres Géomètres l'auroient apperçue, les choses étoient trop avancées pour qu'on pût l'ignorer plus long-temps; mais Newton en eut la gloire. Je vais tracer l'histoire de cette découverte, en traduisant un passage d'Henri Pemberton, contemporain & ami de Newton.

997. „ Les premieres idées qui donnerent naissance au „ livre des principes de Newton, lui vinrent en 1666, „ lorsqu'il eut quitté Cambridge à l'occasion de la peste. „ Il se promenoit seul dans un jardin, méditant sur la „ pesanteur, & sur ses propriétés: cette force ne dimi„ nue pas sensiblement quoiqu'on s'éleve au sommet des „ plus hautes montagnes; il étoit donc naturel d'en con„ clure que cette puissance devoit s'étendre beaucoup „ plus loin. Pourquoi, disoit-il, ne s'étendroit-elle pas



» jusqu'à la lune? Mais si cela est, il faut que cette pe-
» santeur influe sur le mouvement de la lune; peut-être
» sert-elle à retenir la lune dans son orbite? Et quoique
» la force de la gravité ne soit pas sensiblement affoiblie
» par un petit changement de distance, tel que nous pou-
» vons l'éprouver ici-bas, il est très-possible que dans
» l'éloignement où se trouve la lune, cette force soit
» fort diminuée. Pour parvenir à estimer quelle pouvoit
» être la quantité de cette diminution, Newton songea
» que si la lune étoit retenue dans son orbite par la for-
» ce de la gravité, il n'y avoit pas de doute que les pla-
» nètes principales ne tournassent autour du soleil en
» vertu de la même puissance. En comparant les pério-
» des des différentes planètes avec leurs distances au so-
» leil, il trouva que si une puissance semblable à la gra-
» vité les retenoit dans leurs orbites, la force devroit di-
» minuer en raison inverse du carré de la distance (1012).
» Il supposa donc que le pouvoir de la gravité s'étendoit
» jusqu'à la lune & diminuoit dans le même rapport, & il
» calcula si cette force seroit suffisante pour retenir la lu-
» ne dans son orbite. Il faisoit ces calculs dans un temps
» où il n'avoit point sous sa main les livres qui lui au-
» roient été nécessaires; & il supposoit, suivant l'estime
» commune employée par les Géographes & par nos Ma-
» rins, avant la mesure de la terre faite par Norwood
» (800), que 60 milles d'Angleterre faisoient un degré
» de latitude sur la terre; mais comme cette supposition
» étoit très-défectueuse, (puisque chaque degré doit
» contenir 69½ milles), le calcul ne répondit point à son
» attente; il crut alors qu'il y avoit au moins quelqu'au-
» tre cause jointe à la pesanteur qui agit sur la lune, &
» il abandonna ses recherches sur cette matiere. Quel-
» ques années après, une lettre du Docteur Hook lui fit
» rechercher quelle est la vraie courbe décrite par un
» corps grave qui tombe, & qui est entraîné par le mou-
» vement de la terre sur son axe. Ce fut une occasion
» pour Newton de reprendre ses premieres idées sur la
» pesanteur de la lune. Picard venoit de mesurer en Fran-
» ce le degré de la terre (802), & en se servant de ses
» mesures, il vit que la lune étoit retenue dans son or-
» bite par le seul pouvoir de la gravité (1014), d'où il
» suivoit que cette gravité diminuoit en s'éloignant du

„ centre de la terre, de la même manière que notre au-
„ teur l'avoit autrefois conjecturé. D'après ce principe,
„ Newton trouva que la ligne décrite par la chûte d'un
„ corps étoit une ellipse dont le centre de la terre occu-
„ poit un foyer; or les planètes principales décrivent
„ aussi des ellipses autour du soleil (468); il eut donc la
„ satisfaction de voir que cette solution, qu'il avoit en-
„ treprise par pure curiosité, pourroit s'appliquer aux
„ plus grandes recherches. En conséquence, il composa
„ une douzaine de propositions relatives au mouvement
„ des planètes principales autour du soleil. Plusieurs an-
„ nées après, le Docteur Halley étant allé voir Newton
„ à Cambridge, l'engagea dans la conversation à repren-
„ dre ses méditations à ce sujet, & fut l'occasion du
„ grand Ouvrage des *Principes* qui parut en 1687, (*a*
„ *Wiew of Sir Isaac Newton's Philosophy*, London 1728
„ *in*-4°. *Préface*)".

998. J'ajouterai que Newton avoit dès-lors sous les yeux plusieurs indications de cette attraction; la diminution du pendule observée à Cayenne (805); l'applatissement de Jupiter; la libration ou le balancement de l'apogée de la lune indiquée par l'observation des diamètres de la lune que Picard & Auzout avoient mesurés avec leurs nouveaux micromètres; tout cela formoit des indices de l'attraction.

Depuis ce temps-là les effets de cette force ont été si bien reconnus que cette attraction universelle des planètes, la tendance réciproque de l'une à l'autre, a été prouvée par les faits de tant de façons différentes; elle se retrouve dans des circonstances si éloignées; enfin toutes les conséquences qu'on en tire sont si bien d'accord avec les phénomènes, qu'il n'est plus possible de la révoquer en doute.

999. Voici une énumération succinte des phénomènes observés, qui chacun séparément suffiroit pour prouver l'attraction, quand on ignoreroit tous les autres, & qui fournissent au moins quinze espèces de preuves différentes de cette attraction universelle. I. Le flux & le reflux de la mer, qui fournit deux fois le jour la preuve la plus palpable & la plus frappante, pour tous les yeux, de l'attraction lunaire, & dont tous les phénomènes s'accordent réellement avec le calcul des attractions du soleil

& de la lune, comme nous l'expliquerons bientôt (1082). II. Les inégalités de la lune qui dépendent visiblement du soleil (563). III. Le mouvement des planètes autour du soleil (479), avec cette loi que les cubes des distances sont comme les carrés des temps (1052). IV. La figure elliptique des orbites de la lune autour de la terre, de toutes les planètes, & même des comètes autour du soleil. V. La précession des équinoxes (1064). VI. La nutation de l'axe de la terre, produite par l'action de la lune (1069). VII. Les inégalités que Jupiter, Saturne & toutes les planètes éprouvent dans leurs différentes positions. VIII. Les inégalités prodigieuses de la comète de 1759, dont la dernière révolution s'est trouvée de 585 jours plus longue que la précédente, suivant le calcul des attractions de Jupiter & de Saturne (921). IX. L'aplatissement de Jupiter & de la terre (1074). X. L'attraction des montagnes sur le pendule (822). XI. Le changement de latitude & de longitude des étoiles fixes (757). XII. La diminution de l'obliquité de l'écliptique (758). XIII. Les mouvemens des apsides des planètes (514), sur-tout de l'apogée de la lune (559), qui s'observe incontestablement dans le ciel. XIV. Le mouvement des nœuds de toutes les planètes (518), sur-tout des nœuds de la lune, qui est si considérable & si sensible que dans neuf ans l'orbite de la lune se renverse, & qu'elle passe à 10° des étoiles qu'elle couvroit auparavant (568). XV. Les inégalités des satellites de Jupiter. (845).

De ces quinze espèces de phénomènes, la plupart sont inexpliquables dans le systême des tourbillons & du plein, & c'est avoir démontré d'une manière complète l'impossibilité du systême des Cartésiens, que d'avoir prouvé l'existence de ces phénomènes & la manière dont ils résultent de l'attraction. Il ne peut y avoir actuellement un Géomètre ou un seul Astronome passablement instruit des phénomènes & des nouvelles théories, qui croie encore aux systêmes des tourbillons & du plein, ou qui rejette l'attraction Newtonienne.

1000. Plusieurs Physiciens célèbres se sont efforcés d'expliquer la loi universelle de l'attraction, par une cause impulsive, par un fluide, par le mouvement des atô-

mes, &c. (*a*). Mais en seroit-on plus avancé? il resteroit à expliquer la cause de ce mouvement primitif, or les causes premières sont au-dessus de notre entendement.

Pour moi je pense avec M. de Maupertuis & la plupart des Métaphysiciens Anglois, que l'attraction dépend d'une propriété intrinsèque de la matière. Si cette propriété étoit métaphysiquement impossible, dit M. de Maupertuis (*b*), „ les phénomènes les plus pressans de „ la nature ne pourroient pas la faire recevoir; mais si „ elle ne renferme ni impossibilité, ni contradiction, on „ peut librement examiner si les phénomènes la prouvent „ ou non; car dès-lors l'attraction n'est plus qu'une ques- „ tion de fait, & c'est dans le systême de l'univers qu'il „ faut aller chercher si elle est un principe qui ait effec- „ tivement lieu dans la nature. Or certainement il n'y a „ point d'impossibilité métaphysique ni de contradiction „ dans la loi de l'attraction; c'est-à-dire, que rien ne „ démontre la proposition contradictoire: *Les corps cé-* „ *lestes ne s'attirent point.* Je me flatte qu'on ne m'ob- „ jectera pas que cette propriété dans les corps, de pe- „ ser les uns vers les autres, est moins concevable que „ celles que tout le monde y reconnoît. La manière „ dont les propriétés résident dans un sujet est toujours „ inconcevable pour nous; on ne s'étonne point de voir „ un mouvement communiquer ce mouvement à d'autres „ corps, l'habitude qu'on a de voir ce phénomène em- „ pêche qu'on en voie le merveilleux; mais au fond la „ force impulsive est aussi peu concevable que l'attrac- „ tive. Qu'est-ce que cette force impulsive? comment „ réside-t-elle dans les corps? Qui eût pu deviner „ qu'elle y réside, avant que d'avoir vu les corps se „ choquer?

„ L'existence des autres propriétés dans les corps „ n'est pas plus aisée à concevoir, & nous sommes par- „ tout obligés de supposer des loix primitives, dont „ nous

(*a*) Voyez sur-tout l'*Essai de Chymie Mécanique*, par M. le Sage, Citoyen de Genève, qui a remporté le prix de l'Académie de Rouen, & la lettre du même auteur, dans le Mercure de Mai 1756.

(*b*) Discours sur les différentes figures des Astres, par M. *de Maupertuis*, 1732. in-8°.

„ nous ne connoissons ni la cause, ni l'origine; leur „ existence est la seule chose qui soit du ressort de l'esprit humain, mais sur-tout de la géométrie".

1001. Supposons donc l'existence de l'attraction universelle, & cherchons les effets qui doivent en résulter; leur accord avec les phénomènes observés & connus, nous fera voir par-tout la certitude & l'évidence de cette loi.

Nous supposerons, comme on a coutume de le faire, que l'attraction est proportionnelle à la masse ou à la quantité de matière qui attire; on ne peut pas le démontrer par les faits, car nous ne pouvons juger de la quantité de matière que par le poids ou l'attraction; mais à moins qu'on ne pût démontrer le contraire, il est très-naturel de supposer que chaque particule est douée de la même propriété; c'est-à-dire, que l'attraction de deux particules sera double de l'effet d'une seule, & qu'en général l'attraction est proportionnelle à la matière qui attire.

La force avec laquelle une planète est attirée ne dépend point de la masse de cette planète attirée; car si une seule particule de matière est attirée avec une force *f*, toutes les particules que vous placerez près d'elle seront attirées chacune avec la même force *f*; il n'y a aucune raison pour que la seconde soit attirée moins que la première; & la présence de la seconde ne change rien à la force qui agissoit sur la première; donc la force attractive ne dépend que de la masse qui attire, & non pas de celle qui est attirée.

1002. Il y a dans la géométrie nouvelle des expressions abrégées, qu'un usage fréquent dispense les Géomètres d'expliquer, mais qui embarrassent néanmoins ceux qui entrent dans la carrière; telle est l'expression qu'on emploie en disant que $\frac{S}{r^2}$ est la force que le soleil, dont la masse est supposée S, exerce à la distance *r* sur une planète quelconque; il s'agit d'une force attractive, & on la suppose égale à une masse S divisée par le carré d'une distance *r*; or les forces, les masses & les distances sont des choses fort hétérogènes & de natures fort différentes; on ne voit pas d'abord comment il peut y avoir égalité entre des choses si disparates.

Pour le concevoir, il faut considérer que quand on est convenu du choix des unités, toutes les autres quantités de même espèce peuvent être prises pour des fractions de ces mêmes unités, & que des fractions égales n'expriment qu'une proportion réduite en équation. On ne calcule l'effet d'une force qu'en la comparant avec une autre force; ainsi en prenant la terre pour terme de comparaison, la masse S du soleil étant supposée 365412 fois plus considérable que celle de la terre, & son rayon r 113 fois plus grand que le rayon de la terre, $\frac{S}{r^2}$ sera $\left(\frac{365412}{(113)^2}\right) = 29$ à peu-près; cela veut dire que l'attraction du soleil sur les corps solaires placés à sa surface est 29 fois plus grande que celle de la terre sur les corps terrestres, & qu'au lieu de parcourir 15 pieds en une seconde (981. 1009), ils en parcourent 434; car la masse seule à distance égale feroit parcourir 5500000 pieds, mais à une distance 113 fois plus grande l'attraction agit 12720 fois moins (1012), donc le soleil fera parcourir vers sa surface 434 pieds par seconde, au lieu de 15, & la force $\frac{S}{r^2}$ vaut 29 en supposant que celle de la terre est l'unité.

1003. Si l'on cherche les dérangemens que la force du soleil cause à la lune, c'est en examinant le rapport qu'il y a entre la force du soleil pour tirer la lune de son orbite, & la force de la terre pour l'y retenir, ou la quantité dont la force du soleil peut balancer ou contrarier celle-ci. En faisant cette comparaison des forces, on prend pour unité la masse d'une planète & l'on exprime les autres masses en parties de cette unité; on prend aussi une distance pour unité & l'on exprime toutes les autres distances en unités ou en fractions de cette première distance, c'est-à-dire, qu'on compare une fraction avec une autre. Par exemple, on peut faire cette proportion, la force du soleil sur la lune, que nous appellerons S, est à la force de la terre sur la lune dans sa moyenne distance, en raison composée de la masse du soleil à la masse de la terre, & du carré de la distance moyenne de la lune à la terre, au carré de la distance moyenne du soleil à la lune, c'est-à-dire, comme la masse du soleil divisée par le carré de sa distance à la lune, ou par r^2, est à la



masse de la terre divisée par le carré de sa distance moyenne à la lune. Prenons pour l'unité des masses, la masse de la terre; pour unité des distances, celle de la lune à la terre, & pour unité des forces, celle que la terre exerce sur la lune dans ses moyennes distances. Alors la proportion précédente donnera pour la force du soleil sur la lune l'expression $\frac{S}{r^2}$.

1004. Lorsqu'il s'agit des troubles qu'une planète éprouve par l'attraction d'une autre, on emploie les mêmes expressions; par exemple, la masse du soleil qui est 1, retient la terre dans son orbite à une distance qui est 1. Jupiter trouble cette action avec une masse environ 1000 fois plus petite que celle du soleil (1020); ainsi sa masse ou sa force peut s'appeller $\frac{1}{1000}$; & comme il agit encore à une distance environ 5 fois plus grande que le soleil (450), son action est 25 fois plus petite que celle du soleil; ainsi il faut encore rendre 25 fois plus petite la force $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire, qu'il faut écrire $F = \frac{1}{25000}$, pour avoir la force de Jupiter sur la terre; cette force n'est autre chose qu'une vingt-cinq millième partie de la force du soleil sur la terre; c'est la force dont on cherche l'effet par le calcul intégral en résolvant le problème des trois corps, c'est-à-dire, que l'on cherche combien le mouvement de la terre doit être altéré par une force qui est à chaque instant $\frac{1}{25000}$ de celle qui retient la terre dans son orbite, mais dont la direction varie continuellement.

DE LA FORCE CENTRALE DANS LES ORBITES CIRCULAIRES.

1005. Les orbites des planètes sont des ellipses (468), mais les loix de l'attraction auroient lieu de la même manière dans les mouvemens circulaires, car les cercles sont aussi des ellipses dont l'excentricité est infiniment petite; & comme la considération des orbites circulaires est beaucoup plus facile, je m'en tiendrai à celle-ci. Soit une planète P (*fig.* 123), qui décrit autour du soleil S l'orbite circulaire P E B, à raison de la force ou de l'attraction du soleil, & se courbe en B, au lieu de suivre la ligne droite P A (479). C'est un principe reconnu qu'un

corps en mouvement continue de se mouvoir sur une même ligne droite, s'il ne rencontre aucun obstacle, & qu'un corps mû circulairement s'échappe par la tangente aussi-tôt qu'il cesse d'être contraint & assujetti à tourner dans le cercle (479); ainsi la planète décriroit PA si elle n'étoit forcée par l'attraction du centre S à descendre de A en B; donc AB est l'effet ou la mesure de la force centripete, pendant le temps que mesure l'arc PEB; cela est également vrai quelle que soit la nature de cet arc PB, circulaire, parabolique, &c. puisque c'est la quantité dont la planète est détournée de la ligne droite, ou approchée du centre, & qu'elle seroit également rapprochée si la planète destituée de toute force de projection eût descendu directement vers le soleil: la force de projection perpendiculaire au rayon solaire ne peut empêcher que l'attraction du soleil n'ait tout son effet, ne lui étant pas opposée.

1006. En effet, si la planète P n'avoit reçu aucun mouvement de projection de P en A, ou que ce mouvement qui tend à lui faire parcourir PA vînt à être détruit, la planète P livrée à la seule force centrale qui agit de P en S descendroit avec la même vîtesse PC égale à BG ou à BA: car si l'on conçoit le côté PB de la courbe comme infiniment petit, il sera la diagonale du parallélogramme CA; BA est l'espace que feroit décrire la force centrale si elle agissoit seule, donc le sinus verse PC de l'arc PEB décrit en une seconde de temps exprime la force centrale, dont il est l'effet. Le sinus verse est comme le carré de l'arc PB (988), donc la force centrale est comme le carré de la vîtesse, c'est-à-dire, que pour retenir une planète dans la même orbite, si la vîtesse doubloit il faudroit une force quadruple.

1007. La quantité BA est aussi l'effet de la force centrifuge, c'est-à-dire, de la force par laquelle les corps qui tournent autour d'un centre tendent à s'en écarter (479); puisque c'est l'espace que le corps parcourroit en s'éloignant du centre S s'il étoit libre: or BA $= \frac{CB^2}{2CS} = \frac{BP^2}{2PS}$ (988); donc le mouvement cir[illegible] produit une force centrifuge qui est égale au [illegible]e la vitesse, divisé par le diamètre du cercle, [illegible]

la force de projection étant prise pour unité; ainsi la force centrifuge, aussi bien que la force centripete, est comme le carré de la vîtesse.

On emploie pour exprimer la vîtesse d'une planète un arc infiniment petit, parce que c'est le seul qui soit parcouru uniformément, & que l'uniformité est nécessaire pour la mesure du mouvement. Or un arc infiniment petit ne se courbe que d'un infiniment petit du second ordre AB ou BG, ainsi la force centrale ne peut être exprimée que par un infiniment petit du second ordre, ce qui prouve la nécessité des secondes différences & du calcul infinitésimal pour ces sortes de recherches.

1008. Si l'on examine les forces centrifuges des différentes parties d'une sphère qui tourne sur son axe, on verra qu'elles sont proportionnelles aux rayons de chaque parallèle; car la vîtesse de chaque partie est alors comme le rayon du cercle qu'elle décrit, c'est-à-dire, que PB est proportionnel à PS, donc la force centrifuge est proportionnelle à $\frac{PS^2}{aPS}$, c'est-à-dire, à PS, qui devient l'ordonnée parallèle au grand axe de l'ellipse du méridien, quand on suppose la terre aplatie.

1009. La force centrifuge sous l'équateur de la terre est $\frac{1}{287}$ de la pesanteur qu'on y éprouve, car cette pesanteur fait parcourir en une seconde de temps moyen 15,051 pieds (981); la force centrifuge est mesurée par le petit écart de la tangente, qui pour un arc de 15″, est suivant les tables des sinus = 0,0000000026444249; il faut les augmenter dans le rapport du carré des heures solaires moyennes & des heures du premier mobile, ou de la rotation de la terre, qui sont plus courtes que les heures solaires (349); & multiplier par le rayon de la terre (802) réduit en lignes; on aura 7 lignes 5581, qui sont contenus 286,77 fois dans les 15 pieds que les corps parcourent en tombant, & environ 288 fois dans l'espace total que les corps graves décriroient sous l'équateur, sans la force centrifuge.

Ainsi un corps qui se trouveroit dégagé de la force de pesanteur, s'échapperoit à l'instant par la tangente, & s'éloigneroit de 7 lignes de la surface de la

terre dans la première seconde ; & cette tendance à s'échapper, qui vient de la rotation de la terre, diminue de $\frac{1}{2 8 8}$ la pesanteur qui auroit lieu sous l'équateur. De-là il suit que si les corps graves parcourent en une seconde 15,0515 pieds par seconde, ils en parcourroient sans le mouvement de rotation 15,104.

1010. Quand on s'éloigne de l'équateur, cette force centrifuge diminue dans le même rapport que la grandeur des parallèles diminue, c'est-à-dire, comme le cosinus de la latitude, quand on la considère dans le plan de chaque parallèle (1008) ; mais elle diminue comme le carré du cosinus de la latitude, quand on la considère dans la direction du centre de la terre ; soit TA (*fig.* 124) l'axe de la terre, PG l'effet de la force centrifuge sous le parallèle PE, & qui est proportionnel à PE ; cette force suivant PG décomposée dans la direction GT devient plus petite encore dans le rapport du sinus de AP au sinus total, ou de PE à PT, à cause des triangles semblables GPD, PET ; donc cette force centrifuge GD est à la force qui a lieu sous l'équateur, comme $PE^2 : PT^2$.

1011. Cette force centrifuge diminue celle de la pesanteur, & par conséquent rend la longueur du pendule à secondes plus petite qu'elle ne seroit si la terre étoit immobile ; par exemple, il faut ajouter une ligne $\frac{53}{100}$ à la longueur du pendule à secondes, observée sous l'équateur, pour avoir celle qui s'observeroit si la terre étoit immobile. Sous une latitude de 60° où le parallèle n'est que la moitié de l'équateur, la quantité qu'il faut ajouter au pendule observé n'est que le quart de 1 lig. 53 ou 0 lig., 38, & si l'on multiplie 1 lig. 53 par le carré du cosinus de la latitude, on aura la correction pour toute autre latitude (M. Bouguer, *fig. de la Terre*, *pag.* 346) ; & de-là vient une partie de la différence qu'on a vue ci-dessus dans la longueur du pendule.

1012. LA FORCE *centrale qui retient les planètes dans leurs orbites est en raison inverse du carré de la distance.*

DÉMONSTRATION. La première preuve que Newton apperçut de cette fameuse loi (997), est celle qui se tire de la loi de Képler (469) ; le Docteur Hook avoit compris que la pesanteur devoit diminuer à mesure qu'on s'éloignoit du centre des graves ; il avoit proposé aux

Géomètres de trouver suivant quelle proportion cette force devoit diminuer (996). Newton avoit eu la même idée, au rapport de Pemberton. Voici la manière dont je crois qu'il dut s'y prendre pour chercher cette proportion, par le moyen de la loi de Képler, & reconnoître, par exemple, que la force du soleil pour retenir Saturne dans son orbite est cent fois plus petite que la force avec laquelle le soleil retient la terre dans la sienne ; la distance de Saturne étant dix fois plus grande que la distance de la terre. J'ai fait voir comment Képler découvrit cette loi, d'où nous allons partir (469) ; ainsi je crois qu'il ne manquera rien à l'Histoire de cette grande & importante découverte de l'attraction.

Je vais d'abord faire voir en nombres comment cette proportion s'apperçoit & se vérifie dès qu'on a la loi de Képler. Soient deux orbites circulaires & concentriques PB, TV, (*fig.* 123), dans lesquelles tournent deux planètes ; par exemple, Saturne & la terre ; supposons les arcs PB & TV infiniment petits & semblables, c'est-à-dire, compris entre les rayons STP, SVB ; ces arcs PB & TV seroient parcourus en temps égaux, si les révolutions des deux planètes étoient égales ; mais la planète supérieure P ayant une révolution 30 fois plus lente que la terre T, ne décrira qu'un arc PE ; tandis que la terre décrira l'arc TV ; alors PD sera l'effet de la force centrale que le soleil exerce sur cette planète, tandis que TR est l'effet de la force centrale qu'il exerce sur la terre T (1006) ; & nous n'avons à chercher que le rapport de PD à TR. On voit que PE évalué en degrés est 30 fois moindre que PB, donc PD est 900 fois moindre que PC (988) ; mais si la distance SP est 9 ou 10 fois plus grande que ST, comme nous l'apprenons par la loi de Képler, PC est aussi plus grand que RT 9 ou 10 fois, donc PD est seulement 100 fois plus petit que RT, or 100 est le carré de 10 qui est la distance de Saturne, donc la force centrale diminue comme le carré de la distance.

Pour prouver cette proposition plus généralement, j'observe que suivant la proposition démontrée (988), PD : PC :: PE^2 : PB^2 ; mais la planète supérieure auroit parcouru *PB*, si la durée de sa révolution que j'appelle *t*, étoit égale à la durée 1 de la révolution de la terre ; donc *PE* : *PB* :: 1 : *t* : ainsi

[illegible] $PD = \frac{PC}{t2}$. Or $PC : TR :: PS : TS$ :: [illegible] & TV font femblables, donc $PD =$ [illegible] $PD = \frac{PC}{t2}$, il eft auffi $= \frac{r\,TR}{t2}$, donc $\frac{PD}{TR}$ [illegible] la loi de Képler (469) $t : 1 :: r3 : 1$; ou [illegible] $\frac{PD}{TR} \left(= \frac{r}{t2} \right)$ fera auffi égal à $\frac{r}{r3}$ ou $\frac{1}{r2}$, [illegible] $TR :: 1 : r2$; c'eft-à-dire, que l'effet de la force [illegible] en raifon inverfe du carré de la diftance.

1013. Il étoit donc facile à Newton de reconnoître ce progrès de l'attraction, par le moyen de la loi de Képler. Quand il eut trouvé ce rapport dans l'attraction du foleil fur les planètes, il le vérifia bientôt fur la lune (997), & il reconnut que la force centrale néceffaire pour retenir la lune dans fon orbite, n'eft autre chofe que la gravité naturelle des corps terreftres, diminuée en raifon inverfe du carré de la diftance de la lune à la terre. En effet, les corps graves parcourent 15 pieds en une feconde de temps (981), la lune décrit une arc de fon orbite qui eft de 0′ 549, ou environ 33‴, & dont le finus verfe eft à peu-près $\frac{1}{246}$ de pied; donc la lune eft retenue vers la terre, ou rapprochée de la terre 3600 fois moins que les corps terreftres; or elle eft environ 60 fois plus loin du centre de la terre, donc la force qui agit fur la lune diminue comme le carré de la diftance.

1014. On s'eft enfuite fervi de ce principe reconnu vrai d'ailleurs pour trouver la diftance de la lune, & fa parallaxe, avant qu'elle eût été obfervée avec exactitude. Soit e le demi-diamètre de l'équateur terreftre réduit en pieds, x le rapport entre ce rayon & la diftance moyenne de la lune, égal environ à 60, enforte que la diftance de la lune foit ex; f la force de la terre, exprimée par les 15 pieds qu'elle fait parcourir en une feconde, à fa furface, u le finus verfe de l'arc décrit par la ☾ en une feconde de temps ou la quantité dont la lune eft détournée & ramenée vers nous en une feconde; cet efpace eft donc exprimé en pieds par uex. Mais par le principe des

ſorces centrales, le même eſpace eſt auſſi égal à $\frac{f}{x^2}$ (1013). donc) égalant ces deux quantités on a $\frac{1}{x} = \sqrt[3]{\frac{ue}{f}}$. c'eſt le ſinus de la parallaxe horizontale de la lune ſous l'équateur, ou le rayon de la terre diviſé par celui de la lune. Pour réduire en nombres cette quantité, l'on prend le logar. du ſinus verſe de l'arc décrit par la lune en une ſeconde de temps; on y ajoute celui du rayon de l'équateur (823) réduit en pieds, on a le log. de $e\,u$ = 5,8434490; on en ôte celui de 15 pi, le tiers du reſte eſt le logarithme du ſinus de 57′ 18″; c'eſt la parallaxe ſous l'équateur, qui ne ſurpaſſe que de 6 ou 7″, celle qui réſulte des meilleures obſervations (589), & qui eſt de 57′, 12″.

1015. Ainſi la loi de l'attraction, ou ſes changemens en raiſon inverſe du carré de la diſtance, furent prouvés de deux manières très-différentes & très-bien d'accord entr'elles. Une autre conſidération différente dut encore apprendre à Newton qu'il falloit que l'attraction fût en raiſon inverſe du carré de la diſtance : toutes les qualités ſenſibles, comme les émanations, la lumière, diminuent de denſité & de force en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Enfin la ſuite de ſes calculs lui en donna de nouvelles preuves dans toutes les parties du ſyſtême ſolaire.

1016. Il eſt vrai qu'on a ſoupçonné dans les corps terreſtres une attraction en raiſon inverſe du cube des diſtances, mais cela n'eſt point de mon ſujet; on peut voir ce qu'ont dit là-deſſus M. de Maupertuis (*Mém. Acad.* 1732, *pag.* 362.); M. Keill dans un petit traité compoſé de 30 propoſitions, qui ſe trouve à la fin de ſes ouvrages; M. d'Alembert dans l'Encyclopédie au mot attraction, (*tom* 1, *pag.* 850.) le P. Boſcovich dans l'ouvrage qui a pour titre, *Philoſophiæ naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura exiſtentium. Viennæ*, 1758 *in*-4. *& Venetiæ*, 1764.

1017. L'élevation des fluides dans les tubes capillaires eſt encore une ſuite néceſſaire de l'attraction des corps terreſtres, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire ſur les tubes capillaires, (*chez Deſaint*, 1770). *Voyez* Muſſchenbroek, Cours de Phyſique, tom. 11. *pag.* 1, édition de 1769; le Dictionnaire de Chymie de M. Macquer, au mot *Peſanteur*.

[illegible] planètes, c'eſt-à-dire, leur quan[illegible] leur force attractive, ſe déduit du [illegible], & l'on en conclud aiſément leur [illegible], ou leur peſanteur ſpécifique. Cette [illegible] paroît d'abord bien ſingulière, eſt cepen[illegible] naturelle de la loi d'attraction, puiſque la [illegible] eſt un indice certain de la quantité de [illegible] pour terme de comparaiſon la maſſe [illegible] attractive de la terre dont les effets nous [illegible] & familiers, & cherchons quelle eſt la maſ[illegible] par rapport à celle de la terre. Le pre[illegible] ſatellite de Jupiter fait ſa révolution à une diſtance [illegible] qui eſt la même que celle de la lune à la ter[illegible] moins elle n'eſt que d'un douzième plus petite). [illegible] ſatellite tournoit auſſi autour de Jupiter dans le [illegible] eſpace de temps que la lune tourne autour de la [illegible], il s'enſuivroit évidemment que la force de Jupi[illegible] pour retenir ce ſatellite dans ſon orbite, ſeroit égale [illegible] celle de la terre pour retenir la lune, & que la quan[illegible] de matière dans Jupiter, ou ſa maſſe, ſeroit la mê[illegible] que celle de la terre: dans ce cas-là il faudroit que la denſité de la terre fût 1479 fois plus grande que cel[illegible] de Jupiter, car la groſſeur (ou le volume) de Jupiter contient 1479 fois la groſſeur de la terre (539); or ſi le poids eſt le même, la denſité eſt d'autant plus gran[illegible] que le volume eſt plus petit. Mais ſi le ſatellite tourne 16 fois plus vite que la lune, il faut pour le retenir 256 fois plus de force (16 fois 16 = 256), car la force centrale eſt comme le carré de la viteſſe (1006); une viteſſe double exige & ſuppoſe une force centrale quadruple à diſtances égales; & la viteſſe du ſatellite 16 fois plus grande que celle de la lune, quoique dans une orbite égale, ſuppoſe dans Jupiter une énergie ou une maſſe 256 fois plus grande que celle de la terre; dans ce cas l'on trouve un volume 1479 fois plus grand & une peſanteur ſeulement 256 fois plus grande que celle de la terre; donc le volume de Jupiter conſidéré par rapport à celui de la terre eſt cinq fois plus grand que la quantité de matière réelle & effective, par rapport à celle de la terre; donc la denſité de la terre eſt cinq fois plus grande que celle de Jupiter.

1010. Tel eſt l'eſprit de la méthode par laquelle Newton a calculé les maſſes & les denſités des planètes qui



seront à la fin de ce Livre : plus un satellite est éloigné de sa planète, & plus il tourne rapidement, plus aussi il indique de force & de matière dans la planète principale qui le retient ; je vais y appliquer le calcul rigoureux, & je prendrai le soleil pour terme de comparaison, parce que les Astronomes s'en servent pour le calcul des attractions célestes.

1020. Soit la distance de Jupiter au soleil, prise pour unité, $= 1$.

La durée de la révolution de Jupiter, $= 1$.

La force du soleil sur Jupiter, $= 1$.

La distance d'un de ses satellites, $= r$.

La durée de la révolution du même satellite, $= t$.

La force actuelle de Jupiter sur son satellite sera $= \frac{r}{t^2}$, comparée à celle du soleil sur Jupiter (1012). Si ce satellite étoit aussi éloigné de Jupiter que Jupiter l'est du soleil, il faudroit que la force dans ce cas-là fût à la force actuelle qui est $= \frac{r}{t^2}$, comme $r^2 : 1$, c'est-à-dire, en raison inverse du carré de la distance ; donc alors à pareille distance, la force seroit $\frac{r^3}{t^2}$; telle est donc en effet la force absolue de Jupiter (par rapport à celle du soleil, considérée à égale distance), c'est-à-dire, sa masse totale ou la quantité de matière qu'il contient ; donc en général pour connoître la masse d'une planète, en prenant celle du soleil pour unité, il suffit de diviser le cube de la distance d'un satellite de cette planète par le carré du temps qu'il emploie à tourner, pourvu que l'on ait pris l'unité des distances & des temps, dans l'une des planètes qui tournent autour du soleil.

1021. Exemple. La révolution de Vénus autour du soleil, qui est de 5393h, est 13 fois plus longue que celle du 4e satellite de Jupiter qui est 400h ½, donc $t = 0,0742716$; la distance du 4e satellite à Jupiter vue du soleil, est de 8′ 16″, d'où il est aisé de conclure la distance du satellite à Jupiter, celle de Vénus au soleil étant prise pour unité, ou la valeur de $r = 0,017290$. Si l'on prend le cube de r & le carré de t, qu'on divise r^3 par t^2, on trouve 0,0009370, ou $\frac{1}{1067}$, qui est la masse de Jupiter, celle du soleil étant $= 1$. On trou-

veroit de même celle de la terre $\frac{1}{365412}$ que Newton ſuppoſoit $\frac{1}{169282}$, parce que les élémens qu'il employoit n'étoient pas aſſez exacts.

1022. Cette force ou cette maſſe d'une planète étant diviſée par le volume, exprimé de même en prenant pour unité le volume du ſoleil, donne la denſité de la planète cherchée par rapport à la denſité du ſoleil; c'eſt ainſi que Newton trouva que la terre étoit environ quatre fois plus denſe que le ſoleil, quatre fois & un quart plus denſe que Jupiter, & ſix fois plus denſe que Saturne. (Newton, *Liv. III. prop.* 8. ou Mac-laurin, *Expoſ. des déc.* de Newton, *pag.* 309). Ces denſités ſont calculées plus exactement dans la table qui eſt à la fin de ce volume. Nous pouvons les comparer avec des objets familiers: on ſait que l'antimoine eſt quatre fois plus denſe que l'eau, & ſix fois plus denſe que le bois de prunier; ainſi en ſuppoſant que les ſubſtances du ſoleil & de Jupiter aient la denſité de l'eau, la terre aura celle de l'antimoine, & Saturne aura la légéreté du bois; il me paroît même que ces ſubſtances répondent aſſez bien à ce que j'ai voulu exprimer par leur moyen. On trouveroit à peu-près le même rapport entre l'acier, l'ivoire & le bois le plus peſant, comme l'ébène; il ſuffira de conſulter la table des peſanteurs ſpécifiques, donnée par M. l'Abbé Nollet dans ſes Leçons de Phyſique, ou la Phyſique de Muſſchenbroek.

1023. Les denſités de Vénus, de Mercure & de Mars ne peuvent ſe trouver par la méthode précédente, puiſque ces planètes n'ont point de ſatellites qui puiſſent nous indiquer l'intenſité de leur attraction; mais voyant dans les trois planètes dont les denſités ſont connues, une augmentation de denſité quand on approche du ſoleil, il eſt très-probable que cet accroiſſement a lieu également pour les trois autres planètes: en eſſayant de reconnoître une loi dans ces augmentations, on voit que les denſités ſont preſque proportionnelles aux racines des moyens mouvemens; par exemple, le mouvement de la terre eſt environ 11, 86, celui de Jupiter étant 1; la racine de ce nombre eſt 3½, & la denſité de la terre eſt en effet 3 fois ½ celle de Jupiter, ou environ: on peut donc ſuppoſer la même proportion dans les autres planètes; & c'eſt ainſi que j'ai calculé les denſités rapportées dans ma Table.

1024. Connoissant la masse & le diamètre d'une planète, il est aisé de trouver l'effet de la pesanteur à sa surface, c'est-à-dire, la force des graves dans la planète, car cette force est en raison de la masse & en raison inverse du carré du rayon. C'est ainsi que j'ai calculé dans la Table qui est à la fin de ce Livre la vîtesse des graves pour chaque planète pour la première seconde en pieds & centièmes de pieds; ce n'est autre chose que la vîtesse des corps terrestres sous l'équateur 15pi, 104 (art. 1009) multipliée par la masse de chaque planète, & divisée par le carré du rayon, en prenant pour unités la masse & le rayon de la terre (1002).

1025. La masse de la lune, & par conséquent sa densité, sont difficiles à déterminer exactement, parce qu'elles se manifestent par des phénomènes que nous ne pouvons mesurer avec assez d'exactitude; les hauteurs des marées nous apprennent que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil (1090); pour en conclure la masse de la lune il suffit de savoir quelle est sa force, à la distance du soleil.

1026. La force centrale en général diminue en raison inverse du cube de la distance, quand on la décompose sur une direction différente de sa direction primitive (1050); il faut donc multiplier la force actuelle de la lune par le cube du rapport des distances ou du rapport des parallaxes $\frac{8''5}{57'\,3''}$, & l'on aura la masse de la lune, celle du soleil étant prise pour unité; mais la masse de la terre est seulement $\frac{1}{365412}$ de celle du soleil (1021); il faut donc encore diviser la masse trouvée par cette fraction, & l'on aura $\frac{1}{71}$ qui est la masse de la lune, celle de la terre étant prise pour unité.

1027. On peut encore considérer ainsi la chose: la masse de la terre $\frac{r^3}{t^2}$ (1020) est $\left(\frac{9''}{55'}\right)^3 \cdot \left(\frac{365}{27}\right)^2$, celle du soleil étant l'unité; la masse de la lune est $\left(\frac{9''}{57}\right)^3 \cdot 2\frac{1}{2}$, elles sont donc comme $\frac{2}{5}\left(\frac{365}{27}\right)^2 : 1$; donc le carré de la durée de l'année 365j, divisé par celui de la durée du mois 27j, & multiplié par $\frac{2}{5}$ qui est

la force de la lune, donnera le nombre 71,49, qui exprime combien de fois la terre contient la lune; ainsi la masse de la lune sera 0,013991, de celle de la terre.

1028. La masse de la lune étant divisée par son volume qui est $\frac{1}{49}$, ou 0,0204 (584), donne sa densité 0,68706; c'est-à-dire, que la densité de la lune est seulement $\frac{7}{10}$ de celle de la terre, comme on le verra marqué dans la table des densités.

1029. LA VITESSE *de projection, telle que* PA, *nécessaire pour décrire un cercle* PB, *est en raison inverse de la racine du rayon* SP.

DÉMONSTRATION. Supposons que deux planètes P & T (*fig.* 123) décrivent autour du soleil S les cercles PB, TV, & que SP soit quadruple de ST, je dis que la vîtesse PE sera la moitié de la vîtesse TV. En effet PC sera quadruple de TR, parce que les figures PBC, TVR sont comme les rayons; mais la gravité en P étant 16 fois moindre qu'en T, il faut prendre PD 16 fois moindre que TR, ou 64 fois moindre que PC, pour avoir l'espace PE que la planète P pourra décrire, étant retenue par la force centrale du soleil; alors PE sera un huitième de PB, puisque les sinus verses sont comme les carrés des arcs (988); donc PE sera la moitié de TV, dans un même espace de temps; c'est-à-dire, que la vîtesse d'une planète doit être en raison inverse de la racine de sa distance, pour que la force centrale, qui est en raison inverse du carré de la distance, puisse la retenir. Voilà pourquoi Jupiter qui a une orbite cinq fois plus grande que celle de la terre, emploie 12 fois plus de temps à la parcourir, sa vîtesse absolue n'étant pas la moitié de celle de la terre.

1030. Si la vîtesse de projection qu'une planète a reçue primitivement en partant de son aphélie, s'est trouvée plus petite que celle qui étoit nécessaire pour décrire un cercle PB, la force centrale étant trop grande, a dû prendre le dessus, & la planète se rapprocher du soleil: voilà pourquoi les planètes en partant de leur aphélie se rapprochent du soleil; mais nous démontrerons bientôt qu'après avoir parcouru 180°, la même planète doit s'éloigner du soleil autant qu'elle s'en étoit rapprochée, parce que la force centrifuge devient plus grande que la force centripete, à mesure que la planète se rapproche

du soleil. On a vu que la vîtesse périhélie est à la vîtesse aphélie en raison inverse des distances (473); il s'ensuit que la force centrifuge augmente plus que la force centripete; c'est ce que je vais démontrer.

1031. LA FORCE CENTRIFUGE *augmente en raison inverse du cube de la distance, lorsque la vîtesse est en raison inverse des distances.*

DÉMONSTRATION. Supposons que SP soit double de ST; l'arc PB sera double de l'arc TV, la ligne PC double de TR, & la force centrifuge en P double de la force centrifuge en T (*a*); mais si la vîtesse en P, au lieu d'être double de la vîtesse en T, n'en est que la moitié, c'est-à-dire, si PE est 4 fois moindre que PB, le sinus verse PD sera 16 fois moindre que PC, puisqu'il est comme le carré de l'arc (988); donc PD sera 8 fois moindre que TR, c'est-à-dire, que la force centrifuge est en raison inverse des cubes des distances SP & ST, que nous avons supposées être comme 1 à 2.

En général, on voit que PB : TV :: SP : ST, à cause des arcs semblables; donc si TV : PE :: SP : ST (473), l'on aura en multipliant terme à terme, PB : PE :: SP^2 : ST^2; or PC : PD :: PB^2 : PE^2; donc PC : PD :: SP^4 : ST^4; mais PC : TR :: SP : ST; donc divisant terme à terme, TR : PD :: SP^3 : ST^3; ce qui fait voir en général que l'effet de la force centrifuge est en raison inverse du cube de la distance, quand la vîtesse est en raison inverse des distances. C'est le cas d'une planète, quand on la considère dans son aphélie & dans son périhélie; & cette proportion nous servira bientôt (1035) à faire voir pourquoi les planètes s'éloignent du soleil après s'en être approchées, quoiqu'elles soient toujours attirées vers le soleil.

1032. Si la force de projection qui anime les planètes & leur fait décrire des orbites, étoit détruite lorsqu'elles sont dans leurs moyennes distances au soleil, la force centrale les précipiteroit vers le soleil; Mercure y arriveroit en 15 jours & 13 heures; Vénus en 39 jours 17^h; la terre en 64^j 10^h; Mars en 121^j; Jupiter en

(*a*) C'est le premier des Théorèmes de la force centrifuge, que M. Huygens donna en 1673, dans son Livre *de Horolog. oscillatorio.*

290i; Saturne en 767i: une pierre tomberoit au centre de la terre, si le passage étoit libre, en 21′ 9″. (Whiston, *Astronomical principes of religion*, *p.* 66.) La règle qui sert à faire ces calculs, consiste à dire, la racine carrée du cube de 2 est à 1, comme la demi-durée de la révolution d'une planète, est au temps de sa chûte jusqu'au centre de l'attraction (*Frisi de gravitate*, *pag.* 100).

Du Mouvement elliptique des Planètes.

1033. LA FORCE CENTRALE en raison inverse du carré de la distance, ne peut avoir lieu dans des orbites planétaires, à moins qu'elles ne soient des sections coniques. Newton, dans le premier Livre de ses *Principes*, démontra que si les planètes décrivoient des sections coniques, la force centrale dont elles étoient animées, devoit être en raison inverse du carré de la distance; mais M. J. Bernoulli démontra le premier que la proposition inverse est également vraie, & que la force centrale étant supposée en raison inverse du carré de la distance, l'orbite est nécessairement une section conique (*Mém. Acad.* 1710 & 1711. (*Oeuvres de* J. Bernoulli, *Tom. I*, *pag.* 469). Ces deux sortes de démonstrations pour les forces centrales dans les sections coniques en général, sont trop compliquées pour pouvoir trouver place ici.

1034. Mais il est nécessaire de faire voir d'une manière plus palpable la cause du mouvement alternatif, qu'on a souvent peine à bien concevoir. Il semble, dit-on, qu'une planète sans cesse attirée vers le soleil, & qui s'en est approchée à un certain point, devroit s'en approcher toujours, puisque le soleil ne cesse point de l'attirer; cependant les planètes descendues à leur périhélie, s'éloignent du soleil & retournent à leur aphélie: voici donc la cause de ce mouvement alternatif. Une planète qui a été projettée de son aphélie, avec une vîtesse trop petite pour décrire un cercle à une si grande distance (1030), ou avec une force de projection trop petite par rapport à la force centrale, se rapproche du soleil; mais en se rapprochant elle augmente en vîtesse, sans quoi les aires ne seroient plus proportionnelles au temps; supposons qu'elle est arrivée à 180° du point de départ,

départ, c'est-à-dire, à son périhélie, & que sa distance au soleil est le quart de la distance aphélie; sa vîtesse est quadruple de la vîtesse aphélie, car la vîtesse augmente en raison inverse des distances (473); mais la vîtesse qui seroit nécessaire dans le périhélie pour décrire un cercle, est seulement deux fois plus grande que la vîtesse qui étoit nécessaire pour décrire un cercle dans l'aphélie, parce qu'elle augmente seulement en raison inverse de la racine de la distance (1029), donc la planète a acquis, en descendant de l'aphélie au périhélie, une vîtesse double de celle qui lui seroit nécessaire pour décrire un cercle du rayon SP égal à la distance périhélie. Elle sortira donc de ce cercle pour s'écarter du soleil, & remonter vers l'aphélie: cette première raison fait voir qu'il est nécessaire que la planète, après s'être approchée du soleil; s'en éloigne ensuite: voici une seconde manière de démontrer la même chose.

1035. Supposons toujours une planète projettée en A (*fig.* 128), avec une vîtesse trop petite pour décrire un cercle du rayon SA, ensorte qu'elle soit obligée, dès le premier moment, de descendre dans une orbite plus courbée, en se rapprochant du soleil. Lorsqu'elle sera arrivée en un point P, à une distance quatre fois moindre, la force centrale ou l'attraction du soleil sera seize fois plus grande (1012), parce qu'elle est en raison inverse du carré de la distance; mais la force centrifuge sera soixante-quatre fois plus grande (1031), parce qu'elle augmente, soit par le carré de la vîtesse, soit par la diminution de la distance; donc la force centrifuge est alors beaucoup plus grande que la force centrale; il n'est donc pas étonnant que la planète commence à s'écarter du soleil.

1036. On croira peut-être que la planète devroit cesser de s'approcher du soleil aussi-tôt que la force centrifuge se trouve égale à la force centripete; mais il faut considérer que dans cet instant, qui arrive lorsque la planète est vers sa moyenne distance M au soleil, la direction MN de son mouvement est trop oblique au rayon vecteur MS, & fait un angle NMS, trop petit pour que cet angle puisse devenir tout de suite un angle droit; il faut que la planète descende de plus en plus, & que la courbure de sa route se soit arrondie assez pour que le rayon vecteur SP soit perpendiculaire

au mouvement de la planète; c'eſt alors que l'excès de la force centrifuge, ſur la force centrale, ſera employé tout entier à écarter la planète du ſoleil, & cela n'arrive que dans le point P qui eſt diamétralement oppoſé au point A. En partant du point P la planète emploira, pour perdre ſon excès de force centrifuge, autant de temps qu'il lui en a fallu pour l'acquérir; voilà pourquoi la ſeconde partie de l'ellipſe ſera égale à la partie deſcendante ALMNP, & décrite dans le même intervalle de temps.

Des Inégalités produites par l'Attraction.

1037. Si chaque planète, en tournant autour d'un centre, n'éprouvoit d'autre force que celle qui la porte vers ce centre, elle décriroit un cercle, ou une ellipſe, dont les aires ſeroient proportionnelles aux temps (480); mais chaque planète étant attirée par toutes les autres, dans des directions différentes & avec des forces qui varient ſans ceſſe, il en réſulte des inégalités & des perturbations continuelles. C'eſt le calcul de ces perturbations qui occupe depuis quelques années les Géomètres & les Aſtronomes; Newton commença par celles de la lune; M. Euler, M. d'Alembert, M. Clairaut, ont perfectionné cette théorie. M. Euler a calculé les inégalités de Saturne dans une pièce qui a remporté le prix de l'Académie en 1748; M. Clairaut & M. d'Alembert ont donné des recherches ſur les inégalités de la terre; j'ai examiné moi-même celles de Mars & de Vénus (*Mém. Acad.* 1758, 1760 & 1761), qui ſe ſont trouvées aſſez conſidérables pour mériter d'être employées dans les calculs aſtronomiques. Les inégalités de Jupiter ont été calculées par M. Euler dans la pièce qui a remporté le prix en 1752 (*Recueil des Pièces qui ont remporté les prix*, *T.* VII.), & enſuite par M. Mayer; M. Wargentin en a fait uſage dans les Tables de Jupiter, qui par-là ſe ſont trouvées beaucoup plus exactes, de même que celles des ſatellites; mais je ne puis donner ici que les premiers principes & la plus légère idée de ces immenſes calculs.

1038. Si deux planètes, dont l'une tourne autour de l'autre, étoient attirées également, & ſuivant des directions parallèles, par une troiſième, cette nouvelle at-



traction ne changeroit rien à leur systême, à leur mouvement, à leur situation relative; ce seroit la même chose que si l'espace même, ou le plan dans lequel se fait le mouvement, avoit changé de position; mais ce qui avoit lieu dans l'espace ou dans le plan que l'on transporte, continue d'avoir lieu comme auparavant, & la planète vue du centre de son mouvement paroît toujours décrire une ellipse.

1039. Ainsi deux attractions égales & parallèles ne changent jamais rien dans un systême de corps; ce n'est que la différence des attractions qui produit une inégalité ou une différence de mouvement; la lune n'est troublée dans son mouvement autour de la terre, que parce qu'elle est attirée par le soleil, un peu plus ou un peu moins que la terre; la mer n'est agitée deux fois le jour par la lune, que parce que la lune attire les eaux plus qu'elle n'attire la terre, quand elle domine sur les eaux, & qu'ensuite elle attire ces mêmes eaux moins que la terre, 12^{h} après.

1040. Quand on veut calculer les troubles qu'une attraction étrangère apporte au mouvement d'une planète, dans son orbite autour du soleil; il faut savoir combien elle agit sur le soleil & sur la planète; c'est la différence des deux actions qui est la force perturbatrice; c'est cette différence dont on calcule les effets; car si le soleil & la planète qui tourne autour de lui, étoient attirés également, & suivant des directions parallèles, la planète ne cesseroit pas de décrire autour du soleil la même ellipse qu'auparavant; ses longitudes héliocentriques & ses rayons vecteurs seroient les mêmes, & dans l'usage de l'Astronomie nous n'aurions à tenir compte d'aucune différence, l'observation ne nous indiqueroit aucun dérangement.

1041. Cette considération étant bien méditée, fera sentir pourquoi la pesanteur de la lune sur la terre, c'est-à-dire, la force centrale qui retient la lune dans son orbite, est diminuée dans les deux syzygies, soit quand la lune est en conjonction, soit quand elle est en opposition; c'est une chose que les adversaires de l'attraction n'ont jamais comprise, & qui cependant influe beaucoup dans l'explication des phénomènes. Il en est de la lune comme des eaux de la mer, qui s'élèvent deux fois le jour vers notre zénit, une fois quand la lune domine sur les

eaux, ou qu'elle est au zénit, & une fois quand elle est au nadir; les observations prouvent que la lune tend à s'éloigner de la terre également (ou à très-peu-près) dans les deux syzygies, & à s'en rapprocher dans les deux quadratures; mais on le démontre aussi par le raisonnement qui suit. Quand la lune est en conjonction, elle est plus près du soleil que n'est la terre, de $\frac{1}{380}$; elle est donc plus attirée que la terre de $\frac{1}{190}$ de la force du soleil sur la terre, (car la différence des carrés est double de celle des racines); sa pesanteur vers la terre est donc affoiblie de $\frac{1}{190}$. Quand la lune est pleine, ou en opposition, elle est attirée, il est vrai, du même côté, soit par le soleil, soit par la terre; mais il ne s'ensuit pas que sa pesanteur soit augmentée; en effet, si dans ce cas la lune & la terre étoient attirées par le soleil, précisément avec la même force, il n'en résulteroit aucun changement dans la pesanteur de la lune vers la terre, ni dans son mouvement autour de la terre, quoique la lune fût toujours attirée du même côté par cette somme de deux forces: mais la terre est plus attirée que la lune de $\frac{1}{190}$; donc la terre tend à fuir la lune, autant que la lune tendoit à s'éloigner de la terre quand elle étoit nouvelle; leur liaison, leur union mutuelle, leur tendance réciproque, leur sympathie, leur attraction, sont autant diminuées quand le soleil éloigne la terre de la lune, que quand il éloigne la lune de la terre; donc en conjonction, comme en opposition, la pesanteur est diminuée, & la lune tend à s'éloigner de la terre; c'est par la même raison que nous voyons les eaux de la mer tendre vers le zénit, quoique la lune soit au nadir (1075).

1042. La force du soleil sur une planète, que nous appellons $\frac{S}{r^2}$ (1002), n'est pas la seule qu'il faille considérer lorsqu'on veut avoir le mouvement d'une planète autour du soleil, ou le mouvement tel qu'il seroit vu par un Observateur situé au centre du soleil. La planète T, (*fig.* 125), attire aussi le soleil en sens contraire, avec une force $\frac{T}{r^2}$, & si l'on veut supposer le soleil fixe, il faut attribuer à la planète un mouvement vers le soleil, égal à celui que le soleil a vers la planète, ou, ce qui



revient au même, il faut supposer que le soleil attire la planète avec une force $\frac{S+T}{r^2}$, c'est-à-dire, avec la somme des deux masses du soleil & de la planète.

1043. L'effet de cette attraction de la planète T sur le soleil S, est de faire décrire au soleil une petite ellipse autour du centre de gravité commun du soleil & de la planète, (Newton, *L.* I. *prop.* 67, *L. III. prop.* 13); du moins en supposant que le soleil ait reçu lui-même une impulsion autour du centre (*Frisi, pag.* 113). Cette attraction produit une partie des petites inégalités du mouvement apparent du soleil, qui se calculent en prenant la différence des attractions que chaque planète exerce sur le soleil & sur la terre. Suivant Newton le soleil doit être déplacé d'une petite quantité par les attractions planétaires; mais la forme de calcul usitée dans l'Astronomie fait qu'on suppose toujours le soleil fixe, & qu'on transporte à chaque planète le mouvement qu'elle produit sur le soleil, de sorte que la situation respective de la planète au soleil soit toujours la même.

1044. L'expression $\frac{S}{r^2}$ de la force attractive, est celle qui a lieu quand l'action se fait directement & toujours dans le sens du rayon vecteur; mais les planètes sont attirées les unes par les autres obliquement & en tout sens, selon des directions qui changent perpétuellement, tandis qu'elles sont toujours attirées directement vers le centre autour duquel elles tournent; ainsi, pour connoître l'effet des perturbations & des attractions célestes, il faut décomposer leur force absolue, (qui est la masse divisée par le carré de la distance), pour trouver son effet sur la direction même de la force centrale. J'ai dit, par exemple, que l'action de Jupiter sur la terre étoit $\frac{1}{27000}$ de celle du soleil sur la terre, par une attraction directe (1004); mais ces deux forces qui agissent sur la terre se contrarient, & ont souvent des directions différentes; la force de Jupiter, qui dans l'attraction directe est $\frac{1}{27000}$ de celle du soleil, fera beaucoup moins d'effet quand elle agira de côté; par exemple, elle fera moindre quand elle agira sous un angle de 60°.

1045. UN corps sollicité suivant des directions AB, AC (fig. 126), qui font entr'elles un angle BAC, par deux puissances qui soient entr'elles comme les lignes AB, AC, décrira la diagonale AD du parallélogramme BACD, dans le même temps qu'il auroit employé à parcourir AB ou AC, étant mû séparément par une des deux puissances (479). Ainsi la force exprimée par la direction & par la longueur de la diagonale AD, équivaut à deux forces AB, AC, qui auroient agi à la fois, & lors même qu'elle est unique dans le principe, elle peut du moins être prise pour la réunion des deux autres, auxquelles elle est tout-à-fait équivalente; c'est à dire, que la force AD peut se décomposer suivant AC & AB.

La même ligne AD est aussi la diagonale du parallélogramme $AbDc$, & la force AD résulteroit également de l'assemblage de deux forces Ab, Ac; donc sur une ligne donnée AD, l'on peut faire des triangles quelconques ABD, AbD, de grandeur ou de forme arbitraire, & il sera toujours permis de substituer à la force AD deux forces qui aient pour expressions les côtés d'un de ces triangles quelconques.

Ainsi la force AD, que nous nommerons F, décomposée suivant AB & AC, donnera deux forces proportionnelles à ces deux lignes, & parce que AC est égale à BD, ces deux forces seront, l'une égale à $F \frac{AB}{AD}$, qui agira suivant AB; l'autre sera $F \frac{BD}{AD}$, & agira suivant AC, ou parallèlement à BD. Je dis que la force suivant AB sera $F \frac{AB}{AD}$, car, puisque les lignes AB, AC, AD, sont proportionnelles aux forces qu'elles expriment, la force suivant AB est à la force suivant AD, qui est F, comme la ligne AB est à la ligne AD; donc la force suivant $AB = F. \frac{AB}{AD}$.

1046. Si le parallélogramme donné est rectangle en B (fig. 127), BD est le sinus de l'angle BAD, en prenant AD pour rayon, ou pour unité; AB en est le cosinus; ainsi dans ce cas la force suivant $AB = F.$ cos. BAD, & la force suivant AC ou $BD = F.$ sin. BAD; ces deux



forces AC, AB, font équivalentes à la force donnée AD, qu'il s'agissoit de décomposer; nous ferons bientôt usage de cette dernière décomposition (1048).

Par le moyen de cette décomposition des forces attractives, on peut rapporter les forces perturbatrices, qui agissent sur une planète, à la direction même de son mouvement. Je prendrai pour exemple la terre qui est attirée par l'action de Jupiter, comme si je cherchois l'inégalité qui en résulte dans le mouvement de la terre.

1047. Soit AT (*fig.* 125) l'orbite de la terre, qui est la planète troublée, BR celle de Jupiter ou de la planète troublante, & supposons-les dans un même plan pour simplifier nos calculs. Soit M la masse de la planète troublante, *t* l'angle RST ou l'angle de commutation (442); Jupiter situé en R attire la terre T avec une force $\frac{M}{RT^2}$ (1002); nous ne mettons point ici la somme des masses de Jupiter & de la terre, parce que nous négligerons totalement les troubles de Jupiter.

La force $\frac{M}{RT^2}$ doit se décomposer en deux autres, dont l'une agisse de T en G, ou de S en R, afin qu'on puisse en retrancher la force de Jupiter sur le soleil (1041); & l'autre de T en S; la première est $\frac{M.RS}{RT^3}$, elle tend à éloigner la planète du soleil dans la direction de TG ou de SR qui lui est parallèle; & pour cela nous lui donnons le signe négatif; la 2[e] force est $\frac{M.TS}{RT^3}$ (1045); elle tend à rapprocher la terre du soleil, & nous la mettrons pour cette raison en +. De ces deux nouvelles forces la seconde est dans la direction du rayon vecteur TS, auquel nous avons intention de rapporter le mouvement de la terre, ainsi elle n'a besoin d'aucune décomposition nouvelle.

1048. La force $\frac{M.RS}{RT^3}$ ou $\frac{M.TG}{RT^3}$ n'étant point dans la direction du rayon vecteur, ni dans la direction du mouvement de la terre, il faut la rapporter à cette direction; mais il faut auparavant en soustraire la force du soleil,

parce que la force TG n'agit, pour troubler le mouvement de la terre, qu'à raison de ce qu'elle est plus ou moins grande que celle qui agit en même-temps sur le soleil de S en R; mais cette force sur le soleil est $\frac{M}{SR^2}$ (1042), il faut donc la retrancher de la force TG, qui est $\frac{M.SR}{RT^3}$, & nous aurons $\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}$ pour la force perturbatrice, suivant SR ou TG; il faut la décomposer suivant TE & TB, en la multipliant par le cosinus & par le sinus de l'angle GTE ou RST (1046), c'est-à-dire, de l'angle t. La force suivant TE agira dans la direction STE du rayon vecteur de la terre, mais en sens contraire de la force centrale du soleil; c'est pourquoi elle sera négative; la force centrale du soleil étant supposée positive, parce qu'elle est toujours la plus grande. L'autre force agira de T en B, & tendra à diminuer la vîtesse de la terre, qui est supposée aller de A en T, c'est pourquoi elle sera aussi négative. La première est donc $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ cos. t (1046), force dirigée vers le soleil; & l'autre $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ sin. t; celle-ci est la force qui agit perpendiculairement au rayon vecteur.

1049. Quant à la force dirigée vers le soleil, il faut se rappeller que nous en avons trouvé une partie $+\frac{M.TS}{RT^3}$ (1047), à laquelle il faut ajouter celle qu'on vient de trouver, puisqu'elle est dans la même direction, & l'on aura enfin la force perturbatrice dirigée vers le centre du soleil $= + \frac{M.TS}{RT^3} - \left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ cos. t. La première partie de cette expression est proportionnelle à TS, & augmente par conséquent à mesure que la planète troublée s'éloigne du centre de son mouvement.

1050. La valeur $\frac{M.TS}{RT^3}$ nous fait voir que la force perturbatrice qui agit dans la direction TS du rayon vecteur, & qui modifie la force centrale de la planète,

diminue en raison inverse du cube des distances; comme je l'ai supposé (1026). Voilà pourquoi l'on verra (1091) que la force de la lune pour élever les eaux de la mer, seroit plus petite si elle étoit à la distance du soleil, & cela autant que le cube de la distance du soleil est plus grand que le cube de la distance de la lune, parce que la force qui soulève les eaux de la mer est une force décomposée dans la direction TS du rayon de la terre.

1051. La force d'une planète sur une autre étant ainsi décomposée & exprimée d'une manière générale, il est question de savoir quel effet il en résulte sur le mouvement de la planète troublée; c'est peu de savoir pour un certain moment que la force de Jupiter pour déranger le mouvement de la terre est $\frac{1}{25000}$ de celle du soleil qui retient la terre dans son orbite; il faut savoir combien cette force, après avoir agi pendant une infinité de momens, c'est-à-dire, après un temps fini, aura produit d'effet sur le mouvement de la terre, de combien elle aura augmenté ou diminué la vîtesse de la terre dans son orbite, de combien elle aura changé le plan de cette orbite, tout cela exprimé en minutes & en secondes, suivant la forme de nos tables astronomiques; on connoît aisément la force perturbatrice à chaque instant, mais il faut chercher 1°. son effet au même instant pour altérer l'orbite, 2° la somme de ces effets répétés une multitude de fois; c'est ce qui rend ici le calcul des infiniment petits absolument nécessaire; on connoît l'effet d'un moment & il s'agit de connoître l'effet de trois mois, d'un an, d'une révolution entière, ou d'un espace quelconque de temps, pendant lequel cet effet n'est point uniforme ni proportionnel au temps. C'est en quoi consiste la solution du problême des trois corps donnée principalement par MM. Euler, Clairaut, d'Alembert, mais dans laquelle il entre trop de calcul infinitésimal pour pouvoir en donner ici même une légère idée; on en trouvera les principes dans le XXII[e] Livre de mon Astronomie.

1052. Ainsi nous ne pouvons suivre ici l'explication des inégalités que produisent ces forces perturbatrices, mais comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à peu près les raisons générales des résultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la manière dont la perturbation du soleil produit les trois principales iné-

galités de la lune, l'évection, la variation & l'équation annuelle.

L'ÉVECTION est la principale inégalité que le soleil produise dans la lune (560); elle équivaut à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire. Lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, ou lorsque la ligne des apsides de la lune concourt avec la ligne des syzygies, la force centrale de la terre sur la lune qui est la plus foible dans la syzygie apogée reçoit la plus grande diminution (1049), & la force centrale qui est la plus forte dans la syzygie périgée y reçoit la moindre diminution; donc la différence entre la force centrale périgée, & la force centrale apogée, sera alors la plus grande; donc la différence des distances augmentera, c'est-à-dire que l'excentricité sera plus grande; aussi l'observation prouve qu'alors la plus grande équation de la lune est $7^{\circ}\frac{1}{2}$, tandis qu'elle n'étoit pas de 5°, lorsque la ligne des quadratures concouroit avec celle des syzygies (560).

1053. Le mouvement alternatif de l'apogée qu'on observe en même-temps, vient de ce que la force centrale est diminuée (1056); il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsides, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, parce qu'il produit alors la plus grande diminution de la pesanteur de la lune. Quand l'apogée est dans les quadratures, son mouvement est au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale est la plus petite; quand le soleil est à 45° des apsides, le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen, parce que le soleil est placé dans le terme moyen des deux actions extrêmes, mais le vrai lieu de l'apogée est alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation est la plus forte, parce qu'elle est le résultat de tous les degrés de vîtesses que l'apogée a reçus jusques là (*a*), c'est-à-dire, depuis le temps où le soleil étoit dans l'apogée.

(*a*) Il faut bien observer que l'effet de ces fortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que dans le mouvement elliptique des planètes le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement (497), c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses des inégalités de la lune, pour avoir perdu de vue cette considération.



1054. La variation (561) eſt l'inégalité de la lune, qui ſur une orbite ſuppoſée circulaire, a lieu dans les octans, à cauſe de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder ſon mouvement; ſoit C (*fig.* 116), le centre de la terre, T le centre du ſoleil, AGF l'orbite de la lune; lorſque avant la conjonction la lune eſt en G, elle eſt plus attirée que la terre, & elle eſt attirée dans la direction GT; alors ſa vîteſſe s'accélère juſqu'à ce qu'elle ſoit en A dans ſa conjonction, où la vîteſſe de la lune ſur ſon orbite eſt la plus grande; lorſqu'elle eſt vers P, 45 degrés après la conjonction, ſa longitude vraie eſt la plus avancée, d'une quantité appellée *variation*, qui eſt de 37′ additive (561); il eſt vrai que la vîteſſe de la lune ceſſe d'accélérer & commence à retarder dès que la lune a paſſé le point A, parce que le ſoleil ayant attiré la lune plus qu'il n'attiroit la terre pendant qu'elle alloit de H en A, a augmenté ſa vîteſſe de plus en plus, juſqu'en A où il ceſſe de l'augmenter; mais c'eſt en A que cette vîteſſe s'eſt trouvée la plus grande, puiſqu'elle n'a pas ceſſé d'être accélérée juſques-là. Depuis ce point A le ſoleil retirant vers O tend à diminuer la vîteſſe; mais l'excès de la vîteſſe acquiſe ſur la vîteſſe moyenne, dure juſques dans l'octant P, 45° après la conjonction, où la vîteſſe vraie eſt égale à la moyenne; c'eſt pourquoi l'équation de la variation eſt additive, & la plus grande qu'elle puiſſe être, à 45° de la conjonction où la vîteſſe eſt la plus forte, (*voyez la note précédente*).

1055. L'Équation annuelle de la lune qui va juſqu'à 11′¼ (562), vient de ce que le ſoleil quand il eſt périgée agit plus ſur la lune que quand il eſt apogée; & comme ſon effet le plus conſidérable pendant une révolution entière de la lune, eſt de diminuer la force centrale de la lune vers la terre, cette force eſt la plus diminuée quand le ſoleil eſt périgée; alors le diamètre de l'orbite lunaire devient plus grand, car la lune étant moins attirée vers la terre s'en éloigne néceſſairement; ſon orbite devenue plus grande rend la durée de la révolution plus longue, car les carrés des temps des révolutions ſont toujours comme les cubes des diamètres des orbites; le mouvement de la lune eſt donc rallenti dans le périgée du ſoleil, & l'équation annuelle commence

alors à être fouftractive, par la raifon expliquée dans la note précédente.

Du Mouvement des Apfides.

1056. L'obfervation prouve que les aphélies de toutes les planètes ont un petit mouvement felon l'ordre des fignes (514); l'apogée de la lune a un mouvement très-rapide (559); ces mouvemens font une fuite de l'attraction. Chaque planète décriroit naturellement une ellipfe fi elle n'étoit attirée que par le corps autour duquel elle tourne; mais elle eft continuellement détournée de cette orbite par les attractions des autres planètes, enforte que fa trace n'eft jamais véritablement une ellipfe; cependant les Aftronomes fuppofent pour fimplifier les calculs, qu'une planète refte toujours fur une ellipfe, mais que cette ellipfe eft mobile.

1057. Soit S le foyer (*fig.* 128), & A l'aphélie d'une planète, dont l'orbite eft AMPO, & fuppofons que la planète ait été de A en B dans une ellipfe immobile ABP, avec la force centrale du foleil S. Si l'attraction d'une autre planète P, qui tend à l'éloigner du foleil, la fait parvenir en un point C, & à une diftance SC du foleil, on pourra fuppofer que ce point eft placé dans une autre ellipfe CDE égale à l'orbite ABP, dont l'apfide au lieu d'être encore en A foit parvenue en C; l'on ajufte, pour ainfi dire, fur le point C où eft arrivée la planète, l'ellipfe ABP dont la planète eft véritablement fortie, & en faifant mouvoir cette ellipfe on réduit le calcul du vrai mouvement de la planète à la fimplicité du calcul elliptique. Toutes les fois que la planète s'éloigne du foyer S, ou que fa force centrale eft diminuée, on eft obligé de concevoir un mouvement progreffif dans fon apfide pour fatisfaire à cette diminution: c'eft ce qui a lieu dans le fyftème planétaire.

1058. Il y a deux autres caufes qui peuvent produire un mouvement dans les apfides: la première a lieu pour la lune & pour les fatellites, c'eft la figure aplatie de la planète principale. La feconde eft la petite réfiftance qu'on peut imaginer dans la matière éthérée où les planètes fe meuvent; cette réfiftance, fi elle avoit lieu, pourroit changer la grandeur, la figure & la fituation des orbites après un certain nombre de révolutions. *Voyez* M.

d'Alembert (*Recherches sur le système du Monde, T. II.*); on peut consulter aussi les *Recherches* de M. l'Abbé Bossut, qui remporta le prix de l'Académie en 1762 sur cette matière, & celles de M. Albert Euler, qui eut l'*accessit*: elles sont dans le VIIIe Volume des Pièces des prix. Mais je dois avertir que l'examen des plus anciennes observations ne nous fait appercevoir dans les orbites aucun changement qui puisse indiquer la résistance de la matière éthérée; le mouvement des apsides qu'on y remarque est produit par l'attraction mutuelle des planètes; car on trouve que la résistance du fluide produiroit un mouvement de l'aphélie beaucoup moins sensible que le changement de durée dans la révolution: or celui-ci n'a pas lieu, du moins sensiblement; donc le mouvement observé dans les apsides ne vient pas de la résistance.

1059. Je dis qu'on ne voit pas de changement dans la durée des révolutions, je l'ai prouvé pour la terre & pour Mars, (*Mém. Acad.* 1757, *pag.* 418 & 445.); Saturne paroît, au contraire, avoir retardé (455); donc si l'on observe une accélération dans Jupiter, elle vient de l'action de Saturne, & de la position de ses apsides. (M. Cassini, *Mém. Acad.* 1746, *pag.* 465). Si cela est, les choses reviendront par la suite au même état où elles sont actuellement, & l'accélération se convertira en un retardement. Quant à l'accélération de la lune (564), elle n'est pas constatée d'une manière absolument évidente, & je ne doute pas qu'on ne trouve dans l'attraction de quoi satisfaire à l'équation séculaire qu'on croit y remarquer. Ainsi rien ne prouve jusqu'ici la résistance de la matière éthérée; tous les Astronomes doivent donc convenir que si les corps célestes ne sont pas dans un vide absolu, ils sont au moins dans une matière dont l'effet est insensible, & qui est pour nous comme le vide; cela seul suffiroit pour dissiper le système des tourbillons & du plein, que nous avons déja réfuté par les preuves de l'attraction (999).

Du Mouvement des Nœuds des Planètes.

1060. Si toutes les planètes tournoient autour du soleil dans un même plan, ce plan ne changeroit point par leur attraction réciproque, une planète ne pouvant faire

sortir l'autre d'un plan où elles sont toutes deux ; mais toutes ces orbites sont inclinées les unes sur les autres, & dans des situations fort différentes ; chaque planète est tirée sans cesse hors du plan de son orbite par toutes les autres planètes, & change à tout instant d'orbite. Les Astronomes, pour représenter méthodiquement ces inégalités, supposent que la planète est toujours dans le même plan ou sur la même orbite, mais que cette orbite change de situation ; on peut en effet représenter tous les mouvemens d'une planète hors du plan de son orbite primitive, en donnant à ce plan un changement d'inclinaison, avec un mouvement dans ses nœuds, qui, soit tel que le plan qu'on adopte, suive la planète dans toutes ses inégalités.

1061. On sentira même sans aucune démonstration qu'il est impossible qu'une planète attirée, dont l'orbite est dans un autre plan que celle de la planète perturbatrice, vienne jamais traverser le plan de celle-ci, au même point où elle l'avoit traversé dans la révolution précédente : elle doit à chaque fois le traverser plutôt qu'elle n'eût fait, si la planète perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan ; elle a sans cesse une détermination ou une force vers le plan où se trouve la planète qui l'attire, & elle ne peut obéir à cette force qu'en arrivant à ce plan un peu avant la fin de sa révolution.

1062. Soit DN (*fig.* 129) l'écliptique ; LABN l'orbite de la lune, c'est-à-dire, l'orbite dans laquelle la lune étoit d'abord, en parcourant l'arc L A ; le soleil étant placé dans le plan de l'écliptique DN, il est clair qu'en tout temps la force attractive du soleil tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique ou de la ligne DN, dans laquelle se trouve le soleil ; ainsi lorsque la lune tend à parcourir dans son orbite un second espace AB égal à l'espace LA qu'elle venoit de parcourir, la force du soleil tend à la rapprocher de l'écliptique ND d'une quantité AE ; il faut nécessairement que la lune par un mouvement composé décrive la diagonale AC, du parallélogramme AECB, ensorte que son orbite devienne ACM, au lieu de LABN ; c'est pourquoi le nœud N de cet orbite change continuellement de position & va de N en M dans un sens contraire au mouvement de la lune, que je suppose dirigé de A vers N ;

donc le mouvement du nœud d'une planète est toujours rétrograde par rapport à l'orbite DN de la planète qui produit ce mouvement.

1063. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du soleil change l'inclinaison de l'orbite lunaire (566) : la lune obligée de changer sa direction primitive LABN en une direction nouvelle, ACM, rencontrera l'écliptique NMD au point M sous un nouvel angle AMD différent de l'inclinaison AND que la lune affectoit auparavant ; mais ce changement d'inclinaison étant insensible dans les autres planètes, je ne m'en occuperai point ici. D'ailleurs ce changement est périodique, & il ne s'accumule point ; car si l'orbite troublée ACM fait en M un plus grand angle d'inclinaison que l'orbite primitive en N, il arrivera le contraire quand la planète aura passé le nœud N, ensorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés ; il n'y a que les nœuds dont le mouvement est toujours du même sens, & qui rétrogradent de plus en plus, soit que la lune tende à son nœud, soit qu'elle s'en éloigne. Ce mouvement des nœuds produit des changemens dans les inclinaisons des orbites planétaires lorsqu'on les rapporte à l'écliptique (527).

1064. La précession des équinoxes ou l'effet des attractions qu'exercent le soleil & la lune sur le sphéroïde terrestre (756), est un effet de même espèce que le mouvement des nœuds, mais c'est une des parties les plus difficiles du calcul des attractions célestes ; Newton s'y étoit mépris : M. d'Alembert a le premier résolu complétement ce problême ; M. Euler, M. Simpson, M. le Chevalier d'Arcy, M. de Silvabelle, le P. Walmesley & plusieurs autres, se sont exercés sur cette matière, & je l'ai traitée avec la plus grande clarté possible dans le XXIIe Livre de mon Astronomie.

1065. La théorie du mouvement des nœuds fait voir qu'une planète qui tourne dans le plan de son orbite, en est sans cesse retirée par les autres planètes (1062) ; il en est de même des parties du sphéroïde terrestre, qui étant relevées vers l'équateur, & tournant chaque jour avec lui, sont détournées de leur mouvement naturel par les attractions latérales du soleil & de la lune, comme si la portion de matière (ou cette espèce de menisque)

dont on peut concevoir que le globe de la terre est surmonté, étoit composée d'un grand nombre de planètes qui tournassent en 24 heures autour de la terre.

1066. Ainsi pour calculer cette précession, l'on commence à chercher la force avec laquelle le soleil attire chaque particule de la terre; ensuite la force totale qui en résulte pour faire tourner un méridien, & de-là le sphéroïde tout entier. Quand on connoît la force pour un instant donné, on en conclud le mouvement par le moyen du calcul intégral. C'est ainsi que l'on trouve environ 20″, dont l'équateur terrestre doit rétrograder chaque année, par l'action seule du soleil, en supposant la terre homogène.

1067. La lune, en agissant sur le sphéroïde, tout ainsi que le soleil, y produit un mouvement semblable: la précession produite par le moyen de la lune se déduit facilement de celle du soleil; mais comme la lune par le mouvement de ses nœuds en 18 ans change beaucoup sa distance à l'équateur, & par conséquent la direction & l'obliquité de son attraction sur les parties relevées de l'équateur terrestre, elle produit non-seulement une rétrogradation continue, mais encore une inégalité périodique, dont le retour est de 18 ans, & une nutation (795) qui fut observée par M. Bradley.

1068. Si nous supposons avec M. Bradley que la nutation observée est de 18″, la plus grande équation de la précession doit être de 16″ 8, la précession causée par le soleil de 16″ 3 & celle de la lune 33″ 7; dans ce cas la force de la lune feroit 2,09, c'est-à-dire, un peu plus que le double de celle du soleil. Mais si la nutation observée étoit seulement de 19″ on auroit 17″ 8 pour l'équation, 14″ 5 pour la précession solaire, 35″ 5 pour celle que cause la lune, & 2½ pour la force de la lune. Par ce moyen l'on concilieroit les observations des marées (1090) avec celles de la nutation. J'ai supposé, dans le cours de cet ouvrage, que la force de la lune étoit deux fois & demie celle du soleil; on peut, par une espèce de milieu, ne la supposer que 2¼; il en résultera toujours que la précession causée par le soleil n'est pas de 21″ comme le donne la théorie, mais de 15″¼; cela sembleroit indiquer que la terre n'est pas homogène; mais nous ne sommes pas encore en état de prononcer avec certitude sur la disposition intérieure des couches de la terre.

1069.

1069. Les 35″ de précession moyenne, qui sont l'effet de la lune, seroient produites d'une manière aussi uniforme que celles dont le soleil est la cause, si la lune étoit toujours à la même déclinaison quand elle répond au même point de l'équateur; mais à cause du mouvement de ses nœuds (568), il arrive que dans ses différentes révolutions elle s'éloigne plus ou moins de l'équateur, & agit sur lui avec plus ou moins de force. Quand le nœud ascendant est dans le Bélier, le plus grand éloignement de la lune par rapport à l'équateur, va jusqu'à 28° ½; mais quand le nœud ascendant est dans la Balance, neuf ans après, la lune ne s'éloigne jamais de l'équateur que de 18° ½ à chaque révolution; alors son attraction totale sur le sphéroïde, dans le cours d'une révolution, est beaucoup moindre, puisqu'on sent bien qu'elle dépend de la déclinaison; c'est pourquoi la précession annuelle est si inégale dans l'espace de 18 ans, & la nutation si considérable.

1070. On observe par un effet de cette nutation que l'obliquité de l'écliptique augmente de 9″ quand la longitude du nœud de la lune est zéro, c'est alors que la lune s'éloigne le plus de l'équateur, & qu'elle a le plus d'action pour changer le plan de l'équateur, & par conséquent l'obliquité de l'écliptique: soit ♈ G ♎ l'écliptique (*fig.* 130), ♈ M ♎ l'équateur, EG l'orbite de la lune; cette planète s'écarte beaucoup au nord de l'équateur quand son nœud ascendant G est dans le Bélier; alors la lune attire l'équateur terrestre de ce côté-là avec plus de force. Il semble qu'alors l'équateur EM devroit se rapprocher de l'écliptique EG; c'est cependant alors même que l'angle est le plus grand, & que l'obliquité de l'écliptique, au lieu d'être de 23° 28′ 0″, se trouve de 23° 28′ 9″.

1071. Pour avoir le dénouement de cette difficulté, il faut considérer que ce n'est pas au point où agit la lune sur l'équateur terrestre que se fait le plus fort déplacement de l'équateur, mais à 90° plus loin. Ainsi quand la lune, en parcourant LA (*fig.* 131), agit le plus sur l'équateur ♈Q vers les points solstitiaux, c'est cependant vers les équinoxes ♈ & ♎ que cet effet devient sensible, parce que le changement de direction des parties de la terre leur fait prendre une diagonale dont l'écartement est le plus sensible à 90° plus loin.

dont on peut concevoir que le globe de la
monté, étoit composée d'un grand nomb
qui tournassent en 24 heures autour de l

1066. Ainsi pour calculer cette préce
mence à chercher la force avec laquel
chaque particule de la terre; ensuite l
en résulte pour faire tourner un méri
sphéroïde tout entier. Quand on c
un instant donné, on en conclud l
moyen du calcul intégral. C'est ain
viron 20″, dont l'équateur terrest
que année, par l'action seule du
terre homogène.

1067. La lune, en agissant s
que le soleil, y produit un
précession produite par le mo
cilement de celle du soleil;
mouvement de ses nœuds
distance à l'équateur, & p ... cedant
l'obliquité de son attractio ... ou dans les
l'équateur terrestre, elle ... pourquoi il
trogradation continue, ... and le nœud G
dique, dont le retour est ... ade arrive en ♈,
qui fut observée par M ... résultante de l'effet

1068. Si nous suppo ... ment là, est la plus gran-
tation observée est ... mouvement elliptique des
de la précession doit ... plus grande quand la vîtesse
sée par le soleil d ... voilà pourquoi l'obliquité de
dans ce cas la forc ... de dans le tems où véritable-
un peu plus que l ... l'équateur est située le moins
nutation observée ... roduire cette augmentation, &
pour l'équation, ... faire tout le contraire.
pour celle que c

lune. Par ce ... du Reflux de la Mer.
des marées (10
posé, dans le ... les marées trois phénomènes princi-
lune étoit de ... bles; le premier revient deux fois
par une espè ... fois le mois, le troisième deux fois
résultera to ... au passage de la lune par le méridi-
n'est pas d ... après, on voit les eaux de l'Océan
15″/; cel ... ; on assure qu'à S. Malo cette hau-
mogène; ... de 45 pieds. Parvenues à cette hauteur
prononce ... peu-à-peu; environ six heures après leur
couches ... elles sont à leur plus grand abais-

...ont de nouveau lorſque
...u méridien, enſorte
Flot & le *Ju-*
...tardent cha-
...ſſage de

... que les
...ouvelles lu-
...ni après, &
...nd la lune eſt
des marées eſt
... équinoxes, en-
les plus fortes de
...gée, qui arrive dans
...querons encore mieux
...r cauſe.
...qui ait parlé des marées,
...rs les deux tiers de ſon
(Odyſſ. XII. 105), à l'oc-
...ère dit qu'elle s'élève & ſe
; Strabon penſe que le mot
de la figure poëtique, pour le
...n pourroit croire auſſi qu'Homère
...u qu'il y a eu corruption dans le
...iſt. of Aſtron. pag. 256, 268).
... en parlant de la mer Rouge, & Dio-
...ont mention d'un flux grand & rapide,
... dire de la cauſe, ῥεῦν δε πολὺν χαὶ σφοδρόν.
...des Grecs qui fit attention à la cauſe des
... Pytheas de Marſeille ; il avoit été en Angle-
...omme le dit Strabon, & il avoit dû y obſer-
marées de l'Océan. Plutarque nous apprend
...es regardoit, en effet, comme étant réglées en
...que ſorte par la lune ; il eſt vrai qu'il ne parle que
...ne marée par mois, mais c'eſt ſans doute une faute
... Plutarque. Les marées du Golphe Arabique ou de la mer Rouge étant très-fortes, pourroient ſervir, dit M. Coſtard, à expliquer le paſſage des Iſraélites, dont il eſt parlé dans l'Exode ch. XIV, ſur-tout ſi l'on ſuppoſe qu'un vent de *N. E.* pouvoit augmenter encore la chûte ou l'abaiſſement des eaux.

1078. Ariſtote, dans la multitude de ſes ouvrages de Phyſique, faits 300 ans avant J. C., ne parle preſque

Cet effet produit vers les équinoxes ne changera pas l'obliquité de l'écliptique ou la distance du point E de l'écliptique au point Q de l'équateur : voyons dans quel temps se fait le plus grand changement

1072. Quand le nœud de la lune est en G (*fig.* 130) dans le solstice, la lune traversant l'équateur en E, n'agit point pour incliner l'équateur; car pour agir il faut qu'elle en soit à une certaine distance, & plus elle en est éloignée, plus elle agit. La lune étant en G, la plus éloignée de l'équateur qu'il est possible, c'est-là où elle attire le plus; si MO est le mouvement diurne de l'équateur terrestre en 1″ de temps, & OF la quantité de force que la lune exerce perpendiculairement à son plan, l'équateur prendra la direction MF; donc sur le colure des solstices NS où se mesure l'obliquité de l'écliptique, l'équateur MS paroîtra plus éloigné de l'écliptique N; donc l'obliquité de l'écliptique paroîtra augmentée par l'action de la lune.

1073. Pendant tout le temps que le nœud ascendant G sera dans la partie boréale de l'écliptique ou dans les signes ascendans, cet effet aura lieu; voilà pourquoi il s'accumule de plus en plus, & enfin quand le nœud G de la lune par son mouvement rétrograde arrive en ♈, l'action est nulle, mais l'équation résultante de l'effet qui a été produit jusqu'à ce moment-là, est la plus grande, tout ainsi que dans le mouvement elliptique des planètes, l'équation est la plus grande quand la vîtesse cesse d'augmenter (497); voilà pourquoi l'obliquité de l'écliptique est la plus grande dans le tems où véritablement l'action de la lune sur l'équateur est située le moins avantageusement pour produire cette augmentation, & qu'elle sembleroit devoir faire tout le contraire.

Du Flux & du Reflux de la Mer.

1074. Il y a dans les marées trois phénomènes principaux, très-remarquables; le premier revient deux fois le jour, le second deux fois le mois, le troisième deux fois l'année. Tous les jours au passage de la lune par le méridien, ou que[illegible] après, on voit les eaux de l'Océan s'élever [illegible]; on assure qu'à S. Malo cette hauteur v[illegible]45 pieds. Parvenues à cette hauteur les e[illegible]u-à-peu; environ six heures après leur plu[illegible]on elles sont à leur plus grand abais-

ſement ; après quoi elles remontent de nouveau lorſque la lune paſſe à la partie inférieure du méridien, enſorte que la haute mer & la baſſe mer, le *Flot* & le *Juſan*, s'obſervent deux fois le jour, & retardent chaque jour de 48′, plus ou moins, comme le paſſage de la lune au méridien.

1075. Le ſecond phénomène conſiſte en ce que les marées augmentent ſenſiblement au temps des nouvelles lunes & des pleines lunes, ou un jour & demi après, & l'augmentation eſt ſur-tout très-ſenſible quand la lune eſt périgée. Enfin le troiſième phénomène des marées eſt l'augmentation qui arrive vers les deux équinoxes, enſorte que le cas où les marées ſont les plus fortes de toutes eſt celui d'une ſyzygie périgée, qui arrive dans le temps de l'équinoxe : nous expliquerons encore mieux les phénomènes en expliquant leur cauſe.

1076. Le plus ancien Auteur qui ait parlé des marées, comme l'obſerve Strabon (vers les deux tiers de ſon premier Livre), eſt Homère (Odyſſ. XII. 105), à l'occaſion de Charibde ; Homère dit qu'elle s'élève & ſe retire trois fois le jour ; Strabon penſe que le mot τρὶς a été mis à cauſe de la figure poëtique, pour le mot δὶς, deux fois : on pourroit croire auſſi qu'Homère étoit mal informé ou qu'il y a eu corruption dans le texte. (*Coſtard*, *Hiſt. of Aſtron. pag.* 256, 268).

1077. Hérodote en parlant de la mer Rouge, & Diodore de Sicile font mention d'un flux grand & rapide, mais ſans rien dire de la cauſe, ῥοῦν δε πολὺν χαὶ σφοδρόν. Le premier des Grecs qui fit attention à la cauſe des marées, fut Pytheas de Marſeille ; il avoit été en Angleterre, comme le dit Strabon, & il avoit dû y obſerver les marées de l'Océan. Plutarque nous apprend qu'il les regardoit, en effet, comme étant réglées en quelque ſorte par la lune ; il eſt vrai qu'il ne parle que d'une marée par mois, mais c'eſt ſans doute une faute de Plutarque. Les marées du Golphe Arabique ou de la mer Rouge étant très-fortes, pourroient ſervir, dit M. Coſtard, à expliquer le paſſage des Iſraélites, dont il eſt parlé dans l'Exode ch. XIV, ſur-tout ſi l'on ſuppoſe qu'un vent de *N. E.* pouvoit augmenter encore la chûte ou l'abaiſſement des eaux.

1078. Ariſtote, dans la multitude de ſes ouvrages de Phyſique, faits 300 ans avant J. C., ne parle preſque

pas des m[illegible]ées : on n'y trouve que trois passages fort courts à [illegible] sujet; le premier, où il dit qu'il y a un grand flu[illegible]es eaux qui sont vers le Nord ou du côté de l'O[illegible] (Météorol. L. II.); le second, où il dit qu'on [illegible] d'élévations de la mer réglées sur la lune (*de Mundo*, c. 4. *in fine*); le troisième, où il observe que la marée d'une grande mer est plus forte que celle d'une m[illegible]plus petite (*Probl. sect.* 23). Nous ne voyons rien [illegible]i annonce qu'Aristote se soit occupé de ces phénomè[illegible] au point d'être mort du désespoir que sa curiosité [illegible] comme l'ont écrit S. Justin & S. Grégoire de [illegible] Grecs furent très peu au fait d[illegible] dans Quinte-Curce combie[illegible]n furent étonnés en arrivan[illegible]t les vaisseaux à sec.

1079. [illegible], que les Romains instruits p[illegible]encent à montrer des connoiss[illegible]a Physique: César en parle d[illegible]IV). Strabon explique d'après [illegible]ment de l'Océan imite celui [illegible]ouvement diurne, un menstruel, un [illegible] s'élève quand la lune est dans le m[illegible]us soit au-dessous de l'horizon, & q[illegible]i lever & au coucher de la lune. Que les marées augmentent dans les nouvelles & dans les pleines lunes, & dans le solstice d'été.

1080. Pline explique non-seulement les phénomènes, mais la cause, quand il dit: *Causâ in sole lunaque..... ut ancillantes syderi avido trahentique secum haustu maria*, *L. II. c.* 97, *&c.* Senèque en parle avec exactitude (*Quæst. nat. III.* 28. *Quare bonis viris mala accidant*, *c.* 1). Macrobe, auteur du 4e siècle, décrit très-bien les mouvemens de l'Océan, à l'occasion de la période de 7 jours (*Somn. Scip.* I. 6).

1081. Les différentes manières dont on a cherché en différens temps à expliquer l'effet de la lune sur les marées sont si peu satisfaisantes, que je ne crois pas devoir même les indiquer. Voyez Plutarque, *de Plac. phil.* L. III. c. 17. Galilée, *de Syst. mundi*, Dial. 4. Riccioli, *Almag.* II. *p.* 374. Gassendi, *Op. II. pag.* 27. *Wallis Opera*, *&c.* Képler fut le premier qui apperçut l'effet de l'attraction universelle dans les marées; il en parle d'u-

ne manière éloquente dans son ouvrage : *De Stella Martis.*

1082. Newton, après la découverte du principe & de la loi générale de l'attraction, apperçut facilement les effets que le soleil & la lune devoient produire sur les marées, & il traita cette matière dans son Livre des principes avec sa supériorité ordinaire. Enfin, l'Académie des Sciences ayant résolu vers 1738 de traiter tout de nouveau & d'approfondir les branches du systême du monde que Newton n'avoit pu épuiser, proposa pour le prix de 1740 la question des marées ; les pièces de MM. Bernoulli, Euler & Mac-Laurin, qui partagèrent le prix, sont d'excellens traités sur cette matière.

1083. La première chose qui se présente à démontrer, c'est que l'attraction de la lune ou du soleil considérée séparément, agissant sur une couche de fluide très-mince qui environne un globe, doit faire prendre à ces eaux une figure elliptique ; M. Mac-Laurin le démontra d'une manière ingénieuse dans sa pièce de 1740 ; M. Clairaut le prouve dans sa *Théorie de la figure de la Terre ;* & il est aisé d'appliquer aux marées la même démonstration, parce que la force du soleil & de la lune sur les différentes particules de la terre est de même espèce que la force centrifuge, & produit aussi-bien qu'elle une figure elliptique dans ses eaux : je l'ai démontré fort au long dans le XXII[e]. Livre de mon *Astronomie.*

Les eaux s'élèvent non-seulement vers le côté où est l'astre qui les attire, mais encore du côté opposé, parce que si l'astre attire les eaux supérieures plus qu'il n'attire le centre de la terre, il attire aussi le centre de la terre plus qu'il n'attire les eaux inférieures, & celles-ci restent en arrière du centre autant que les eaux supérieures vont en avant du côté de l'astre qui les attire. Les Cartésiens n'ont jamais voulu comprendre cette double marée, quoique ce soit un effet incontestable de l'attraction. Tous les cercles de la terre qui ont leur commune section dirigée vers la lune, prennent également la forme elliptique ; ainsi le globe aqueux se change en un ellipsoïde allongé, dont le grand axe est dirigé vers l'astre qui attire les eaux.

1084. Le degré d'ellipticité d'un pareil sphéroïde est égal à $\frac{5}{4}$ de la force perturbatrice au point où elle est la plus grande, ensorte qu'ayant calculé la force attractive du soleil sur les eaux, on trouve que l'aplatissement de ce sphéroïde est de 23 pouces; c'est la quantité dont la force seule du soleil est capable d'élever les eaux de la mer sous l'équateur. Nous verrons bientôt que la lune peut en produire trois fois autant; ce qui feroit en tout 8 pieds de marée dans une mer libre : mais cette hauteur est souvent diminuée par la résistance du fond, car elle n'est que de 3 pieds à l'Isle de Sainte-Hélene, au Cap de Bonne-Espérance, dans les Philippines & les Molucques; & d'un pied dans le milieu de la mer du Sud: au contraire, elle est souvent augmentée par la situation & la figure des côtes, puisqu'à Saint-Malo, il y a jusqu'à 45 pieds de marée, & quelquefois davantage.

1085. Ce n'est pas précisément vers le soleil ou vers la lune qu'est dirigé le sommet de cet ellipsoïde aqueux, car on observe que la marée n'arrive qu'environ $2^h \frac{1}{2}$ après leur passage au méridien dans les mers libres; c'est ainsi que M. de la Caille l'a observé au Cap (*Mém. Acad.* 1751); M. Maskelyne, à $2^h \frac{1}{4}$ à l'Isle de Sainte-Hélene, (*Phil. Transf.* 1762). Ainsi quand nous parlerons dans les articles suivans de l'astre qui produit la marée, il faudra entendre un point qui est à 35° environ plus oriental que le vrai lieu de l'astre. Et à l'égard des côtes qui sont plus reculées, la marée est encore plus retardée, comme on le voit par la table de l'*Etablissement du Port*, qui est dans la *Connoissance des Temps*, dans l'Architecture hydraulique de Belidor & dans tous les livres de Navigation, tels que ceux du P. Fournier, de Bouguer, de Robertson.

1086. Dans une ellipse peu applatie les excès des rayons sur le petit demi-axe sont comme les carrés des sinus des distances au petit axe (821); ainsi le sphéroïde aqueux faisant successivement avec le soleil tout le tour de la terre, les pays situés sous le grand axe seront inondés, ceux qui seront sous le petit axe auront basse mer, & la différence entre la basse mer & la hauteur de l'eau pour un moment quelconque sera l'excès d'un des rayons sur le petit axe de l'ellipse.

La hauteur de la marée au dessus des basses eaux, en un lieu quelconque, est donc égale à la plus grande hauteur de l'eau multipliée par le carré du cosinus de la distance de l'observateur au sommet de l'ellipsoïde; c'est-à dire de la distance entre le zénit du lieu & l'astre qui produit la marée, en supposant l'ellipsoïde dirigé à l'astre même; ainsi la plus basse mer arrive quand l'astre est à l'horizon, & la plus haute mer quand l'astre est au méridien.

1087. De-là il suit que si le lieu donné & l'astre qui produit la marée sont tous deux sous l'équateur, la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de l'angle horaire; & l'élévation croît à peu près comme les carrés des temps aux environs du méridien; c'est aussi ce que l'observation a fait voir (*Mém. Acad.* 1720, *pag.* 360).

Si le lieu donné est éloigné de l'équateur, la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de la latitude; mais aussi-tôt que la latitude est assez grande pour que la lune ne se couche point dans certains temps, il n'y a plus qu'une seule marée dans les 24 heures, parce que la lune n'approche qu'une fois de l'horizon. Sous le pole même il n'y a point de marée diurne, puisque la lune reste sensiblement pendant toute la journée à la même distance du zénit, & le sphéroïde aqueux tourne, sans s'élever à une heure plus qu'à une autre. Dans les autres cas, il y a deux marées, l'une répond à peu-près au passage supérieur de la lune par le méridien, l'autre au passage inférieur; mais elles sont fort inégales.

1088. Si l'astre n'est pas dans l'équateur, la marée pour un pays situé sous l'équateur sera comme le carré du cosinus de la déclinaison, parce que cette déclinaison sera elle-même la distance de l'astre au zénit, ou la distance du point donné au sommet de l'ellipsoïde. Si le lieu donné n'est pas dans l'équateur, la marée supérieure sera la plus grande, suivant la théorie, quand l'astre passera le plus près du zénit, c'est-à-dire, quand la déclinaison de l'astre sera du côté du pole élevé; mais la marée inférieure sera plus petite que quand l'astre étoit dans l'équateur, parce que le point opposé à l'astre sera plus éloigné du zénit que de l'équateur, quand l'astre sera dans la partie inférieure du méridien.

[illegible] serve cependant que les marées en [illegible] grandes en général après les équinoxes [illegible] d'été, cela vient probablement de [illegible] particulières : 1°. Les vents du [illegible] sont alors plus fréquens & plus forts. [illegible] au solstice est plus gênée entre les conti- [illegible] rique & de l'Amérique, & plus resserrée [illegible] les équinoxes ; elle peut donc être moins [illegible] sur nos côtes. 3°. Dans les solstices il y a [illegible] marées, dont une forte & l'autre foible, & qui [illegible] compensent mutuellement ; au lieu que dans le temps [illegible] équinoxes il y en a deux à peu-près égales, dont [illegible] total est plus sensible. Ajoutons cependant [illegible] n'est point aussi général qu'on le dit communément que les marées des équinoxes soient les plus grandes de l'année, & que les marées les plus grandes & les plus extraordinaires dont on ait connoissance ne sont point arrivées vers les équinoxes, comme on le verra dans un Mémoire que j'ai lu à l'Académie en 1772 sur les marées des équinoxes.

3090. Si la force du soleil est capable de changer la surface des eaux de l'Océan en un sphéroïde allongé dont le sommet est dirigé vers le soleil, la lune doit produire un effet semblable ; aussi les marées qu'on observe participent-elles des mouvemens du soleil & de la lune. Dans les syzygies, c'est-à-dire, les nouvelles lunes & les pleines lunes, le sphéroïde aqueux produit par la force du soleil, & celui qui est produit par la force de la lune, sont dirigés dans le même sens ; ainsi l'allongement du sphéroïde est égal à la somme des allongemens que le soleil & la lune sont capables de produire séparément ; mais dans les quadratures les axes de ces deux sphéroïdes sont à angles droits, & le grand axe du sphéroïde solaire augmente le petit axe du sphéroïde lunaire. Ainsi les marées des syzygies sont la somme des effets du soleil & de la lune, tandis que les marées des quadratures en sont la différence. Les hauteurs des marées peuvent donc nous faire connoître le rapport des forces du soleil & de la lune. M. Daniel Bernoulli supposant qu'à Saint-Malo la mer varioit de 50 pieds dans les marées moyennes des syzygies, & de 15 pieds dans celles des quadratures, en conclut que le rapport des deux forces du soleil & de la lune est celui de 13 à 7 ; mais après avoir exa-

miné diverses observations, sur-tout les intervalles des marées, dont nous allons parler (1092), il en conclud que la force de la lune est 2½ fois celle du soleil, dans les moyennes distances.

1091. Quand la lune est apogée, sa force diminue comme le cube de sa distance augmente (1050), ensorte que si la force moyenne de la lune est 2½, la plus grande force dans le périgée sera égale à 3, & la plus petite = 2 seulement, dans l'apogée. En effet, les cubes des parallaxes extrêmes, ou de 53′ 51″, & de 61″ 29″ sont à peu près comme 2 est à 3. Cette augmentation des marées dans le périgée de la lune est parfaitement d'accord avec les observations.

Les cubes des distances du soleil à la terre en hiver & en été sont entre eux comme 1 est à 1,106. La force du soleil est donc plus grande en hiver d'un dixième, & si sur 22 ou 23 pieds de marée qu'il y a à Brest, quand la lune est périgée, il y en a 5¾ pour l'action du soleil, il doit y avoir en hiver 7 pouces d'élévation à Brest de plus qu'en été, par le seul effet des distances du soleil à la terre; cette quantité est trop peu sensible pour qu'on puisse en être bien assuré par les observations.

1092. Jusqu'ici nous n'avons parlé des marées que pour les cas des syzygies ou des quadratures; examinons ce qui se passe dans les temps intermédiaires. Quand la lune & le soleil sont à quelque distance l'un de l'autre, chacun produit une élévation différente dans un lieu donné, & la somme de ces deux élévations est la hauteur de la marée qu'il s'agit de déterminer. La force de la lune étant deux ou trois fois plus grande que celle du soleil, le point de la haute mer approche deux ou trois fois plus de la lune que du soleil, & n'est jamais éloigné de la lune de 15°. Ainsi le passage de la lune au méridien est ce qui influe le plus sur le temps de la haute mer; aussi la différence entre le passage de la lune & le moment de la haute mer n'est jamais de plus de 63′ de temps, lors même que la lune est périgée & qu'elle est à 60° du soleil. M. Bernoulli a déterminé, par ses formules, le *maximum* de cette différence entre le passage de la lune & la haute mer; mais il est aisé de le déterminer par le calcul astronomique, à l'aide de quelques fausses positions, pour toutes les élongations de la lune. Soit ABM (*fig.* 128)

le sphéroïde aqueux dont le sommet ou le point de la haute mer est en A, le soleil répondant au point H, la lune au point L, & la distance de la lune étant supposée de 60°; LA est la distance de la lune au point de la haute mer, AH la distance du soleil au même point. La hauteur de la plus grande marée par l'action seule du soleil étant appellée 1, l'on aura cos AH² pour la hauteur en A, produite par le soleil (1086), & 3 cos. LH² pour la hauteur produite en A par l'action de la lune périgée. Si l'on suppose LA de 9° & AH de 51°, l'on trouvera ces deux termes 0,3961 & 2,9266; ainsi la hauteur totale de la marée sera 3,3227. Si l'on suppose LA 9° ½, on aura 2,9183 & 0,4046, ce qui fait 3,3229; si l'on suppose LA = 10°, l'on aura 2,9095 & 0,4132, ce qui donne la marée 3,3227; il est facile de voir que le *maximum* de leur somme est à 9° ½; c'est donc la plus grande hauteur de la marée quand le soleil & la lune sont à 60° l'un de l'autre, & que la lune est périgée.

1093. Pour savoir combien de temps le point A doit passer au méridien plutôt que la lune, on considérera que le retardement diurne de la lune périgée étant de 1h 6', ces 9° ½ font 40' de temps, ainsi la haute mer précédera de 40' le passage de la lune au méridien. Quand la lune est apogée & que sa force est seulement double de celle du soleil, le *maximun* pour 60° de distance est de 2,3660, & ce point est à 15° de la lune; ces 15° font 62' ¾ en temps lunaire; ainsi dans l'apogée de la lune il y a 1h 3' de différence entre le passage au méridien & l'heure de la haute mer; il y a une table de cette différence pour tous les degrés de distance de la lune au soleil, que j'ai mise plusieurs fois dans ma *Connoissance des Temps*.

1094. Cette différence entre le passage de la lune au méridien, & l'heure de la marée, a encore servi à M. Bernoulli à déterminer le rapport des forces de la lune & du soleil. Supposons que dans les moyennes distances HA réponde à 34' de temps, & que AL soit de 14', il est aisé de sentir que ces deux quantités sont en raison inverse des forces du soleil & de la lune, d'où il résultera que ces forces sont entre elles comme 14 est à 34 ou à peu près comme 1 est à 2 ½.

1095. De tous les principes établis dans les articles précédens, il résulte une règle générale pour calculer

la hauteur de la marée dans un lieu & un temps quelconque. Il faut trouver 1°, le lieu du soleil & de la lune, & leurs distances à la terre; 2°, calculer leurs déclinaisons, leurs hauteurs, pour le lieu donné (368), supposant l'angle horaire plus grand de 3h ½ si c'est à Brest, 6h à Saint-Malo ou à Plymouth, &c. plus ou moins suivant l'*heure du Port*. Quand cette hauteur calculée sera zéro, l'on aura la basse mer dans le lieu donné, car le sommet du sphéroïde sera dans l'horizon. Hors de-là le carré du sinus de cette hauteur du sommet du sphéroïde aqueux, multiplié par le plus grand effet de la lune à la distance donnée (1091), donnera la hauteur de la marée, ou la différence de la plus basse mer lunaire à celle qui a lieu au moment donné; on fera le même calcul pour le soleil, & l'on ajoutera ensemble les deux hauteurs pour avoir la marée totale.

1096. Il est bon de la rapporter au point fixe ou au niveau naturel pour la combiner avec celle du soleil rapportée au même niveau; pour avoir ce point de niveau, c'est-à-dire, avoir un point fixe pour y rapporter les hauteurs de l'eau, il faut le prendre au-dessus des basses eaux, d'un tiers seulement de la différence entre la basse mer & la haute mer, parce qu'il est démontré que la montée est double de la descente dans les syzygies. A Brest il y a 23 pieds de marée dans les cas les plus favorables; le tiers est 7 pieds 8 pouces: c'est la hauteur du niveau naturel de la mer au-dessus des basses eaux; plusieurs Observateurs se sont trompés en prenant le milieu pour terme moyen.

1097. On objecte souvent aux attractionnaires que si l'attraction étoit la cause des marées, elle devroit avoir lieu dans les petites mers comme dans les grandes; mais il est démontré que dans de petites mers la marée doit être insensible. Supposons que RM (*fig.* 132), soit une partie du globe terrestre, SM une portion du sphéroïde aqueux qui auroit lieu si la mer étoit libre & couvroit toute la terre; s'il y a un petit espace de mer qui n'ait que la largeur ZX d'orient en occident, les eaux ne peuvent pas prendre la courbure VS, car n'y ayant pas des eaux environnantes pour prendre la place de celles qui s'éléveroient, elles sont réduites à prendre une courbure semblable OR, ensorte que VO soit égale à SR, la surface COR étant toujours égale à la surface CZX. Par-là on voit sans aucun calcul que la

marée y ſera d'autant moins ſenſible que la longueur de la mer en longitude ſera moindre, puiſque la ſurface du triangle ZCX diminue comme ZX, & que l'inclinaiſon des lignes OR, ZX, ne ſauroit jamais être plus grande que l'angle formé par le cercle & par l'ellipſe en M; auſſi M. Bernoulli démontre par ſes formules que la marée totale de cette mer eſt à celle qui auroit lieu dans la mer libre, comme la longueur ZX de cette mer d'orient en occident eſt au ſinus total.

M. Bernoulli prouve également que ſi la mer avoit 90° d'étendue, la marée y ſeroit plus petite d'un ſixième ſeulement que dans la mer libre; & elle y arriveroit 1h 5′ plus trad que ſi toute la terre étoit inondée.

On voit auſſi par ce qui précède que dans une mer étroite, lorſque l'eau s'élève vers un rivage R, elle s'abaiſſe vers le rivage oppoſé en O.

1098. Je ne parlerai pas ici des modifications particulières que la loi générale des marées éprouve en différens pays par la ſituation des mers & des rivages; on peut voir ce que Newton dit de Batsham dans le Tunquin, où il n'y a qu'une marée par jour; ce qu'on a écrit ſur les marées extraordinaires de l'Euripe, dans le ſecond Tome des Voyages de Spon, dans le Dictionnaire de la Martinière, dans les Lettres de M. Buchoz; ſur celles du Détroit de Gibraltar, on pourra voir les *Tranſ. Philoſ.* de 1762.

1099. Quant au détail des obſervations qu'on a faites en France ſur les marées, on les trouvera ſur-tout dans les Mémoires de l'Académie, années 1710, 1712, 1713, 1714, 1720, & dans un Traité particulier que je me propoſe de publier ſur cette matière.

Je n'ai pu donner dans ce XIIe Livre qu'une idée générale de l'attraction; cette matière étant hériſſée des calculs les plus abſtraits, ne ſauroit être à la portée des Lecteurs à qui cet ouvrage eſt deſtiné, mais ils y trouveront peut-être de quoi exciter leur curioſité & les diſpoſer à une étude plus approfondie.

1100. Il manque à cette Introduction un traité du Calcul aſtronomique, mais ceux qui auront aſſez de curioſité dans ce genre pour vouloir ſe livrer aux détails & aux opérations de l'Aſtronomie, ne pourront ſe diſpenſer de recourir à mon ASTRONOMIE en 3 vol. *in* 4°, édition de 1771, qui forme un Cours plus ſatisfaiſant & plus complet de cette vaſte ſcience.

EXPLICATION

de la Table qui contient le Résultat de toute l'Astronomie.

La Table suivante renferme tous les élémens qui n'ont pas été mis à leur place dans le cours de cet Ouvrage, afin que le rapprochement en fût plus commode pour le Lecteur. Par exemple, les révolutions tropiques auroient pu être placées à l'Article 454 où j'en ai donné l'explication, aussi la Table renvoie à cet Article dans le titre même de la colonne des révolutions.

Les diamètres, les grosseurs & les distances des Planètes qui se trouvent dans la Table suivante, sont calculés sur les derniers résultats de la parallaxe du Soleil, que je trouve de 8 secondes & demie; ainsi cette Table est meilleure que celle que j'ai donnée dans le sixieme Livre de mon *Astronomie*, & qui fut imprimée avant que nous eussions reçu les observations les plus concluantes du passage de Vénus observé en 1769.

Il pourroit arriver que la parallaxe moyenne du Soleil, que je suppose de 8″½ en nombres ronds, fût tant soit peu plus grande; M. Lexell qui s'est occupé de ces recherches postérieurement aux miennes, & qui a mis tout le scrupule possible dans ses calculs, trouve 8″63, au lieu de 8″ 55 que j'avois fixées dans mon Mémoire; & voilà, ce me semble, à quoi peut se réduire l'incertitude actuelle sur cet élément, c'est-à-dire, à un douzieme de seconde, & je n'ai pas trouvé que cette différence valût la peine de recalculer ma Table, quand même elle seroit bien avérée (*a*).

Ces révolutions sont comptées en années communes de 365 jours seulement, en jours, heures, minutes, secondes, & dixiemes de secondes de temps moyen.

Le diamètre du Soleil est ici plus petit de quelques secondes que celui que j'ai déterminé par les plus exactes

(*a*) M. *de la Landé*, aussi zelé pour lever les incertitudes qu'infatigable au Calcul, s'est pourtant donné la peine, depuis la premiere Edition de cet Ouvrage, de recommencer ses recherches sur cette matière, &, d'après un Calcul fondé sur les meilleures Observations il a trouvé pour résultat que la Parallaxe moyenne du Soleil étoit de 8″6; ce qui fait une différence d'un dixième de Seconde avec l'élément de la première Table. En conséquence cet illustre Astronome nous a communiqué sa Nouvelle Table, que nous avons placée à côté de l'autre. C'est donc cette Nouvelle Table des diamètres, distances, &c. des Planètes qu'il faut regarder comme la meilleure. (*Note de l'Editeur.*)

obſervations; mais il m'a paru par les durées des éclipſes que le véritable diamètre du Soleil eſt amplifié par l'irradiation de ſa lumière. Les chiffres qui ſont après les virgules indiquent des décimales; par exemple, le diamètre de la Lune eſt de 4″ 642, c'eſt-à-dire, 4 ſecondes & ſix dixièmes, 4 centièmes, 2 millièmes, ou 642 millièmes de ſeconde.

De même la viteſſe des graves à la ſurface de la terre eſt de 15 pieds & 1038 dix millièmes de pied; j'ai ajouté à la viteſſe qui s'obſerve en effet ſous l'équateur à la ſurface de la terre, la quantité dont la force centrifuge la diminue; afin d'avoir la véritable viteſſe qui auroit lieu ſi la terre étoit immobile; il en eſt de même des autres Planètes.

En calculant la denſité de Saturne, j'ai pris un milieu entre les maſſes qui réſultent des diſtances des cinq Satellites obſervées par M. Caſſini; d'autres Aſtronomes ſe contentent de la diſtance du quatrième Satellite qui eſt la mieux connue. J'ai auſſi négligé la maſſe de l'Anneau, & je l'ai ſuppoſée réunie au globe de Saturne, parce que ſon épaiſſeur eſt fort petite; d'ailleurs ſa maſſe étant abſolument inconnue, cet élément ne pouvoit entrer dans le calcul.

Avec les diſtances moyennes qui ſont à la fin de cette Table, on peut avoir la plus grande & la plus petite diſtance de chaque planète à la terre, par exemple, pour Mercure, qui eſt éloigné du Soleil de 13 millions de lieues, le Soleil étant éloigné de la Terre de 34, la ſomme 47 eſt la plus grande diſtance de Mercure; la différence 21 eſt la plus petite. Pour Saturne la ſomme de 34 & 331 millions nous apprend que ſa plus grande diſtance à la Terre eſt de 375 millions; la différence 297 eſt ſa plus petite diſtance (*a*).

L'incertitude qu'il peut y avoir ſur la diſtance du Soleil & des autres Planètes à la Terre, eſt environ d'une deux centieme partie du total, peut-être même deux cent mille lieues pour le Soleil. Mais la diſtance de la Lune eſt beaucoup mieux connue, il n'y a pas 50 lieues d'incertitude ſur 86 mille lieues de diſtance.

(*a*) Voyez la manière dont les diſtances ſont exprimées dans la Nouvelle Table. (*Note de l'Edit.*)

FIN.

…ELLE TABLE

…rens des Planètes vus à la distance moyen… terre, & de leurs diamètres vrais en …arallaxe du Soleil de 8″ 6, avec …, leurs densités, leurs masses & leurs distances.

Diamètres en …eues (534.)	Diamètres par rapport à la terre.	
319397	111,48	Cent & onze fois aussi gr. que le diam. de la terre.
2865	1	. . . . . .
782	0,2730	Trois onz. du diam. de la terre.
1166	0,4070	Onze vingt-septièmes.
2748	0,9593	Plus petit d'un vingt-cinquième.
1899	0,6628	Deux tiers du diamètre de la terre.
32264	11,262	Onze fois & un quart.
28600	9,9825	Dix fois aussi grand.
66728	23,291	Vingt-trois fois & un quart ou un tiers.

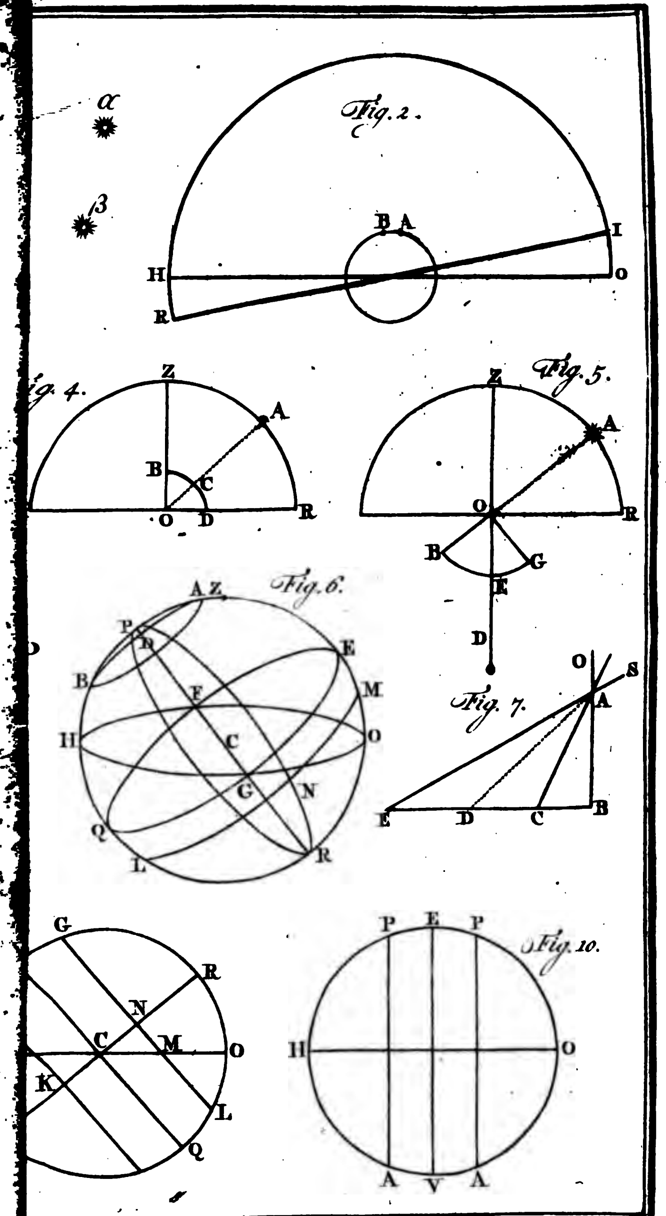
…osseur par rapport à la terre.	Densité par rapport à la terre (1021).
…orze cent mille fois plus gros que la terre.	0,25285 *
…uarante-neuvième partie de la terre.	0,68706 *
…uinzième partie de la terre.	2,0377
…petite d'un neuvième.	1,2749
…vingt-quatrièmes, ou presque un tiers.	0,7292
…orze cent fois plus gros.	0,23147 *
…ue mille fois plus gros.	0,09032 *

…tesse des gra…s à la surface (1024.)	Distances à la terre en lieues de 2283 toises (585)		
	La plus petite.	La moyenne.	La plus grande.
28pi. 65	33780220	34357480	34934740
15, 1038	. . .	. . . .	. . . .
2, 83	86324	88860	91397
12, 535	21057740	34357480	47657220
18, 473	9505600	34357480	59209360
7, 2995	17992756	52350236	86707716
39, 094	144335050	178692530	213050010
15, 762	293391200	327748680	362106160

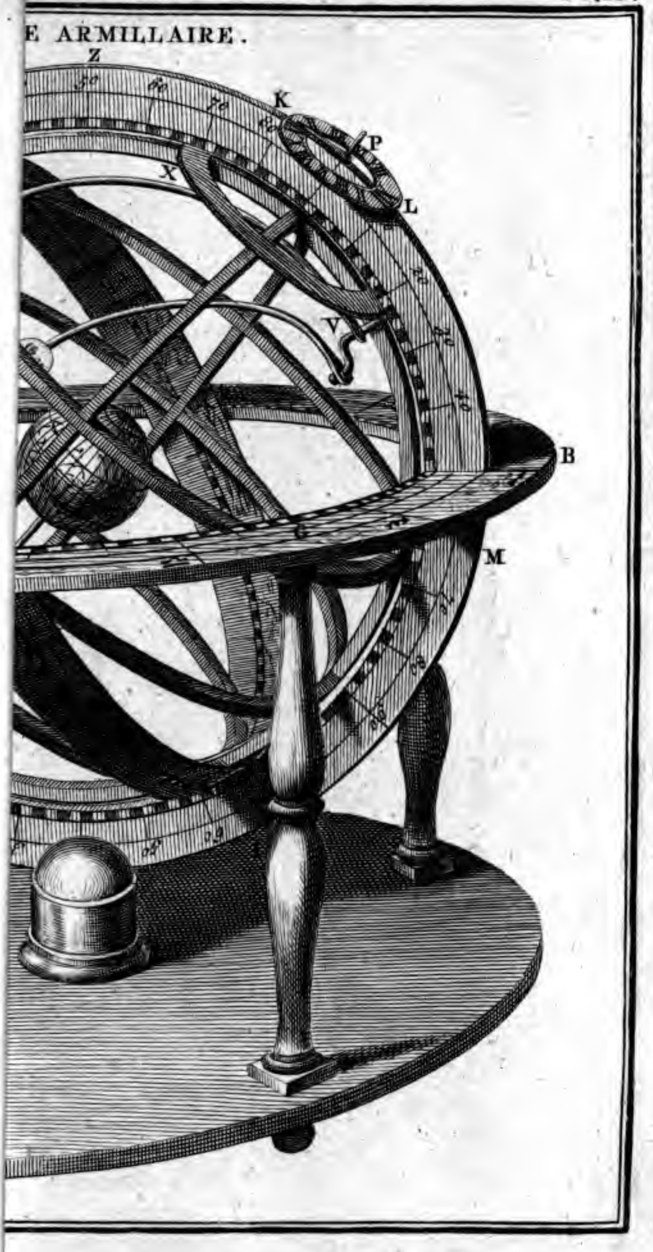
TABLE DES MATIERES.

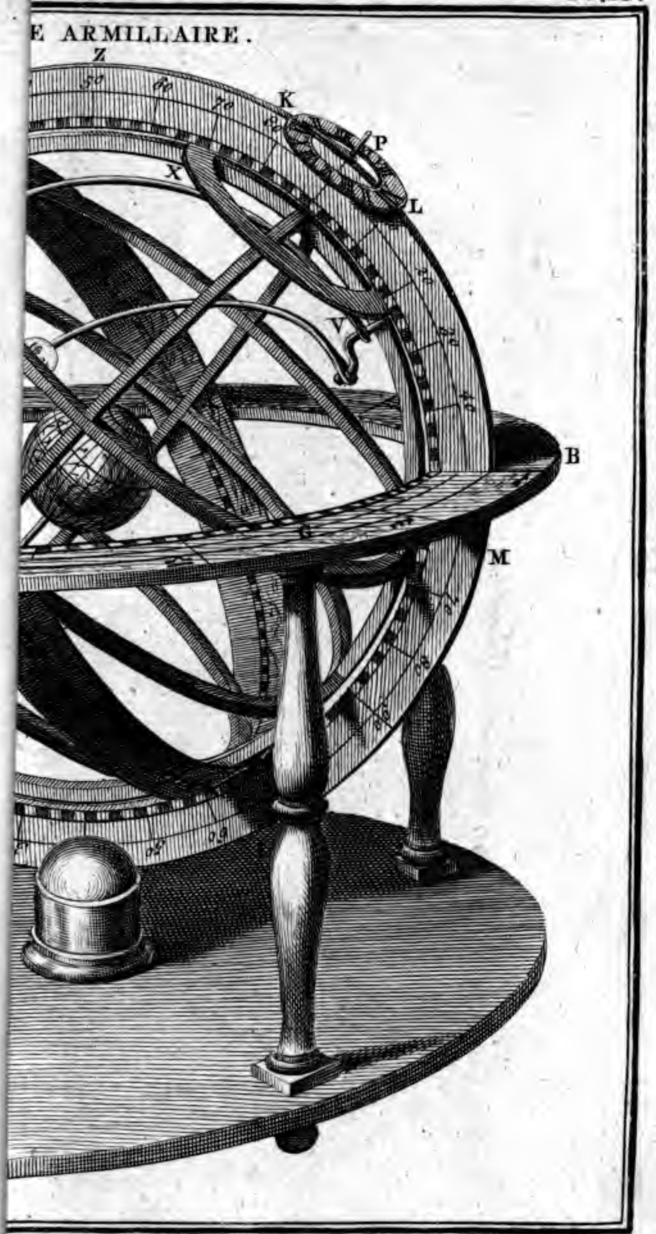
Les Chiffres marquent les numéros, & non les pages.

Fin de la Table des Matieres.

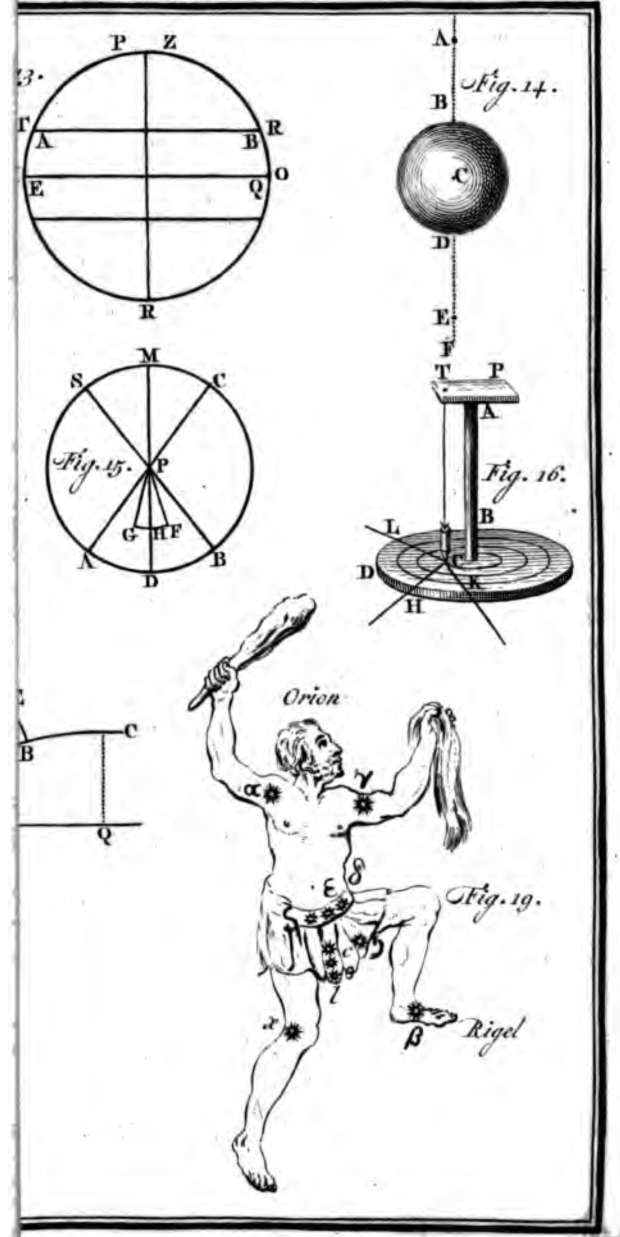


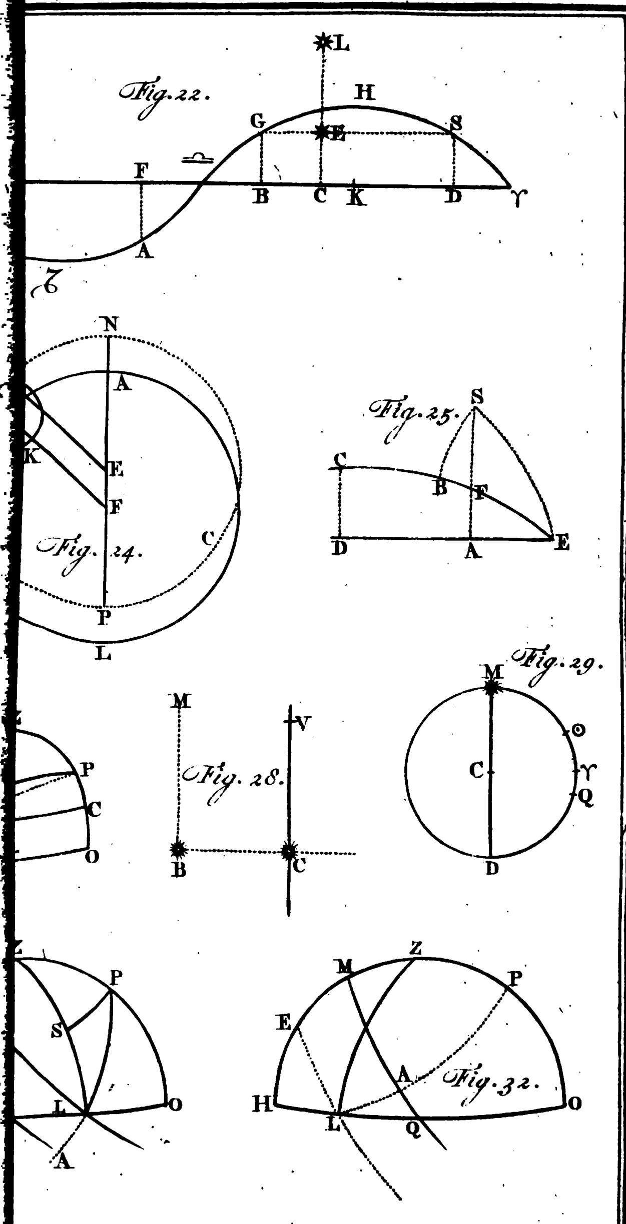
α
β
Fig. 2.
B A
I
H
O
R
Fig. 4.
Z
A
B
C
O
D
R
Fig. 5.
Z
A
O
R
B
G
E
D
Fig. 6.
A Z
P
D
B
E
M
F
H
C
O
G
N
Q
L
R
O
S
A
Fig. 7.
E
D
C
B
G
R
N
C
M
O
K
L
Q
P
E
P
Fig. 10.
H
O
A
V
A


E ARMILLAIRE.
Z
K
P
X
L
V
B
M



E ARMILLAIRE.
Z
K
P
X
L
V
B
G
M

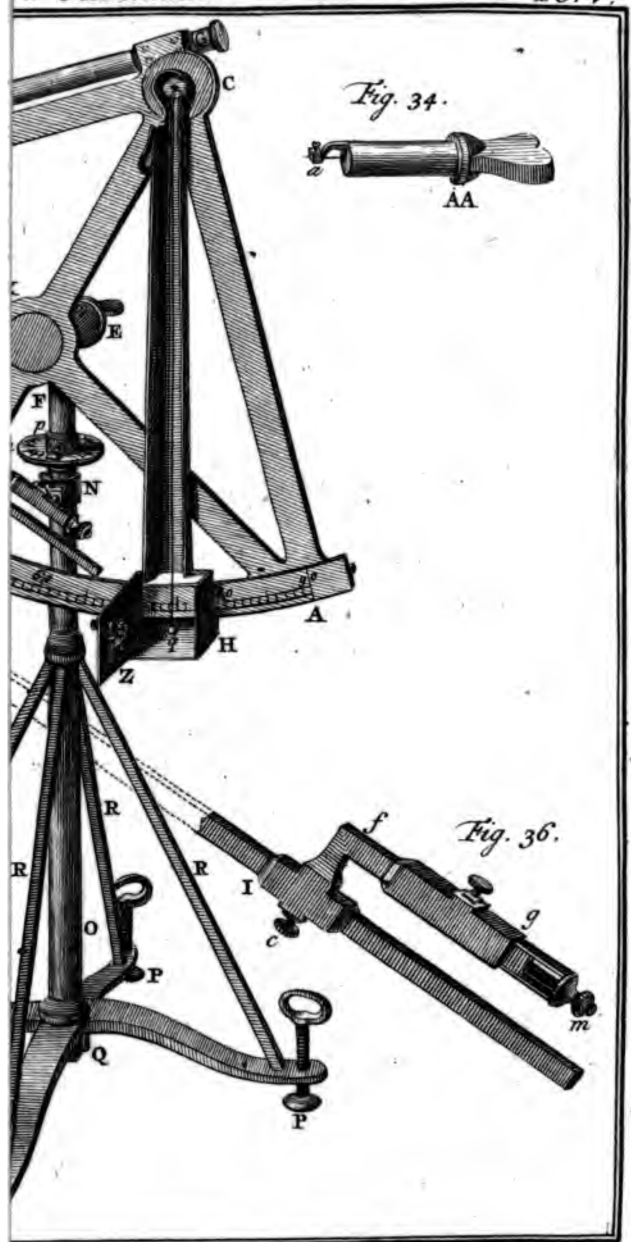

P
Z
13.
T
R
A
B
O
E
Q
R
A
Fig. 14.
B
C
D
E
F
T
P
A
Fig. 16.
B
L
D
C
K
H
M
S
C
Fig. 15.
P
G
H
F
A
B
D
C
B
Q
Orion
α
γ
δ
ε
Fig. 19.
c
l
x
β
Rigel

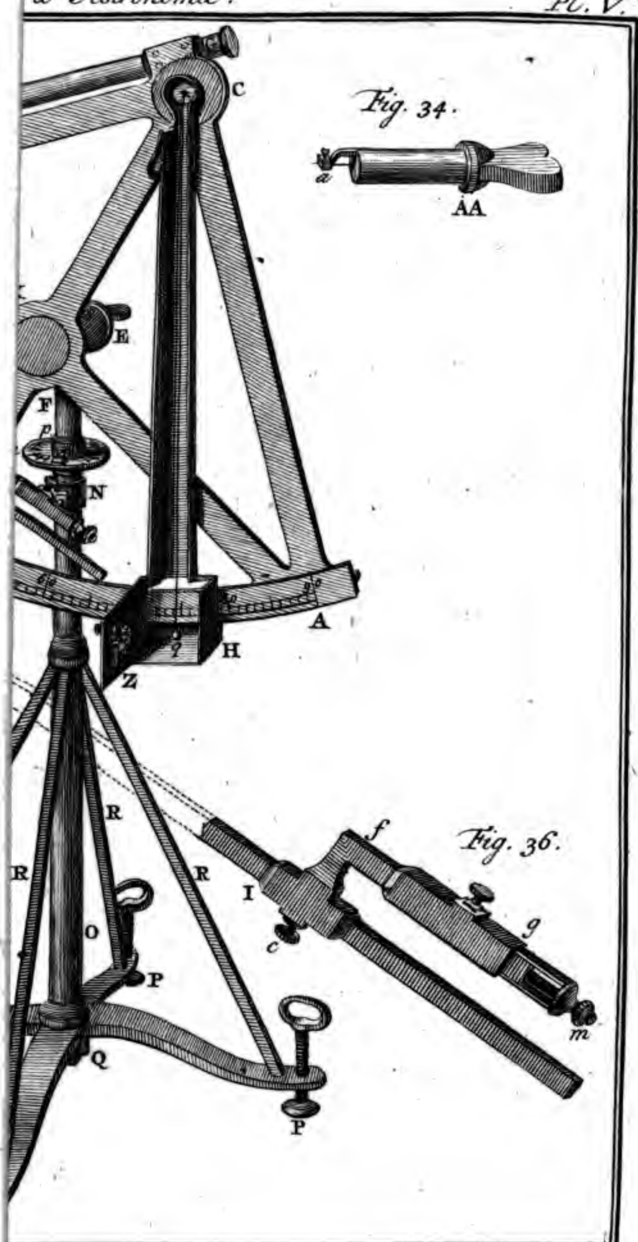

Fig. 22.
L
H
G
E
S
F
B
C
K
D
A
N
A
E
F
K
Fig. 24.
C
P
L
Fig. 25.
S
C
B
F
D
A
E
Fig. 29.
M
C
Q
D
M
V
Fig. 28.
B
C
P
C
O
Z
P
S
L
O
A
M
Z
P
E
A
Fig. 32.
H
L
Q
O

Pl. V.

Fig. 34.

Fig. 36.


Fig. 34.
a
AA
C
E
F
p
N
A
H
q
Z
R
R
R
O
P
Q
P
Fig. 36.
f
I
c
g
m


Fig. 34.
a
AA
C
E
F
p
N
b
60
80
90
A
q
H
Z
R
R
R
O
P
Q
P
I
c
f
Fig. 36.
g
m

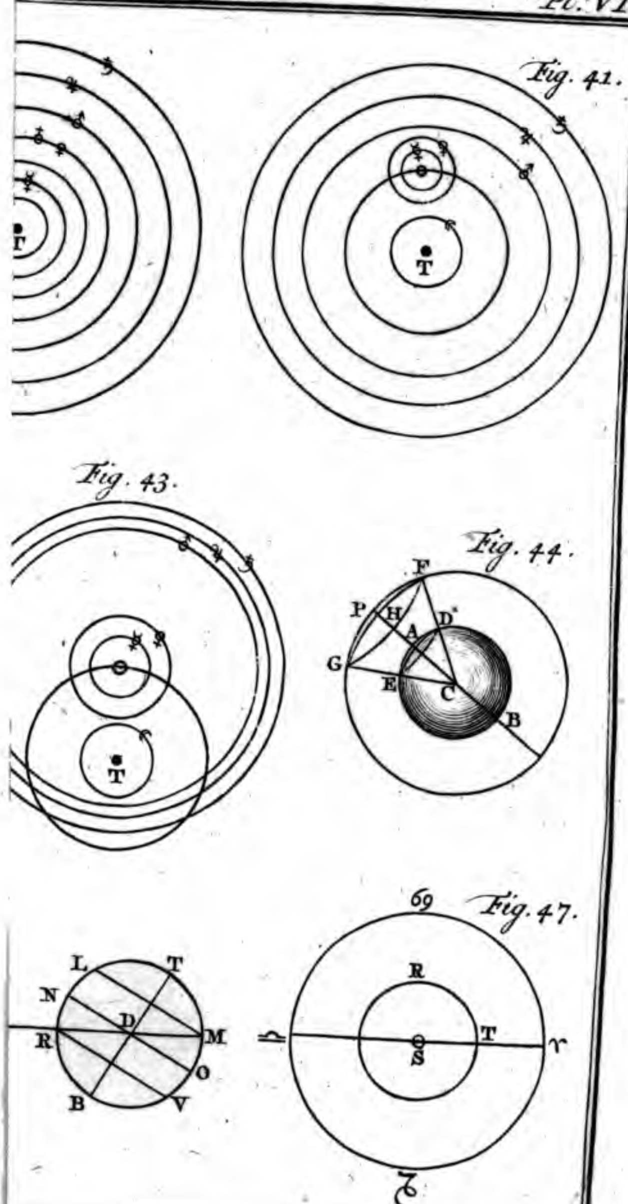

Fig. 41.
T
T
Fig. 43.
T
Fig. 44.
F
P
H
D
A
G
E
C
B
L
T
N
D
R
M
O
B
V
69
Fig. 47.
R
T
S

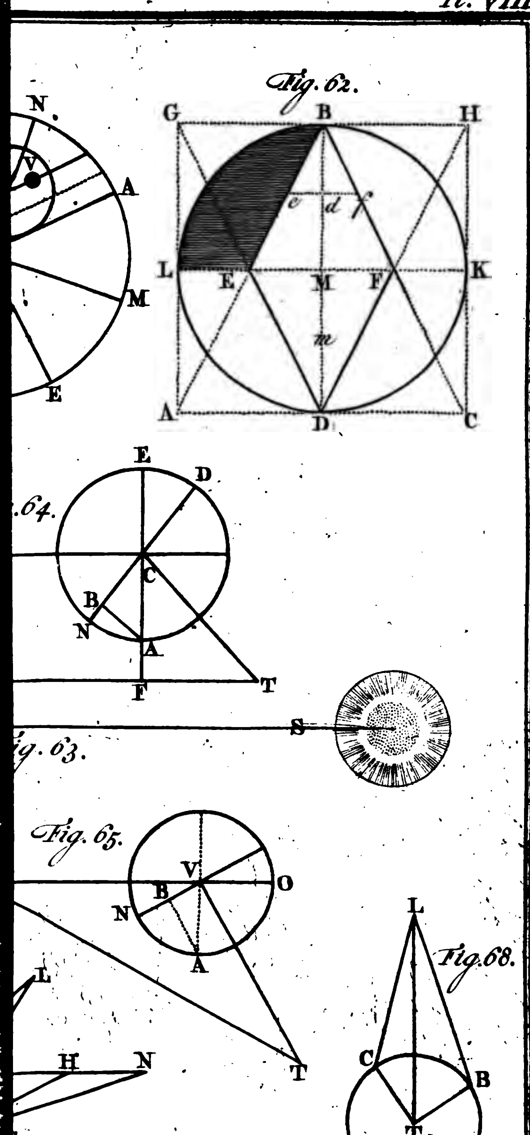


Fig. 50.

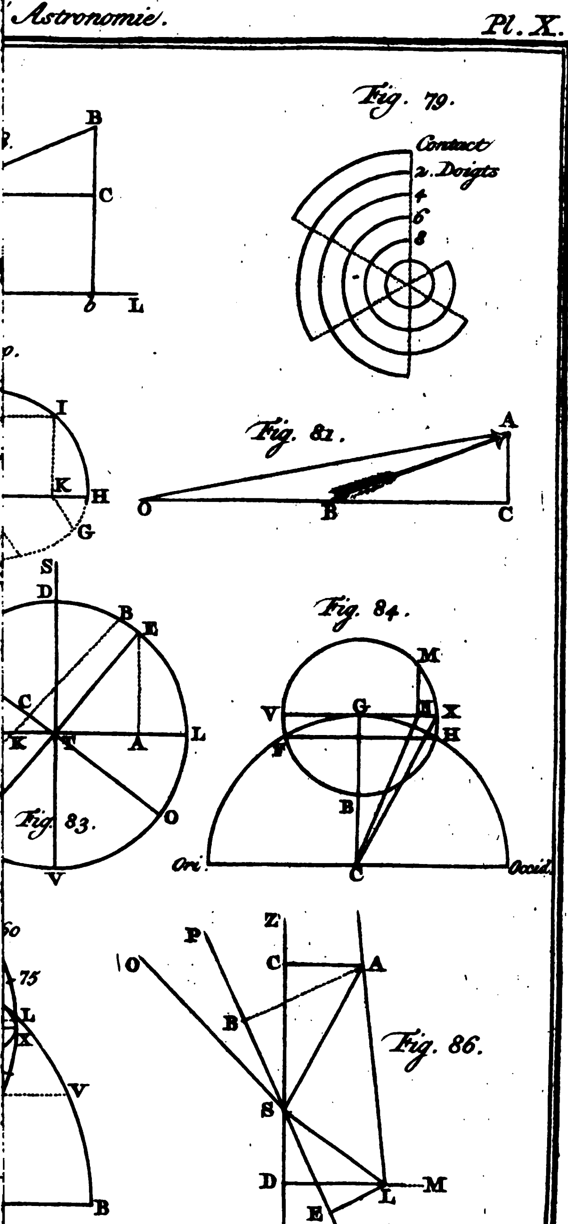
Fig. 53.

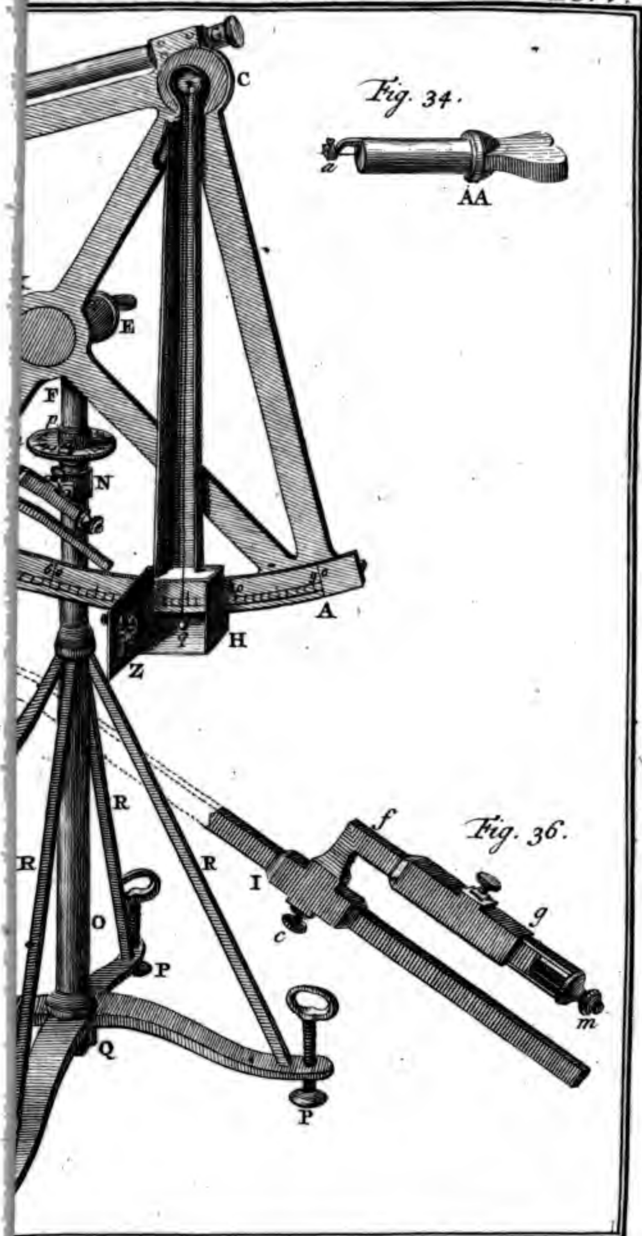
Fig. 56.

Fig. 57.


Fig. 62.
G
B
H
e
d
f
L
E
M
F
K
m
A
D
C
N.
V
A
M
E
.64.
E
D
C
B
N
A
F
T
S
ig. 63.
Fig. 65.
V
B
O
N
A
L
H
N
T
L
Fig. 68.
C
B
T




Fig. 79.
Contact
2. Doigts
4
6
8
B
C
b
L
I
K
H
G
Fig. 81.
A
O
B
C
S
D
B
E
C
K
T
A
L
O
V
Fig. 83.
Fig. 84.
M
V
G
N
X
F
H
B
Ori.
C
Occid.
60
75
L
X
V
B
Z
P
O
C
A
B
Fig. 86.
S
D
L
M
E


C
Fig. 34.
a
AA
E
F
p
N
60
40
90
A
H
Z
R
R
R
Fig. 36.
f
I
c
g
O
P
Q
m
P

e. de la Lune sur leil du 1.er Avril 1764.

Fig. 8



Pl XII.

I

1^h $0^h 50'$

Occident 6 H

7

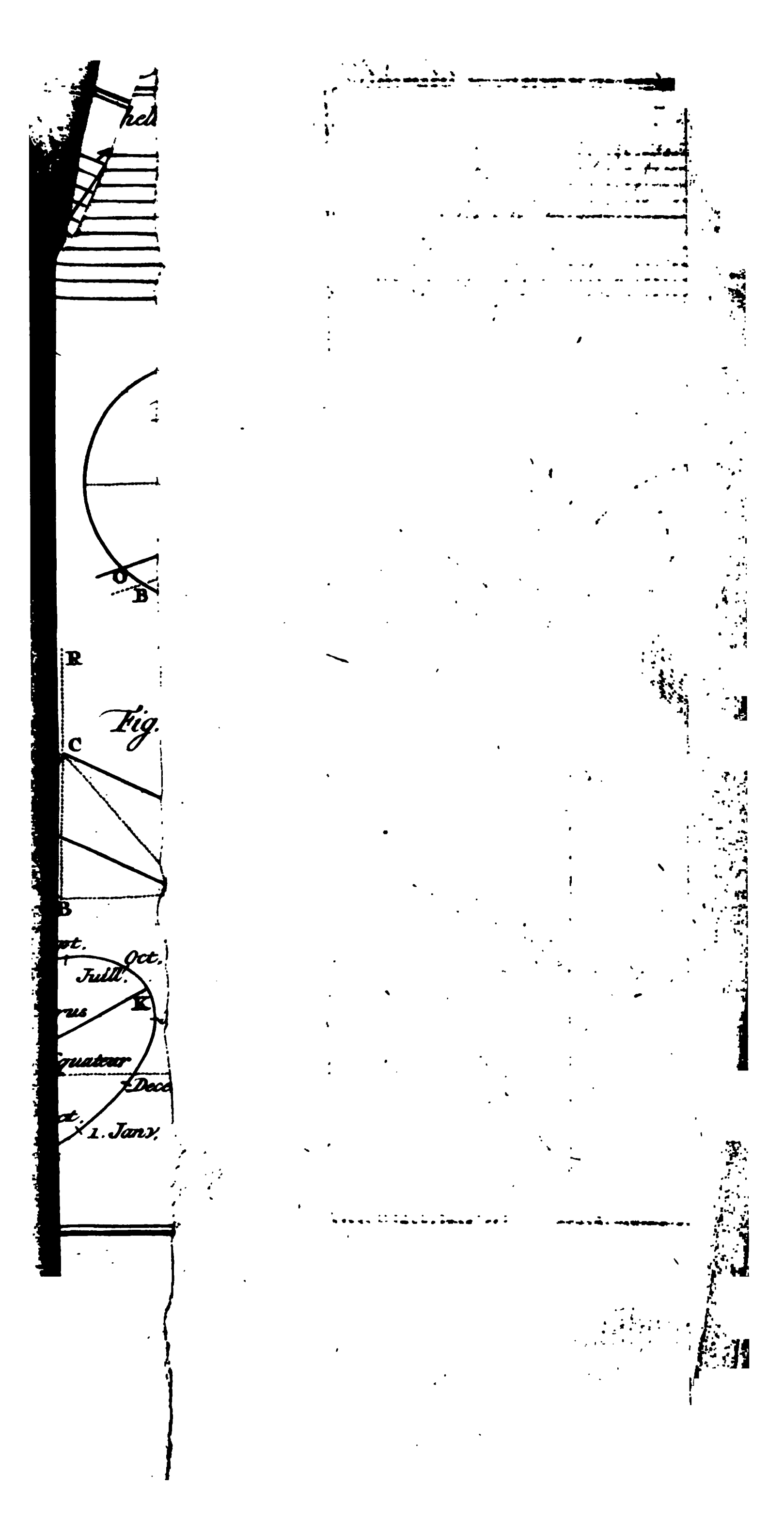
8

Occident

R

30 40 50 55





O
B
R
Fig.
C
B
Oct.
Juill.
K
Equateur
Dec
1. Janv.



heli

O
B

R

Fig.

C

B

pt.
Oct.
Juill.
K
rus
Equateur
Dece
ct.
1. Janv.



O
B
R
Fig.
C
B
Oct.
Juill.
K
1. Janv.

I
1h
0h 50'
Occident
6 H
7
8
Occident
R
30
40
50
55



O
B
R
Fig.
C
B
Oct.
Juill.
K
1. Janv.







